

На правах рукописи



Ч А Н НГОК ЛЫК

**МЕТОДИКА И АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ
ПАРАМЕТРОВ АВТОРЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ
С УНИМОДАЛЬНЫМ СПЕКТРОМ**

05.12.04 — Радиотехника, в том числе системы
и устройства телевидения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Рязань 2017

Работа выполнена на кафедре радиотехнических систем
ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический
университет» (ФГБОУ ВО «РГРТУ», РГРТУ).

Научный руководитель: Андреев Владимир Григорьевич,
доктор технических наук, доцент, профес-
сор кафедры радиотехнических систем
ФГБОУ ВО «Рязанский государственный
радиотехнический университет»,
г. Рязань.

Официальные оппоненты: Бузыкканов Сергей Николаевич, доктор
технических наук, ведущий инженер ключевых проектов ООО «Техкомпания Хуавей», г. Москва;
Кривченко Дмитрий Николаевич, кандидат технических наук, ведущий инженер АО «Государственный Рязанский приборный завод», г. Рязань.

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ), г. Владимир.

Защита состоится «22» сентября 2017 года в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 212.211.04 в ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет» по адресу: 390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет».

Автореферат разослан «_____» _____ 2017 года.

Учёный секретарь диссертационного совета
д-р техн. наук, доцент



Г.В. Овечкин

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования состоит в необходимости повышения эффективности спектрального оценивания унимодальных по спектру радиотехнических сигналов при воздействии на них аддитивного белого гауссовского шума.

Проблема компенсации искажений и уменьшения влияния флуктуирующих шумов в радиотехнике играет важную роль во многих прикладных областях, связанных с приёмом, обработкой и оцениванием параметров радиотехнических сигналов.

На практике при решении этой проблемы обычно рассматривается спектральная плотность мощности (СПМ) анализируемого процесса.

Современные высокоэффективные методы оценивания спектров радиотехнических сигналов и моделирования случайных процессов основаны на трудах ученых: Марпла-мл. С.Л., Дженкинса Г. и Ваттса Д., Джонсона К.Р., Миддлтона Д., Ван Триса Г.Л., Стойка П., Нехора А., Горелика А.Г., Коломиеца С.Ф., Миронова М.А., Тихонова В.И., Меркулова В.И., Ярлыкова М.С., Бакулева П.А., Тихонова В.И., Витязева В.В., Канащенко А.И., Сергиенко А.Б., Шинакова Ю.С., Трифонова А.П., Зверева В.А., Бакулева П.А., Лихарева В.А., Чапурского В.В., Тихонова В.И., Кириллова С.Н., Кошелева В.И., Тартаковского А.Г., Полушина П.А., Брюханова Ю.А., Бузыканова С.Н. и других исследователей.

Часто спектральное оценивание характерных для многих радиотехнических приложений узкополосных по спектру процессов производится с помощью авторегрессионной модели, т.е. применяется параметрический подход к оценке спектральной плотности мощности. Однако проблема состоит в том, что точные статистические параметры процессов априорно неизвестны, а на практике существует лишь обобщённое неформальное описание спектральных портретов. В диссертации показано, что в случае их унимодальности и в частично известной форме спектральной моды существует возможность восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов. На основе восстановленных коэффициентов автокорреляции удаётся построить более адекватные оценки спектральной плотности мощности и сопоставить полученные результаты с известными методами решения проблемы уменьшения воздействия аддитивных флуктуирующих шумов на радиотехнические сигналы.

Цель и задачи работы: оптимизация и анализ алгоритмов спектрального оценивания унимодальных по спектру радиотехнических сигналов при воздействии аддитивного белого гауссовского шума и частично известных параметрах спектральной моды.

Для достижения цели исследования необходимо решить следующие **задачи**.

1. Разработать методику оптимизации переопределённой авторегрессионной модели случайных сигналов, представленных короткими выборками.

2. Синтезировать алгоритмы восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с гауссовской формой спектральной плотности мощности.

3. Модифицировать алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с унимодальной формой спектральной плотности мощности для построения их параметрических моделей.

4. Разработать программно-алгоритмические средства, реализующие разработанные методики и алгоритмы, для их использования в практических приложениях современной радиотехники.

Методы исследований: основаны на статистической теории радиотехнических систем, параметрическом спектральном оценивании случайных процессов, теории матричного исчисления, а также на численных методах поиска экстремума целевой функции нескольких переменных.

Научная новизна диссертации заключается в следующем.

1. Разработана методика оптимизации переопределённых авторегрессионных моделей, которая дает возможность повысить точность спектрального оценивания в условиях коротких выборок наблюдений.

2. Получен алгоритм компенсации воздействия аддитивного белого гауссовского шума на измеренные коэффициенты автокорреляции процесса для повышения точности спектрального оценивания исследуемого сигнала с гауссовской формой огибающей энергетического спектра.

3. Создан модифицированный алгоритм повышения точности спектрального оценивания унимодальных по спектру сигналов при частично известной форме их спектральной моды с помощью численных методов поиска экстремума целевой функции нескольких переменных.

4. Получены программно-алгоритмические средства, реализующие разработанные методики и алгоритмы, для их использования в практических приложениях современной радиотехники.

Достоверность полученных результатов, основных её результатов и выводов определяется корректным использованием математического аппарата; натурными и полунатурными экспериментами; совпадением результатов диссертационной работы в частных случаях с из-

вестными данными; использованием результатов диссертации в практических радиотехнических приложениях.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Методика оптимизации переопределённой авторегрессионной модели случайных сигналов, представленных короткими (менее 100 отсчётов) выборками, обеспечивает уменьшение в 1,2...4 раза невязки между контрольным и модельными спектрами по сравнению с известными подходами к параметрическому спектральному анализу, в частности с методом авторегрессии за счёт введения в авторегрессионную модель дополнительной информации о точности оценок коэффициентов автокорреляционной функции.

2. Алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с гауссовской формой спектральной плотности мощности позволяет уменьшить в 1,4...4 раза невязку между контрольным и оцениваемым спектрами по сравнению с известными подходами к параметрическому спектральному анализу, в частности с методом авторегрессии.

3. Модифицированный алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с унимодальной спектральной плотностью мощности для построения их параметрических моделей дает возможность уменьшить в 1,5...5 раз невязку между контрольным и оцениваемым спектрами по сравнению с известными подходами к параметрическому спектральному анализу.

Внедрение научных результатов диссертационной работы произведено в разработки ООО «СНИ» (г. Рязань) и в учебный процесс РГРТУ, о чём получены соответствующие акты внедрения.

Апробация работы произведена в форме научных докладов по основным результатам диссертационной работы и дискуссий, которые проходили на следующих научно-технических и научно-практических конференциях: Всероссийская научно-техническая конференция «Новые информационные технологии в научных исследованиях», Рязань, ноябрь 2015; XI Международная научно-практическая конференция «Безопасность жизнедеятельности предприятий в промышленно развитых регионах», г. Кемерово, 2015; XXVIII Международная научная конференция «Математические методы в технике и технологиях», Рязань, ноябрь 2015; Международная русско-китайская конференция «On Actual Problems of Applied Mathematics and Physics», г. Нальчик, декабрь 2015; Современные технологии в науке и образовании: труды Международной научно-технической и научно-методической конференции, Рязань, 2016.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 печатных научных работ, в том числе 5 статей в изданиях, входящих в список ВАК, 5 тезисов докладов на конференциях различного, в том числе 4 – международного уровня, 1 свидетельство о регистрации программ для ЭВМ в Российском фонде регистрации программ для ЭВМ, баз данных, топологий ИМС.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, библиографического списка из 114-ти наименований и 2-х приложений. Диссертация содержит 122 страницы, в том числе 99 страниц основного текста, 12 таблиц и 20 рисунков.

Содержание диссертации

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационных исследований, приводится краткий анализ основных проблем в области спектрального анализа случайных сигналов для повышения точности их спектрального оценивания, формулируются цели и задачи исследований, представлены основные положения, выносимые на защиту, описывается научная новизна и практическая ценность диссертационной работы. Описывается модель исследуемых унимодальных по спектру радиотехнических сигналов с автокорреляционными матрицами $\check{\mathbf{R}}$:

$$\check{\mathbf{R}} = \alpha \check{\mathbf{R}}_{\Gamma} + (1 - \alpha) \check{\mathbf{R}}_{\text{P}}, \quad (1)$$

где $\check{\mathbf{R}}_{\Gamma}$, $\check{\mathbf{R}}_{\text{P}}$ — $[(p+1) \times (p+1)]$ -мерные нормированные к дисперсии матрицы автокорреляции случайного процесса для гауссовской и резонансной огибающей его унимодального спектра; $\alpha \in [0; 1]$, $(1 - \alpha)$ — доли гауссовской и резонансной составляющих в огибающей унимодального энергетического спектра соответственно.

Элементы $\check{R}_{\Gamma_{i,k}}$, $\check{R}_{\text{P}_{i,k}}$ матриц $\check{\mathbf{R}}_{\Gamma}$, $\check{\mathbf{R}}_{\text{P}}$ сводятся соответственно к виду:

$$\check{R}_{\Gamma_{i,k}} = \exp \left[- \left(\pi \Delta F T |i - k| \right)^2 / 2, 8 \right], \quad (2)$$

$$\check{R}_{\text{P}_{i,k}} = \exp \left(- \pi \Delta F T |i - k| \right), \quad (3)$$

при $i, k = 0, 1, \dots, p$. В условиях воздействия на радиотехнический сигнал с автокорреляционными свойствами, описываемыми выражениями (1)...(3), белого гауссовского шума автокорреляционная матрица $\mathbf{R}$ наблюдаемого случайного процесса представляется суммой его коррелированной $\check{\mathbf{R}}$ и некоррелированной $P_n \mathbf{I}$ компонент соответственно:

$$\mathbf{R} = \check{\mathbf{R}} + P_n \mathbf{I}, \quad (4)$$

где $\mathbf{I}$ — $[(p+1) \times (p+1)]$ -мерная единичная матрица.

Статистическое описание радиотехнических сигналов, заданное выражениями (1)...(4), характерно для многих технических приложений, в частности диссертационные исследования проводились в области параметрического спектрального анализа кардиологических сигналов для медицинской диагностики, а также электрофотометрических сигналов для оценки пространственных эволюций космических объектов.

В первой главе предложена и исследована методика оптимизации переопределённой авторегрессионной (АР) модели случайных сигналов, представленных короткими (до 100 отсчётов) выборками. Эффективность оптимизации оценивалась по критерию минимума квадрата длины E_ε вектора ε_ε невязки между контрольным и модельным спектрами.

Обычно вектор $\mathbf{a}$ авторегрессии АР-модели находится из решения системы линейных уравнений Юла – Уолкера, которое для дальнейшего изложения удобно представить в следующем, эквивалентном известному, виде:

$$\mathbf{a} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}, \quad (5)$$

где $\mathbf{R}$ — $(p \times p)$ -мерная автокорреляционная квадратная матрица, $\mathbf{r}$ — p -мерный крайний левый вектор-столбец $[(p+1) \times (p+1)]$ -мерной матрицы $\mathbf{R}$ без её верхнего элемента $R_{0,0}$, p — порядок АР-модели.

Для получения более точного решения необходимо найти вектор $\tilde{\mathbf{a}}$, дополнительно учитывающий $c > p$ старших коэффициентов корреляции (c — глубина переопределённости), модуль разницы $|j-k|$ индексов которых превышает порядок p модели. При этом используется переопределённая, с глубиной переопределённости c , система линейных уравнений, которая решается по критерию минимума квадрата длины E вектора ε невязки:

$$E = \varepsilon^H \varepsilon, \text{ где } \varepsilon = \tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{a}}, \quad (6)$$

где $\tilde{\mathbf{a}}$ — модифицированный вектор авторегрессии, полученный из переопределённой системы линейных уравнений (6); $\tilde{\mathbf{R}}$ — $[(c+p) \times p]$ -мерная корреляционная матрица и $\tilde{\mathbf{r}}$ — $(p+c)$ -мерный вектор-столбец коэффициентов автокорреляции; H — знак комплексного сопряжения и транспонирования.

Выражение (6) описывает целевую функцию:

$$E = (\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}})^H (\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}}) \rightarrow \min_{\tilde{\mathbf{a}} \in C^p}, \quad (7)$$

где C^p — p -мерное пространство комплексных чисел.

Для определения оптимального вектора $\tilde{\mathbf{a}}$ возьмем производную

по $\tilde{\mathbf{a}}$ от целевой функции (7):

$$dE / d\tilde{\mathbf{a}}^H = d[(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}})^H (\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}})] / d\tilde{\mathbf{a}}^H = -2\tilde{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{r}} + 2\tilde{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}}. \quad (8)$$

Приравняв (8) к нулю, получим оптимальный вектор $\tilde{\mathbf{a}}$ переопределённой АР-модели:

$$\tilde{\mathbf{a}} = -(\tilde{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{R}})^{-1} \tilde{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{r}}. \quad (9)$$

В условиях жёстких ограничений на длину M выборки ($M < 100$) коэффициенты $R_{j,k}$ автокорреляции оцениваются не точно, что не учитывается известными методиками построения АР-моделей. Поэтому предлагается ввести в критерий (7) дискретную весовую функцию, характеризующую потенциальную точность оценок коэффициентов $R_{j,k}$ корреляции, в виде вектора $\mathbf{w}=[w_n]$, $n=|j-k|$ с компонентами

$$w_n = [(M-n)/M]^2, \quad n=1, 2, \dots, (p+c), \quad (10)$$

где M — количество отсчётов анализируемого процесса, спектральная плотность мощности которого оценивается. Анализ выражения (10) расчёта весовых коэффициентов w_n , учитывающих потенциальную точность измерения элементов R_n дискретной автокорреляционной функции, показывает, что при $n \ll M$ весовые коэффициенты w_n удовлетворяют приближительному равенству $w_n \approx 1$, что неявно предполагает критерий (7). Однако при $n \rightarrow M$ значения w_n стремятся к нулю, отражая тенденцию потери точности при недостаточном статистическом материале для усреднения оценок коэффициентов $R_{j,k}$ автокорреляции. Поэтому значение веса $1 \geq w_n \geq 0$ учитывает увеличение дисперсии оценки R_n с уменьшением длины $(M-n)$ выборки. Весовые коэффициенты w_n используются для коррекции оценок коэффициентов $R_{j,k}$ автокорреляции при $|j-k|=n$ для улучшения качества АР-моделей.

При учёте величин w_n , формирующих весовой вектор $\mathbf{w}$, целевая функция (6) модифицируется и принимает следующий вид:

$$E_w = \|\text{diag}(\mathbf{w})\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 \rightarrow \min_{\hat{\mathbf{a}} \in C^p}, \quad (11)$$

где $\text{diag}(\bullet)$ — оператор диагонализации, E_w — квадрат длины взвешенного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки, $\hat{\mathbf{a}}$ — оценка вектора коэффициентов авторегрессии предлагаемым методом, $\|\bullet\|$ — операция вычисления евклидовой нормы вектора.

Выражение (11) описывает целевую функцию:

$$E_w = (\mathbf{W}\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{W}\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}})^H (\mathbf{W}\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{W}\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{a}}) \rightarrow \min_{\hat{\mathbf{a}} \in C^p}, \quad (12)$$

где $\mathbf{W}=\text{diag}(\mathbf{w})$ — квадратная матрица с элементами w_n вектора $\mathbf{w}$ на

главной диагонали, $n=1, 2, \dots, (p+c)$.

Аналогично (9) решение этой задачи сводится к виду:

$$\hat{\mathbf{a}} = -(\tilde{\mathbf{R}}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \tilde{\mathbf{R}})^{-1} \tilde{\mathbf{R}}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \tilde{\mathbf{r}}, \quad (13)$$

где матрица преобразований в нормальной переопределённой системе линейных уравнений представляет собой произведение $\mathbf{W} \tilde{\mathbf{R}}$, а $\mathbf{W} \tilde{\mathbf{r}}$ – вектор желаемых решений. Для практических расчётов $\hat{\mathbf{a}}$ по выражению (13) оно было модифицировано для регуляризации задачи обращения произведения $\tilde{\mathbf{R}}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \tilde{\mathbf{R}}$ матриц и для учёта факторов диагональности и действительности элементов w_n матрицы $\mathbf{W}$, рассчитанных по (10):

$$\hat{\mathbf{a}} = -(\tilde{\mathbf{R}}^H \mathbf{W}^2 \tilde{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{R}}^H \mathbf{W}^2 \tilde{\mathbf{r}}, \quad (14)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица; λ – регуляризующая величина, которая выбиралась из условия: $\text{cond2}(\tilde{\mathbf{R}}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \tilde{\mathbf{R}}) < 10^6$, где $\text{cond2}(\bullet)$ — оператор, определяющий число обусловленности матрицы. Регуляризация решения даёт возможность получить практически приемлемые решения, так как введение в (9) дополнительных компонент $\mathbf{W}^H \mathbf{W}$ ухудшает обусловленность задачи (13) в силу того, что при перемножении матриц перемножаются и их собственные числа.

Для объективной оценки эффективности сопоставляемых методов спектрального анализа сформируем вектор $\boldsymbol{\varepsilon}_s$ невязки между L -мерными векторами отсчетов спектральных плотностей мощности:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \mathbf{c} - \mathbf{s}, \quad (15)$$

где $\mathbf{c}$ — L -мерный вектор СПМ контрольной модели, в качестве которой используется энергетический спектр, полученный с помощью АР-модели большого ($p=30$) порядка при неограниченной выборке $M \rightarrow \infty$ (приняты рассчитанные теоретически коэффициенты корреляции); $\mathbf{s}$ — L -мерный вектор СПМ, полученный сопоставляемыми с контрольной моделью методами.

В качестве критерия адекватности принята нормированная величина E_s квадрата длины L -мерного вектора-столбца $\boldsymbol{\varepsilon}_s$ невязки:

$$E_s = \boldsymbol{\varepsilon}_s^T \boldsymbol{\varepsilon}_s / L, \quad (16)$$

где T — знак транспонирования.

Результаты сравнения адекватности спектрального оценивания, унимодальных по спектру процессов с заданной шириной ΔFT гауссовской спектральной моды при использовании различных подходов, сведены в таблицу 1.

Таблица 1 — Сравнение адекватности моделей

Модели (при $\Delta FT=0,1$)	Обычная ($p=5, c=0$)	Переопределённая ($p=5, c=20$)	Предлагаемая ($p=5, c=20$)
Невязка E_s	0,030	0,016	0,009

Как следует из анализа данных, сведенных в таблицу 1, эксперименты показали, что нормированный квадрат длины E_s вектора ϵ_s невязки у предлагаемой модели имеет в 2 раза меньшую величину, чем у известной переопределенной модели с той же глубиной переопределённости ($c=20$), и в 3 раза меньшую величину, чем у обычной АР-модели того же порядка ($p=5$).

Проанализируем влияние аддитивного белого гауссовского шума на адекватность спектрального оценивания (см. рисунок 1) описанного выше коррелированного процесса. При формировании приведенной на рисунке 1 зависимости десятичного логарифма величины E_s от относительной мощности P_n некоррелированного шума было принято $L=1024$, $p=5$, $c=20$.

На рисунке 1 обозначены: пунктирной линией 1 — нормированный квадрат длины E_s вектора ϵ_s невязки для обычной АР-модели; точечной линией 2 — известной переопределённой модели; сплошной линией 3 — предлагаемой модифицированной модели.

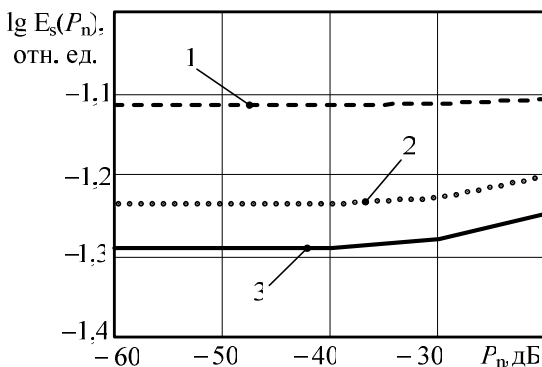


Рисунок 1 — Логарифмические зависимости длины вектора невязки от мощности шума

Из приведенных на рисунке 1 зависимостей следует, что предлагаемый подход к спектральному оцениванию дает высокое качество, а обычная АР-модель — низкое (проигрывает по критерию (16) в 1,5 раза).

Таким образом, предложена и исследована методика оптимизации переопределённой авторегрессионной модели случайных сигналов, представленных короткими (сотни и менее отсчётов) выборками. Метод основан на учёте в виде весового вектора $\mathbf{w}=[w_n]$ точности $w_n=[(M-n)/M]^2$ оценок коэффициентов $R_{j,k}$ автокорреляции при расчёте параметров авторегрессионной модели. Значения точности w_n рассчитаны на основе дисперсии ошибки оценок коэффициентов $R_{j,k}$ автокорреляции случайного процесса по его ограниченной выборке длиной в M отсчётов.

Во второй главе диссертации предлагается и анализируется алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с гауссовской формой спектральной плотности мощности при воздействии аддитивного белого гауссовского шума с относительной мощностью P_n . Отметим, что корреляционная матрица $\mathbf{R}$ для рассматриваемого квазистационарного процесса, описываемая выражениями (1), (2), (4), является эрмитовой и теплицевой, что приводит к её ленточной структуре при $j=i-k$:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1+P_n & \check{R}_1^* & \dots & \check{R}_j^* & \dots & \check{R}_p^* \\ \check{R}_1 & 1+P_n & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \check{R}_1 & \ddots & \ddots & & \check{R}_j^* \\ \check{R}_j & & \ddots & \ddots & \check{R}_1^* & \vdots \\ \vdots & \ddots & & \check{R}_1 & \ddots & \check{R}_1^* \\ \check{R}_p & \dots & \check{R}_j & \dots & \check{R}_1 & 1+P_n \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $\check{R}_j$ — нормированные к дисперсии коррелированной (полезной) составляющей коэффициенты автокорреляции j -го порядка; $j=0, 1, \dots, p$; * — знак комплексного сопряжения.

Рассмотрим класс унимодальных по спектру стационарных на интервале наблюдения процессов, имеющих гауссовскую форму огибающей спектральной плотности мощности. При этом модули коэффициентов $\check{R}_j$ автокорреляции подобных процессов имеют вид, аналогичный величине $\check{R}_{\Gamma_{i,k}}$ в выражении (2), из которого следует, что:

$$\check{R}_j = \check{R}_1^{j^2} \quad (18)$$

при $j=i-k$.

Тогда из (17) и (18) при нормировке дисперсии $(1+P_n)$ в $\mathbf{R}$ к единице получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} R_1 = \check{R}_1 / (1 + P_n) \\ R_2 = \check{R}_2 / (1 + P_n) \\ \vdots \\ R_j = \check{R}_j / (1 + P_n) \\ \vdots \\ R_p = \check{R}_p / (1 + P_n) \\ \check{R}_j = \check{R}_1^{j^2}, \end{cases} \quad (19)$$

где R_j — элементы крайнего левого вектора-столбца нормированной к дисперсии матрицы $\mathbf{R}$, приведённой в (17).

Система уравнений (19) даёт возможность восстановить коэффициенты $\check{R}_j$ автокорреляции полезной (без зашумления) составляющей наблюдаемого процесса с автокорреляционными коэффициентами R_j .

Решение системы уравнений (19) можно произвести двумя методами:

1-й метод — частное решение, которое предполагает расчёт коэффициентов $\check{R}_j$ дискретной автокорреляционной функции полезной составляющей наблюдаемого сигнала только через отношение коэффициентов R_1 и R_2 матрицы $\mathbf{R}$;

2-й метод — обобщённое решение, учитывающее старшие коэффициенты R_j корреляции при $j > 2, 3, \dots, p$.

Первый метод. При использовании 1-го метода (частное решение) надлежит разделить второе уравнение системы (19) на первое уравнение:

$$\frac{\check{R}_2}{\check{R}_1} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (20)$$

Поскольку последнее уравнение в системе (19) может быть представлено в частном случае при $j=2$ как

$$\check{R}_2 = \check{R}_1^4, \quad (21)$$

то

$$\check{R}_1 = \sqrt[4]{\frac{R_2}{R_1}}. \quad (22)$$

Тогда, основываясь на последнем уравнении системы уравнений (19) и выражении (22), можно рассчитать остальные $(p-1)$ коэффициентов $\check{R}_j$ ($j=2, 3, \dots, p$) автокорреляционной функции полезной (коррелированной) компоненты процесса.

Второй метод. При использовании 2-го (обобщённого) метода из формулы (18) и системы уравнений (19) получим аналог уравнения (20) в общем виде:

$$\frac{\check{R}_k}{\check{R}_i} = \frac{R_k}{R_i}, \quad (23)$$

где $i=1, 2, \dots, p-1$; $k=2, 3, \dots, p$; $k > i$.

Из формул (18) и (23) получим:

$$\frac{\check{R}_1^{k^2}}{\check{R}_i^{i^2}} = \frac{R_k}{R_i} \Leftrightarrow \check{R}_1^{k^2-i^2} = \frac{R_k}{R_i}, \quad (24)$$

что сводится к виду:

$$\check{R}_1 = \left(\frac{R_k}{R_i} \right)^{\frac{1}{k^2-i^2}}. \quad (25)$$

Из выражения (25), усредняя оценки первого коэффициента $\check{R}_1$ автокорреляции полезной компоненты наблюдаемого процесса, получим:

$$\check{R}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{p-1} \sum_{k=i+1}^p \left(\frac{R_k}{R_i} \right)^{\frac{1}{k^2-i^2}}}{\frac{p^2 - p}{2}}. \quad (26)$$

Нормирующий коэффициент $(p^2-p)/2$ в знаменателе выражения (26) представляет собой количество слагаемых в числителе, т.е. сумму членов арифметической прогрессии $1, 2, \dots, (p-1)$.

Аналогично можно рассчитать остальные $(p-1)$ коэффициентов $\check{R}_j$, ($j=2, 3, \dots, p$) автокорреляции полезной (коррелированной) компоненты наблюдаемого процесса по формуле:

$$\check{R}_j = \frac{\sum_{i=1}^{p-1} \sum_{k=i+1}^p \left(\frac{R_k}{R_i} \right)^{\frac{j^2}{k^2-i^2}}}{\frac{p^2 - p}{2}}. \quad (27)$$

На рисунке 2 приведены результаты спектрального оценивания с помощью параметрических методов в условиях сильных зашумлений (отношение P_n мощностей исследуемого коррелированного сигнала и белого шума составляет $P_n=10^{-0,2}$) и при коротких ($M=10$ отсчётов) выборках наблюдений. Относительная ширина ΔFT спектральной моды принята равной 10 % от всего наблюдаемого спектра частот ($\Delta FT=0,1$). Такое значение величины ΔFT соответствует типичным радиоотраже-

ниям от облачности для систем передачи информации, работающих в сантиметровом радиодиапазоне.

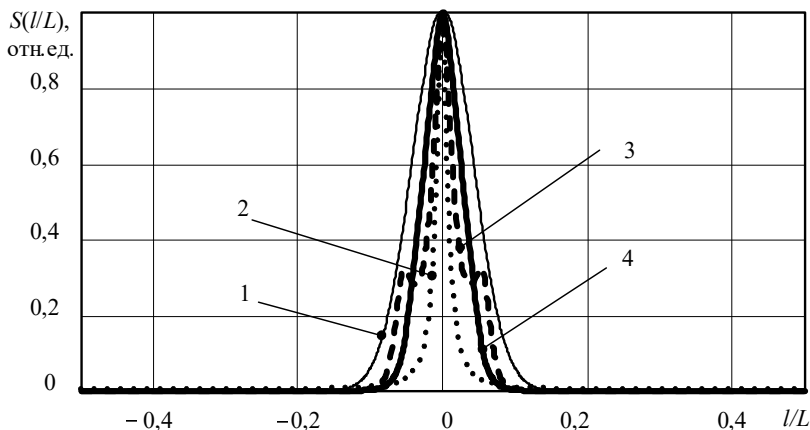


Рисунок 2 — Оценки спектральных плотностей мощности

На рисунке 2 введены следующие условные обозначения: $S(l/L)$ — нормированная к своему максимальному значению спектральная плотность мощности в относительных единицах (отн. ед.); l/L — относительная частота, численно равная отношению номера l текущего спектрального отсчёта к общему числу L спектральных отсчётов ($L=1024$); сплошная тонкая кривая 1 — контрольный спектр (СПМ, полученная по незашумлённым данным с помощью АР-модели тридцатого порядка); точечная кривая 2 — СПМ, полученная с помощью известной АР-модели, основанной на нескорректированных коэффициентах R_j автокорреляции; пунктирная кривая 3 — оценка спектра с помощью первого предлагаемого метода; сплошная жирная кривая 4 — оценка спектра с помощью второго предлагаемого метода. Кривые 2, 3, 4 получены при одинаковом порядке $p=3$ сопоставляемых параметрических методов спектрального анализа.

Результаты сравнения адекватности моделирования при использовании различных подходов сведены в таблицу 2.

Таблица 2 — Сравнение адекватности моделей

Модели	АР	Первый метод	Второй метод
Невязка E_s	0,041	0,015	0,010

Таким образом, из анализа рисунка 2 можно прийти к заключению о том, что качество оценивания спектра вторым предлагаемым методом лучше, чем первым и классической параметрической АР-моделью.

Данные, сведенные в таблицу 2, показывают, что нормированный квадрат длины E_s вектора ϵ_s невязки у второго предлагаемого метода имеет в 1,5 раза меньшую величину, чем у первого предлагаемого метода, и в 4 раза меньшую величину, чем у классической АР-модели того же порядка ($p=3$).

В третьей главе диссертации с помощью численных методов поиска экстремума целевой функции нескольких переменных модифицируется алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с унимодальной симметрической СПМ. Для их аналитического описания рассмотрим класс унимодальных по спектру стационарных на интервале наблюдения процессов, имеющих смешанную (гауссовскую и резонансную) форму огибающей спектральной плотности мощности. Известно, что при смешанной форме моды спектра модули коэффициентов $\check{R}_j$ автокорреляции подобных процессов описываются выражениями (1)...(4).

Для компенсации деструктивного воздействия шума на точность оценки коэффициентов R_j автокорреляции найдем оптимальные значения α и ΔFT , характеризующие моду спектра. Оптимизацию произведём по критерию минимума квадрата длины E $(p+1)$ -мерного вектора ϵ невязки:

$$E = \epsilon^H \epsilon, \text{ где } \epsilon = \mathbf{R}\mathbf{i} - \alpha(\check{\mathbf{R}}_r + P_n \mathbf{I})\mathbf{i} - (1-\alpha)(\check{\mathbf{R}}_p + P_n \mathbf{I})\mathbf{i}, \quad (28)$$

где $\mathbf{i}=[1, 0, \dots, 0]$ — $(p+1)$ -мерный крайний левый вектор-столбец единичной матрицы $\mathbf{I}$.

Из формул (2) и (3) при нормировании к дисперсии полезного сигнала матрицы $\check{\mathbf{R}}+P_n \mathbf{I}$ функция (28) в случае положения спектральной моды полезного (коррелированного) сигнала на нулевой относительной частоте FT приобретает вид:

$$\begin{aligned} E(\alpha, \Delta FT) = \\ = \sum_{k=1}^p \left\{ R_k - \frac{\alpha \exp[-(\pi \Delta FT k)^2 / 2, 8]}{1 + P_n} - \frac{(1-\alpha) \exp(-\pi \Delta FT k)}{1 + P_n} \right\}^2 \rightarrow \quad (29) \\ \rightarrow \min_{\alpha \in [0, 1], \Delta FT \in [0, 0,1; 0, 3]}. \end{aligned}$$

Ограничения $\Delta FT \in [0, 0,1; 0, 3]$ на относительную ширину ΔFT спектра обусловлены предположением о его узкополосности, что характерно для многих практических приложений, в частности для задач технической и медицинской диагностики.

Для определения оптимальных значений α и ΔFT , характеризующих спектральную моду исследуемого процесса, используем метод градиентного спуска. Для его реализации возьмем производную по α от целевой функции (29):

$$\begin{aligned}
& dE/d\alpha = \\
& = 2 \sum_{k=1}^p \left\{ \left[R_k - \frac{\alpha \exp[-(\pi \Delta FT k)^2 / 2,8]}{1 + P_n} - \frac{(1 - \alpha) \exp(-\pi \Delta FT k)}{1 + P_n} \right] \times \right. \\
& \quad \left. \times \left[\frac{-\exp[-(\pi \Delta FT k)^2 / 2,8]}{1 + P_n} + \frac{\exp(-\pi \Delta FT k)}{1 + P_n} \right] \right\}. \quad (30)
\end{aligned}$$

Возьмём производную по ΔFT от целевой функции (29):

$$\begin{aligned}
& dE/d\Delta FT = \\
& = 2 \sum_{k=1}^p \left\{ \left[R_k - \frac{\alpha \exp[-(\pi \Delta FT k)^2 / 2,8]}{1 + P_n} - \frac{(1 - \alpha) \exp(-\pi \Delta FT k)}{1 + P_n} \right] \times \right. \\
& \quad \left. \times \left[\frac{\alpha \exp[-(\pi \Delta FT k)^2 / 2,8] 2\pi^2 k^2 \Delta FT}{2,8(1 + P_n)} + \frac{(1 - \alpha) \exp(-\pi \Delta FT k) \pi k}{1 + P_n} \right] \right\}. \quad (31)
\end{aligned}$$

Отметим, что, используя оптимальные значения α и ΔFT , можно восстановить коэффициенты $\hat{R}_j$ автокорреляции анализируемой полезной (коррелированной) компоненты случайного процесса.

На рисунке 3 приведены результаты спектрального оценивания с помощью параметрических методов в условиях слабых зашумлений (отношение P_n мощностей исследуемого коррелированного сигнала и аддитивного белого шума составляет $P_n=10^{-6}$) и при относительной ширине ΔFT спектральной моды $\Delta FT=0,1$.

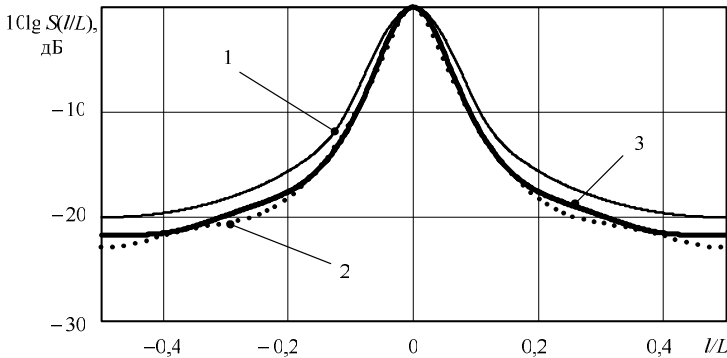


Рисунок 3 — Оценки спектральных плотностей мощности

На рисунке 3 приняты аналогичные введённым на рисунке 2 условные обозначения, причём сплошной тонкой кривой 1 изображён контрольный спектр (СПМ, полученная по теоретическим данным с помощью АР-модели тридцатого порядка); точечной кривой 2 — СПМ,

полученная с помощью известной АР-модели; сплошной жирной кривой 3 — оценка спектра с помощью предлагаемого подхода. Кривые 2, 3 получены при одинаковом порядке $p=5$ сопоставляемых методов параметрического спектрального анализа, $L=1024$.

При рассмотрении рисунка 3 можно прийти к заключению о том, что качество оценивания спектра предлагаемым подходом лучше, чем известным параметрическим методом авторегрессии того же порядка p . Кроме того, при сравнении адекватности спектрального оценивания с помощью различных подходов можно сделать вывод о том, что нормированный квадрат длины E_s вектора ε_s невязки, рассчитанный по выражениям (15), (16), у предлагаемого подхода ($E_s=2,46 \cdot 10^{-4}$) имеет приблизительно в 1,5 раза меньшую величину, чем у известного параметрического АР-метода ($E_s=3,672 \cdot 10^{-4}$) при длине M выборки, по которой производилось оценивание автокорреляционной матрицы $\mathbf{R}$, $M=1000$; $p=5$; $\alpha=0,5$; $\Delta FT=0,1$; $P_n=10^{-6}$; $L=1024$.

В заключении подведены итоги диссертационной работы и сформулированы её основные научные и практические результаты, которые сводятся к следующему.

1. Разработана методика оптимизации переопределённой авторегрессионной модели случайных сигналов, представленных короткими выборками, которая даёт возможность уменьшить в 1,2...4 раза невязку между контрольным и модельными спектрами за счёт введения в авторегрессионную модель дополнительной информации о точности оценок коэффициентов R_j автокорреляционной функции.

2. Предложен и исследован алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с гауссовской формой спектральной плотности мощности, который позволяет уменьшить в 1,4...4 раза невязку между контрольным $\mathbf{s}$ и оцениваемым $\mathbf{s}$ спектрами по сравнению с известными подходами к параметрическому спектральному анализу, в частности с методом авторегрессии.

3. Модифицирован алгоритм восстановления коэффициентов дискретной автокорреляционной функции случайных сигналов с унимодальной спектральной плотностью мощности для построения их параметрических моделей, который уменьшает в 1,5...5 раз невязку между контрольным $\mathbf{s}$ и оцениваемым $\mathbf{s}$ спектрами по сравнению с известными подходами к параметрическому спектральному анализу.

В приложениях приведены список условных обозначений, сокращений и аббревиатур, встречающихся в тексте диссертации, а также копии актов о внедрении результатов, полученных в диссертационной работе.

Список основных научных работ, опубликованных по теме диссертации

Статьи в журналах из перечня ВАК

1. Андреев В.Г., Чан Н.Л. Синтез модифицированной переопределённой авторегрессионной модели по короткой выборке случайного процесса // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 54. С. 45-49.

2. Андреев В. Г., Чан Н. Л., Белокуров В. А. Параметрический спектральный анализ зашумленных сигналов с гауссовской формой спектра // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 55. С. 16-21.

3. Андреев В.Г., Чан Н.Л. Параметрический спектральный анализ сигналов с гауссовской формой спектра при воздействии аддитивного шума // Радиотехника. 2016. № 11. С. 68-73.

4. Андреев В.Г., Чан Н.Л. Параметрический спектральный анализ унимодальных по спектру зашумленных сигналов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 57. С. 3-8.

5. Андреев В.Г., Чан Н.Л. Параметрический спектральный анализ зашумленных сигналов с гауссовской формой унимодального спектра // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2016. № 58. С. 24-29.

Материалы конференций

6. Чан Н.Л., Андреев В.Г. Повышение качества спектрального оценивания яркостной модуляции кадров с помощью переопределённой авторегрессионной модели // Новые информационные технологии в научных исследованиях: материалы XX юбилейной научно-технической конференции / Рязанский государственный радиотехнический университет, 2015. С. 216-217.

7. Чан Н.Л. Повышение качества спектрального оценивания кардиосигналов с помощью переопределённой авторегрессионной модели // Безопасность жизнедеятельности предприятий в промышленно развитых регионах: материалы XI Международной научно-практической конференции. [Электронный ресурс URL: <http://science.kuzstu.ru/wp-content/Events/Conference/BGD/2015/bgd2015/pages/Articles/5/5.pdf>] / Под ред.: О.В. Тайлакова. Кемерово: КузГТУ, 2015. (Секция 5. Медико-биологические аспекты безопасности жизнедеятельности, доклад № 5).

8. Чан Н.Л., Андреев В.Г. Использование переопределённой авторегрессионной модели для идентификации звуков подводных лодки и вулкана // Математические методы в технике и технологиях: труды

XXVIII Международной научной конференции / Рязанский государственный радиотехнический университет, 2015. Том 7. С. 3-6.

9. Andrejev V.G., Tran N.L. Using the over-determined autoregressive model to increase the quality of spectral estimation of brightness modulation // On Actual Problems of Applied Mathematics and Physics: proceedings of International Russian-Chinese Conference.— Elbrus, Kabardino-Balkarian Republic, 2015.— PP. 23-25.— 230 p.

10. Андреев В.Г., Чан Н.Л., Белокуров В.А. Спектральный анализ зашумленных сигналов с гауссовской формой спектра // Современные технологии в науке и образовании: труды Международной научно-технической и научно-методической конференции / Рязанский государственный радиотехнический университет: РГРТУ, 2016. С. 67-70.

Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ

11. Андреев В.Г., Чан Н.Л. Программа для модифицированной перепределённой модели по короткой выборке случайного процесса: свидетельство РФ № 2016618089 о гос. регистрации программ для ЭВМ / ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет». М.: ФИПС, 2016. (Заявка 2016612669 от 28 марта 2016 г.).

Соискатель



Н.Л. Чан

Чан Нгок Лык

Методика и алгоритмы оптимизации параметров
авторегрессионных моделей
радиотехнических сигналов с унимодальным спектром

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Подписано в печать 08.06.17. Формат бумаги 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,0.
Тираж 100 экз.

Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.