

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.А. ДЯГИЛЕВ, С.А. КРУГЛОВ, А.А. СЕРЕЖИН

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЧАСТЬ 1

Рязань 2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Рязанский государственный радиотехнический университет

А.А. ДЯГИЛЕВ, С.А. КРУГЛОВ, А.А. СЕРЕЖИН

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Часть 1

Учебное пособие

Рязань 2014

УДК 621.384.82

Электротехника. Часть 1: учеб. пособие/ А.А. Дягилев, С.А. Круглов, А.А. Серезин; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань: РГРТУ, 2014. 80 с.

Содержит сведения по анализу и расчету электрических цепей постоянного и переменного тока, нелинейных цепей. Приводятся краткие теоретические сведения, методические указания по выполнению лабораторных работ, задания к расчетно-графическим работам с примерами решений типовых задач.

Предназначено для студентов направлений 18.03.01 «Химическая технология», 27.03.01 «Стандартизация и метрология», 12.03.01 «Приборостроение», 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии», 15.03.06 «Мехатроника и робототехника», изучающих дисциплины «Электротехника и промышленная электроника», «Электротехника и электроника», «Электротехника».

Табл. 8. Ил. 75. Библиогр.: 17 назв.

Постоянный ток, переменный ток, закон Ома, законы Кирхгофа, метод контурных токов, метод эквивалентного генератора, метод наложения

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра промышленной электроники РГРТУ (зав. кафедрой проф. В.С. Гуров)

Д я г и л е в Александр Александрович
К р у г л о в Сергей Александрович
С е р е ж и н Андрей Александрович

Электротехника. Часть 1

Редактор Р.К. Мангутова
Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 30.12.14. Формат бумаги 60 × 84 1/16.

Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 5,0.

Тираж 50 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

© Рязанский государственный
радиотехнический университет, 2014

ТЕМА 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ: ЗАКОНЫ, ЭЛЕМЕНТЫ, ИЗМЕРЕНИЯ

В электротехнике различают постоянный и переменный токи. Постоянным называется ток, амплитуда и направление которого не изменяются со временем, $I = \text{const}$. Переменный ток характеризуется мгновенным значением $i(t)$, которое определяется в каждый момент времени.

Элементами электрических цепей являются источники электрической энергии, устройства для ее передачи и приемники этой энергии. Источники преобразуют другие виды энергии в электрическую. Передача электрической энергии происходит по соединительным линиям. В приемниках (нагрузках) происходит преобразование электрической энергии в другие виды энергии. Элементы электрических цепей делятся на активные (источники напряжения и тока) и пассивные (сопротивления, индуктивности и емкости).

Элементы электрических цепей можно описать с помощью вольт-амперной характеристики (ВАХ). ВАХ – зависимость величины протекающего через элемент тока от приложенного к нему напряжения. В электротехнике различают элементы с линейной и нелинейной ВАХ.

При протекании электрического тока переносится энергия, скорость изменения этой энергии характеризуется мгновенной мощностью $p = u \cdot i$. Мгновенная мощность измеряется в ваттах [Вт] и имеет знак. При $p > 0$ энергия источника расходуется, а при $p < 0$ она возвращается к источнику.

Пассивные элементы электрических цепей: сопротивление R [Ом], индуктивность L [Гн], емкость C [Ф].

Активные элементы электрических цепей: Источник напряжения (электродвижущей силы ЭДС) – активный элемент электрической цепи, напряжение на выводах которого не зависит от протекающего через него тока. Источник тока – активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его выводах.

Основные законы, применяемые при расчете электрических цепей:

Закон Ома:

$$I = U/R$$

Законы Кирхгофа:

Первый закон Кирхгофа:

Алгебраическая сумма токов в узле равна 0

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа:

Алгебраическая сумма ЭДС в любом контуре цепи равна алгебраической сумме падений напряжения на элементах этого контура

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{l=1}^m u_l.$$

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

РАСЧЕТ ОБЩЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Элементы электрических цепей могут соединяться различными способами. Чаще всего элементы соединяются последовательно, параллельно, «звездой» и «треугольником».

Необходимо рассчитать общее сопротивление электрической цепи, состоящей из активных сопротивлений.

Исходные данные:

- номер группы $N_{гр} = \frac{624}{abc}$, номер студента по журналу $N_{ст} = \frac{12}{km}$;
- номер схемы для расчета равен номеру студента по журналу $N_{ст}$ (рис. 1), если $N_{ст}$ по списку в журнале больше 15, то $N_{ст}$ схемы для расчета равен $N_{ст} - 15$;
- сопротивления $R_1=R_4$, $R_2=R_5$, $R_3=R_6$;
- сопротивление $R_1=10(1+k)$, [Ом];
- сопротивление $R_2=10(1+c)$, [Ом];
- сопротивление $R_3=10(1+a+m)$, [Ом].

Расчет основан на последовательном преобразовании электрической цепи из множества элементов в электрическую цепь, состоящую из одного элемента. Преобразование основано на замене последовательных и параллельных соединений, а также соединений «звездой» и «треугольником» их эквивалентами.

При последовательном соединении (рис. 2,а) через все элементы цепи течет одинаковый ток, а приложенное к цепи напряжение u , в соответствии со вторым законом Кирхгофа, равно сумме падений напряжений на отдельных элементах. При этом справедливо соотношение

$$u_R = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i = R \cdot i. \quad (1)$$

Тогда цепь можно представить в виде одного общего элемента, значение которого рассчитывается по следующей формуле:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (2)$$

Параллельное соединение элементов (рис. 2,б) имеет место в случае, когда на всех элементах действует одинаковое напряжение. По первому закону Кирхгофа можно записать

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n, \quad (3)$$

тогда для параллельного соединения имеем

$$i_R = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \dots + \frac{u}{R_n} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) u. \quad (4)$$

Отсюда для расчета значения общего сопротивления параллельного соединения резисторов получаем следующую формулу:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (5)$$

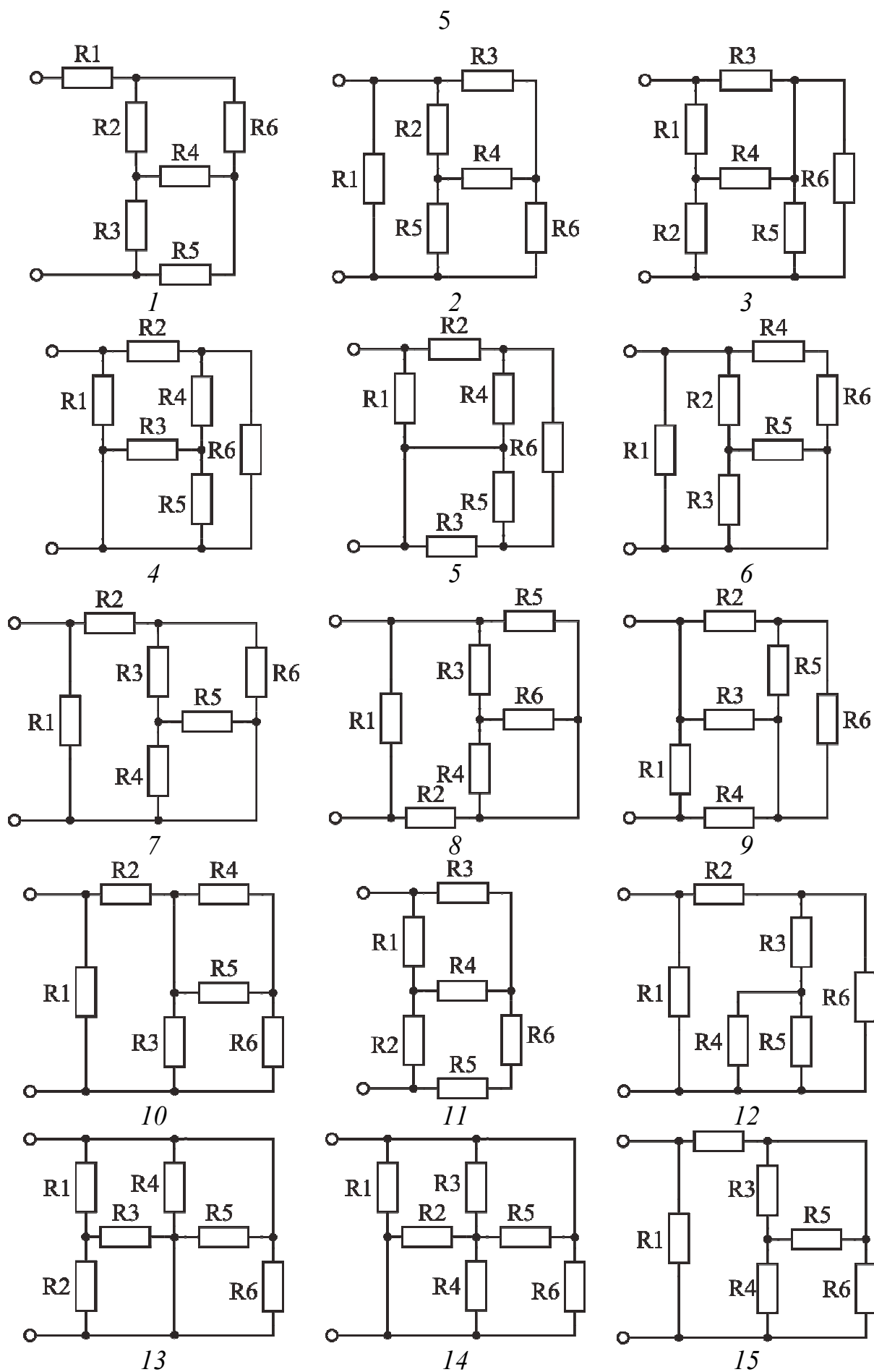


Рис. 1. Схемы для расчета общего сопротивления в соответствии с номером варианта

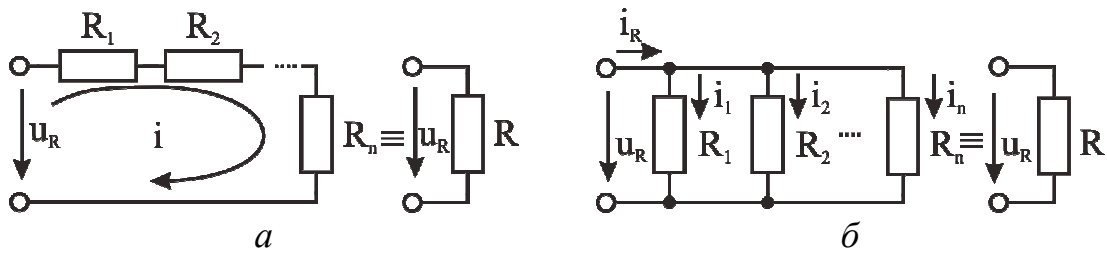


Рис. 2. Последовательное (а), параллельное (б) соединения сопротивлений и их эквиваленты

В частном случае при параллельном соединении двух сопротивлений, формула (5) преобразуется к виду

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2},$$

отсюда выразим R:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

На рис. 3 представлены соединения резисторов «звездой» и «треугольником». Эти соединения можно тождественно преобразовать одно в другое. При этом значения тождественных элементов цепи рассчитываются по следующим формулам:

- прямое преобразование:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}, R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}, R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}. \quad (6)$$

- обратное преобразование:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}, R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}, R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}. \quad (7)$$

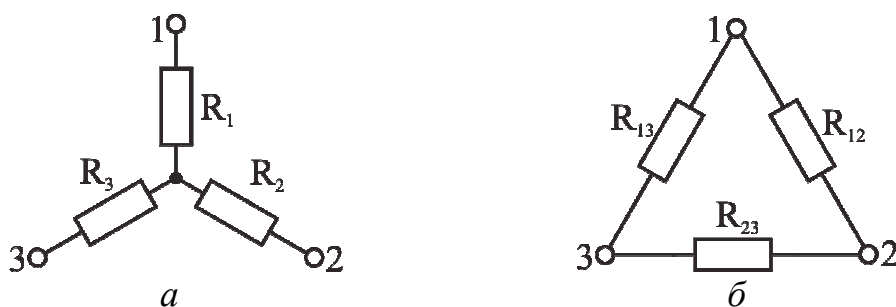


Рис. 3. Соединение сопротивлений «звездой» (а) и «треугольником» (б)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Цель работы - изучение принципов работы приборов, используемых в лабораторном практикуме, получение практических навыков по их применению, изучение основных элементов и законов электрических цепей.

Общие сведения

Электрической цепью называется совокупность элементов, по которым протекает электрический ток. Элементами электрических цепей являются источники электрической энергии, устройства для ее передачи и приемники этой энергии. Источники преобразуют другие виды энергии в электрическую. Передача электрической энергии происходит по соединительным линиям. В приемниках (нагрузках) происходит преобразование электрической энергии в другие виды энергии. Элементы электрических цепей делятся на активные (источники напряжения и тока) и пассивные (сопротивления, индуктивности и емкости).

Электрический ток как упорядоченное движение электрических зарядов характеризуется направлением. За положительное направление тока принято направление движения положительных зарядов. Положительные направления тока и напряжения на схемах электрических цепей изображают стрелками (рис. 1.1).

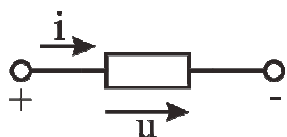


Рис. 1.1. Положительное направление напряжения и тока на элементах

В электротехнике различают постоянный и переменный токи (рис. 1.2). Постоянным называется ток, амплитуда и направление которого не изменяются со временем (рис. 1.2,а), $I = \text{const}$. Переменный ток характеризуется мгновенным значением $i(t)$, которое определяется в каждый момент времени.

На рис. 1.2,б изображен переменный синусоидальный ток, который описывается законом $i(t) = I_m \cdot \sin \omega t$, где I_m – амплитуда тока, T – период изменения тока, $\omega = 2\pi/T$ – циклическая частота изменения тока.

На рис. 1.2,в изображен переменный импульсный ток, который описывается законом

$$i(t) = \begin{cases} I_m, & 0 < t \leq t_{\text{и}} \\ -I_m, & t_{\text{и}} < t \leq T \end{cases},$$

где I_m – амплитуда тока, T – период изменения тока, $t_{\text{и}}$ – длительность импульса тока.

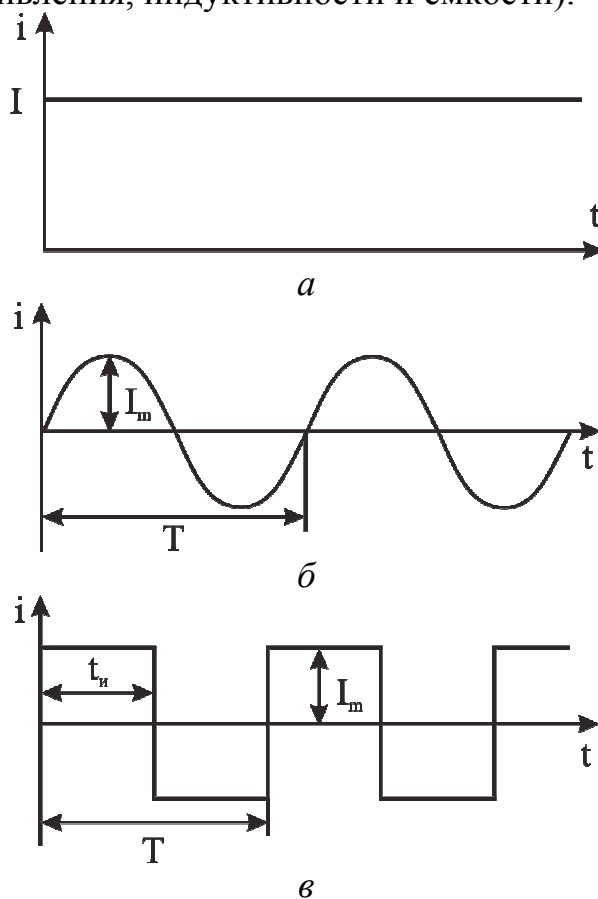


Рис. 1.2. Временные диаграммы постоянного (а), переменного синусоидального (б) и переменного импульсного (в) токов

Элементы электрических цепей можно описать с помощью вольт-амперной характеристики (ВАХ). ВАХ – зависимость величины протекающего через элемент тока от приложенного к нему напряжения. В электротехнике различают элементы с линейной (рис. 1.3,а) и нелинейной (рис. 1.3,б) ВАХ.

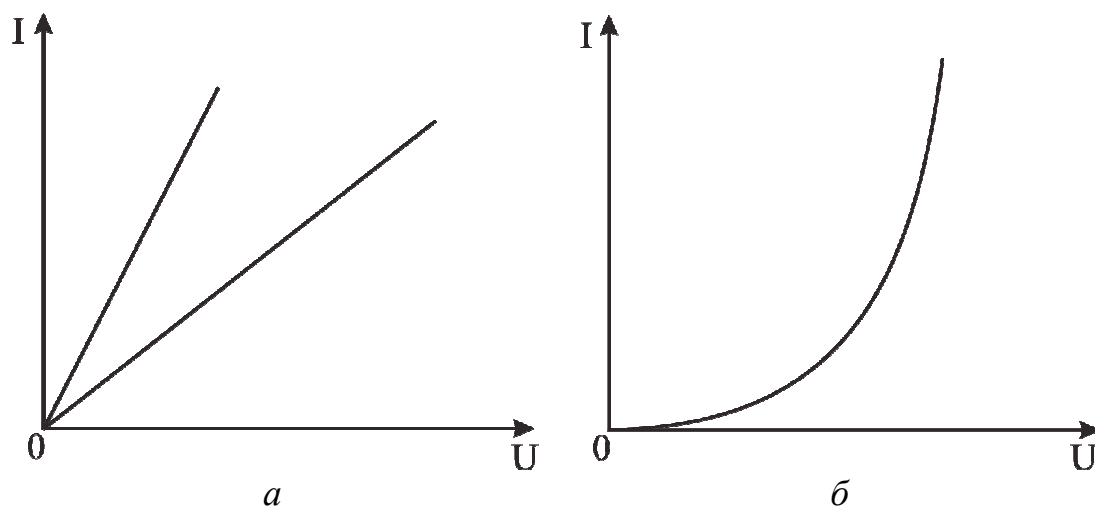


Рис. 1.3. Примеры ВАХ линейных (а) и нелинейного (б) элементов

Если электрическая цепь состоит из линейных элементов, то она называется линейной. Для линейных цепей применим **принцип суперпозиции**. Согласно ему реакция цепи на сумму воздействий равна сумме реакций на каждое воздействие.

Если в электрической цепи есть хотя бы один нелинейный элемент, то вся цепь называется нелинейной. Для такой цепи принцип суперпозиции неприменим.

При протекании электрического тока переносится энергия, скорость изменения этой энергии характеризуется мгновенной мощностью:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t). \quad (1.1)$$

Мгновенная мощность измеряется в ваттах (Вт) и имеет знак. При $p > 0$ энергия источника расходуется, а при $p < 0$ она возвращается к источнику. Энергия, поступившая в приемник за интервал времени от 0 до T, выражается интегралом:

$$W = \int_0^T p(t) dt. \quad (1.2)$$

Сопротивление. Условно графическое изображение сопротивления (также называемого резистором) приведено на рис. 1. 4. На схеме обозначается буквой R, единица измерения – ом [Ом].

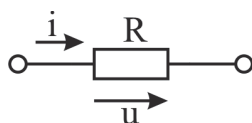


Рис. 1.4. Условно графическое обозначение сопротивления

Величина, обратная сопротивлению $q = 1/R$, называется **проводимостью**, единица измерения – сименс [См]. Свойства пассивных элементов электрических цепей определяются характером связи между протекающим через них током и действующим на них напряжением.

Для сопротивления эта связь выражается законом Ома для однородного участка цепи:

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t) \quad (1.3)$$

В соответствии с законом Ома напряжение и ток имеют одинаковый знак, и поэтому мгновенная мощность, рассеиваемая на сопротивлении, всегда положительная:

$$p_R(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) = R \cdot i_R^2(t) = u_R^2(t)/R. \quad (1.4)$$

Это означает, что в сопротивлении происходит преобразование электрической энергии в тепловую. За время от 0 до T в сопротивлении выделяется энергия:

$$W_R = R \int_0^T i^2(t) dt = \frac{1}{R} \int_0^T u^2(t) dt. \quad (1.5)$$

Для постоянного тока $i(t)=I=\text{const}$, поэтому из (1.5) имеем

$$W_R = I \cdot U \cdot R = RI^2T = U^2T/R. \quad (1.6)$$

Индуктивность. Условно графическое изображение индуктивности приведено на рис. 1.5. На схеме обозначается буквой L, единица измерения – генри [Гн].

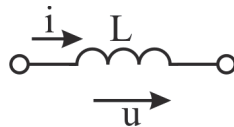


Рис. 1.5. Условно графическое обозначение индуктивности

Связь между мгновенными значениями тока и напряжения для индуктивности устанавливается законом Фарадея:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} \text{ или } i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L dt. \quad (1.7)$$

Мгновенная мощность, поступающая в индуктивность, определяется выражением

$$p_L(t) = u_L(t) \cdot i_L(t) = L \cdot i_L(t) \frac{di_L}{dt}. \quad (1.8)$$

Так как ток и его производная могут иметь одинаковые или разные знаки, мгновенная мощность p_L может быть как положительной, так и отрицательной. При $p_L > 0$ происходит накопление энергии в магнитном поле индуктивности, при $p_L < 0$ энергия возвращается источнику. Энергия магнитного поля в момент времени T определяется по формуле

$$W_L = L \int_0^T i_L(t) \cdot \frac{di_L}{dt} dt = L \int_0^T i_L(t) di_L = \frac{Li_L^2}{2}. \quad (1.9)$$

Емкость. Условно графическое изображение емкости (также называемой конденсатором) приведено на рис. 1.6. На схеме обозначается буквой C , единица измерения – фарад [Ф].

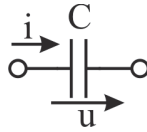


Рис. 1.6. Условно графическое обозначение емкости

Для емкости связь между током и напряжением устанавливается через выражение

$$u_C = \frac{q(t)}{C}, \quad (1.10)$$

где $q(t) = \int_0^t i_C dt$ – запасенный в конденсаторе заряд за время протекания через него тока $i_C(t)$. Отсюда

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt \text{ или } i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}. \quad (1.11)$$

Мгновенная мощность, поступающая в емкость, равна

$$p_C(t) = u_C(t) \cdot i_C(t) = C \cdot u_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt}. \quad (1.12)$$

При $p_C > 0$ в электрическом поле конденсатора запасается энергия, а при $p_C < 0$ энергия возвращается источнику. Энергия конденсатора рассчитывается по формуле

$$W_C = \frac{Cu_C^2}{2}. \quad (1.13)$$

Так как в индуктивности и емкости энергия не расходуется, эти элементы называют реактивными.

Ток в электрических цепях протекает от источников электрической энергии. Источники электрической энергии преобразуют другие виды энергии в электрическую. Различают источники тока и источники напряжения.

Источник напряжения (ЭДС). У идеального источника ЭДС напряжение не зависит от протекающего через него тока. Его ВАХ (вольт-амперная характеристика) представляет собой постоянную величину (рис. 1.7,б). У реальных источников ЭДС с изменением тока напряжение не остается постоянным (рис. 1.7,г). В эквивалентной схеме источника ЭДС это отражается наличием элемента R_i , называемого внутренним сопротивлением. Величина R_i может быть определена по ВАХ (рис. 1.7,г):

$$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (1.14)$$

Для лучшего приближения источника ЭДС к идеальному его внутреннее сопротивление должно быть как можно меньше.

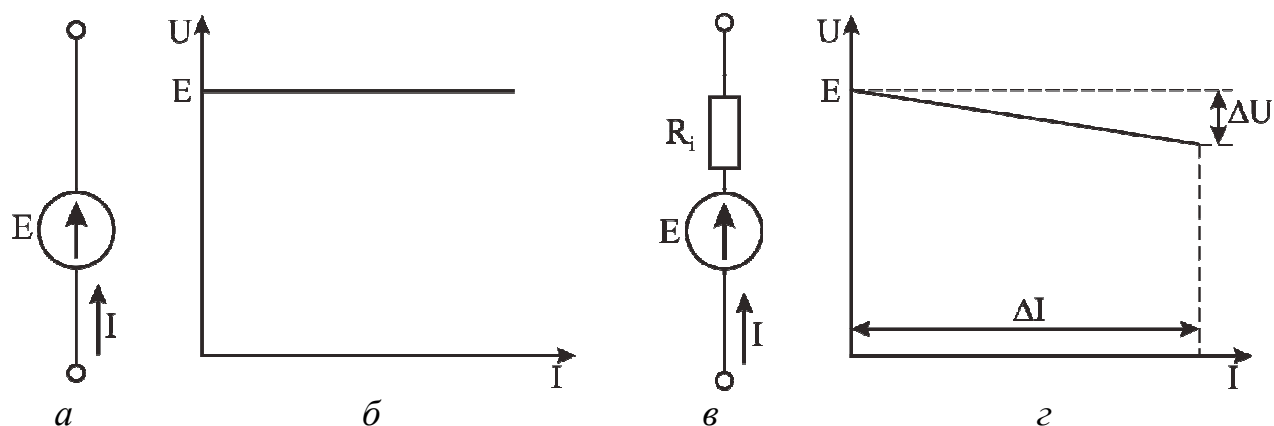


Рис. 1.7. Эквивалентная схема (а) и ВАХ (б) идеального источника ЭДС, эквивалентная схема (в) и ВАХ (г) реального источника ЭДС

Источник тока – это активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его выводах (рис. 1.8,б). Внутреннее сопротивление идеального источника тока – бесконечность. Реальный источник тока изображается в виде идеального с параллельным подключением к его выводам сопротивления R_i (рис. 1.8,в). Свойства реального источника тока приближаются к идеальному при увеличении сопротивления R_i .

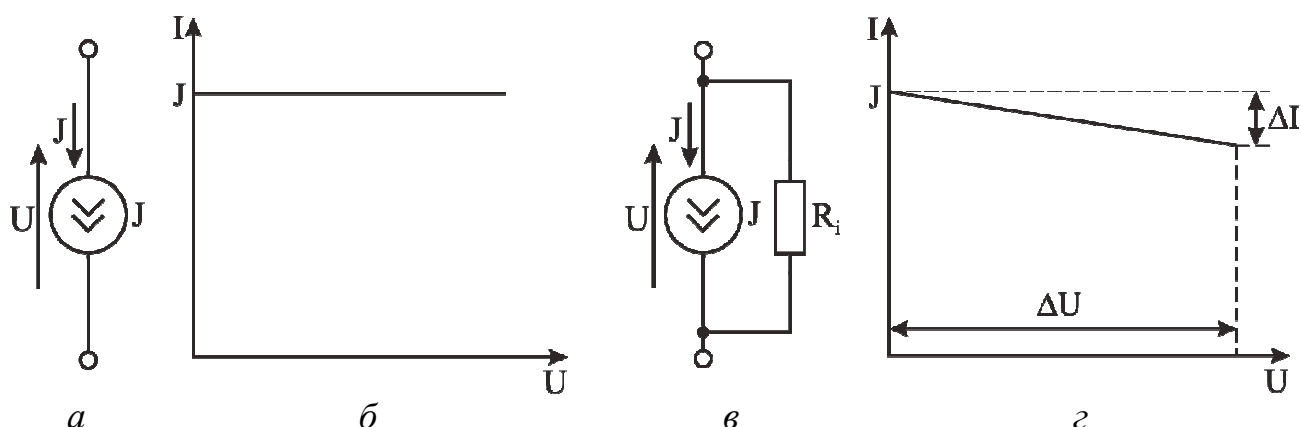


Рис. 1.8. Эквивалентная схема (а) и ВАХ (б) идеального источника тока, эквивалентная схема (в) и ВАХ (г) реального источника тока

Соединительные линии предназначены для подключения нагрузок к источникам энергии. В электротехнике условно принимают соединительные линии идеальными (рис. 1.9,а). В этом случае сопротивление между точками, которые соединяет линия, равно нулю. Если в расчетах использовать реальные линии, то необходимо учитывать сопротивление потерь (рис. 1.9,б).

Для описания электрических цепей используют следующие понятия:

Ветвь – участок цепи, по которому протекает один и тот же ток.

Узел – место соединения 3 и более ветвей.

Контур – замкнутый участок цепи, в который любая ветвь входит только один раз. **Независимый** контур – контур, который содержит хотя бы одну ветвь, не входящую в другие контуры.

Цепь, состоящая из одной ветви, называется **неразветвленной**. Цепь, содержащая источники электрической энергии, называется **активной**, не содержащая – **пассивной**. Если цепь содержит только один источник энергии, то цепь называется **простой**, если два и больше – **сложной**.

На рис. 1.10 приведен пример сложной активной разветвленной электрической цепи. Представленная электрическая цепь имеет 6 ветвей и 4 узла. В ней можно выделить 7 контуров, из которых 3 независимых.

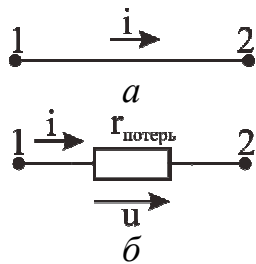


Рис. 1.9. Идеальная (а) и реальная (б) соединительные линии

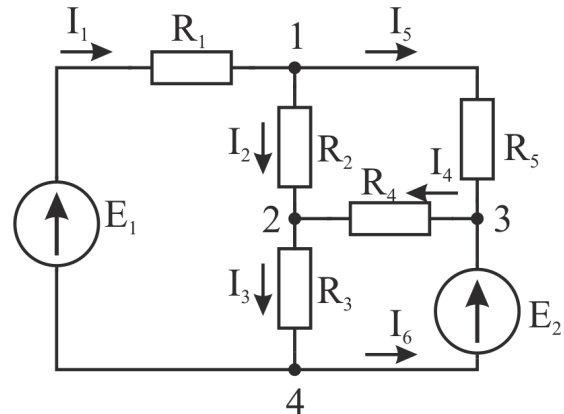


Рис. 1.10. Пример электрической цепи

Измерение напряжений на элементах электрической цепи и протекающих через них **токов** производится вольтметрами и амперметрами соответственно (рис. 1.11, а, в). Для измерения напряжения на участке цепи вольтметр подключается параллельно данному участку, а для измерения тока амперметр включается в цепь последовательно (рис. 1.12). При этом показания вольтметра $V = U_1 + U_5 = I_1 R_1 + I_5 R_5$, а показания амперметра $A = I_6$.

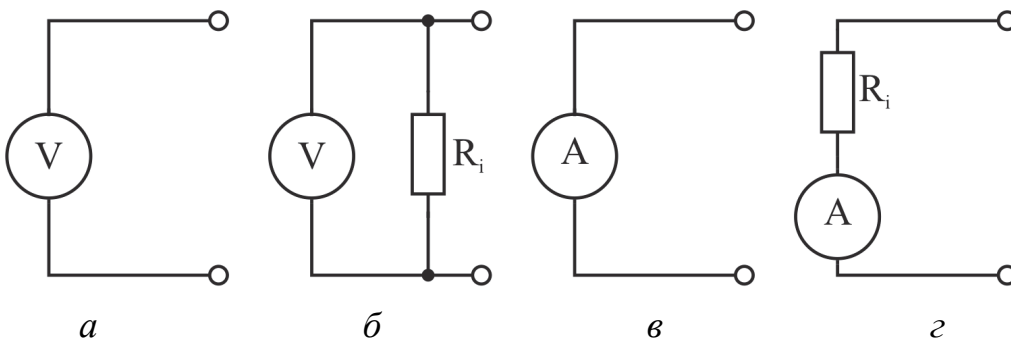


Рис. 1.11. Графическое изображение идеального и реального вольтметра (а, б) и амперметра (в, г)

Чтобы не вносить искажений в режим работы электрической цепи, внутреннее сопротивление идеального вольтметра должно равняться бесконечности, а внутреннее сопротивление идеального амперметра – нулю. В реальности у вольтметра существует сопротивление утечки, которое на эквивалентной схеме подключается параллельно ему (рис. 1.11, б), а у амперметра существует сопротивление потерь, которое на эквивалентной схеме подключается последовательно с ним (рис. 1.11, г).

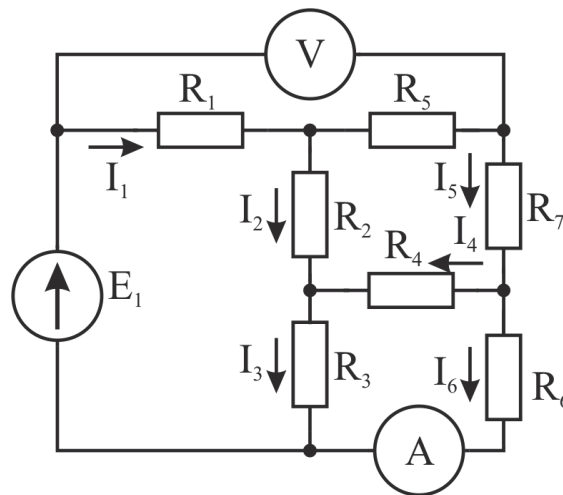


Рис. 1.12. Пример подключения вольтметра и амперметра к электрической цепи

В электротехнике приняты три формы записи **закона Ома**:

- для участка цепи (рис. 1.13,а) – $I = U/R$;
- для полной цепи (рис. 1.13,б) – $I = E/(r_i + R)$;
- обобщенный закон Ома (рис. 1.13,в) – $I = (E - U)/R$.

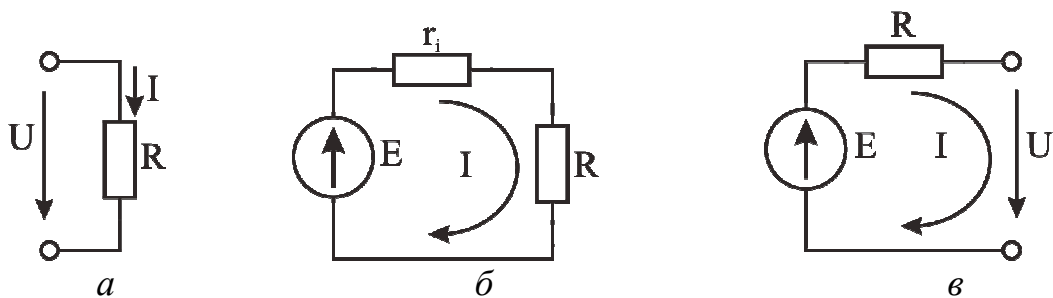


Рис. 1. 13. Формы записи закона Ома: для участка цепи (а), для полной цепи (б), обобщенный закон Ома (в)

При расчетах электрических цепей наряду с законом Ома используют законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа определяет баланс токов в разветвленной цепи. Алгебраическая сумма токов в узле равна 0:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0. \quad (1.15)$$

Обычно положительным выбирается направление тока, втекающего в узел. Для электрического узла, показанного на рис. 1.14, первый закон Кирхгофа записывается в виде

$$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0.$$

Первый закон Кирхгофа основан на законе сохранения заряда и том факте, что в узле заряд не накапливается.

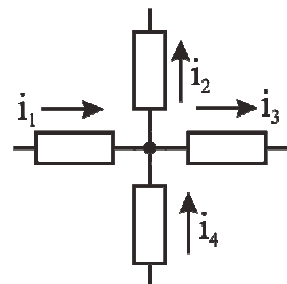


Рис. 1.14. Пример электрического узла

Второй закон Кирхгофа устанавливает баланс напряжений в замкнутом контуре. Алгебраическая сумма ЭДС в любом контуре цепи равна алгебраической сумме падений напряжения на элементах этого контура:

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{l=1}^m u_l. \quad (1.16)$$

Обход контура совершается в произвольном направлении. Если ЭДС или падение напряжения на элементе совпадают с направлением обхода, они берутся с положительным знаком. Для примера на рис. 1.15 второй закон Кирхгофа записывается в следующем виде:

$$e_1 - e_2 + e_3 = -u_{R1} + u_{R2} + u_{R3} - u_{R4};$$

$$e_1 - e_2 + e_3 = -R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 - R_4 i_4.$$

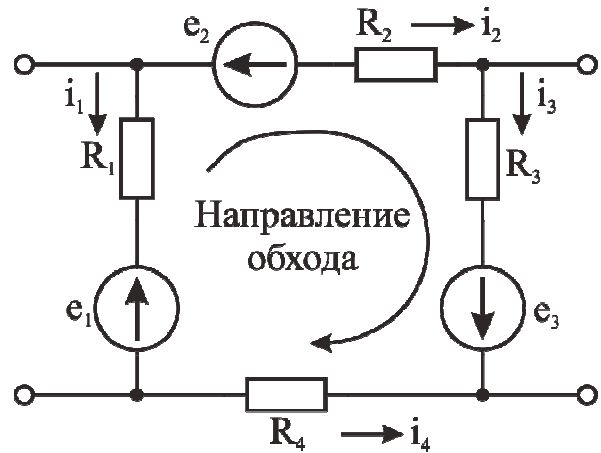


Рис. 1.15. Пример обхода контура

Законы Кирхгофа и Ома справедливы для цепей как постоянного, так и переменного тока.

Элементы электрических цепей могут соединяться различными способами. Чаще всего элементы соединяются последовательно, параллельно, «звездой» и «треугольником».

При **последовательном соединении** через все элементы цепи течет одинаковый ток (рис. 1.16,а), а приложенное к цепи напряжение u , в соответствии со вторым законом Кирхгофа, равно сумме падений напряжений на отдельных элементах. Формулы для расчета значений общего элемента (рис. 1.16,а) при последовательном соединении будут иметь вид:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n, \quad L = L_1 + L_2 + \dots + L_n, \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

Параллельное соединение элементов (рис. 1.16,б) имеет место в случае, когда на всех элементах действует одинаковое напряжение. Формулы для расчета значений общего элемента (рис. 1.16,б) при параллельном соединении будут иметь вид:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}, \quad \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}, \quad C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Методика выполнения работы

Измерение сопротивлений, индуктивностей и емкостей, установленных на лабораторном стенде (см. приложение), осуществляется мультиметром VC 9800⁺. Выбор измеряемой величины и предел измерения осуществляется переключателем диапазонов (центральный переключателем), при этом следует помнить, что выбранный предел измерения должен превышать номинальное значение элементов, указанное на стенде. При измерении сопротивлений измерительные щупы должны быть подключены к входам «COM» и «VΩHz» мультиметра.

тиметра (два крайних правых гнезда), а при измерении индуктивностей и емкостей – к входам «Сх/Лх» мультиметра (два центральных гнезда).

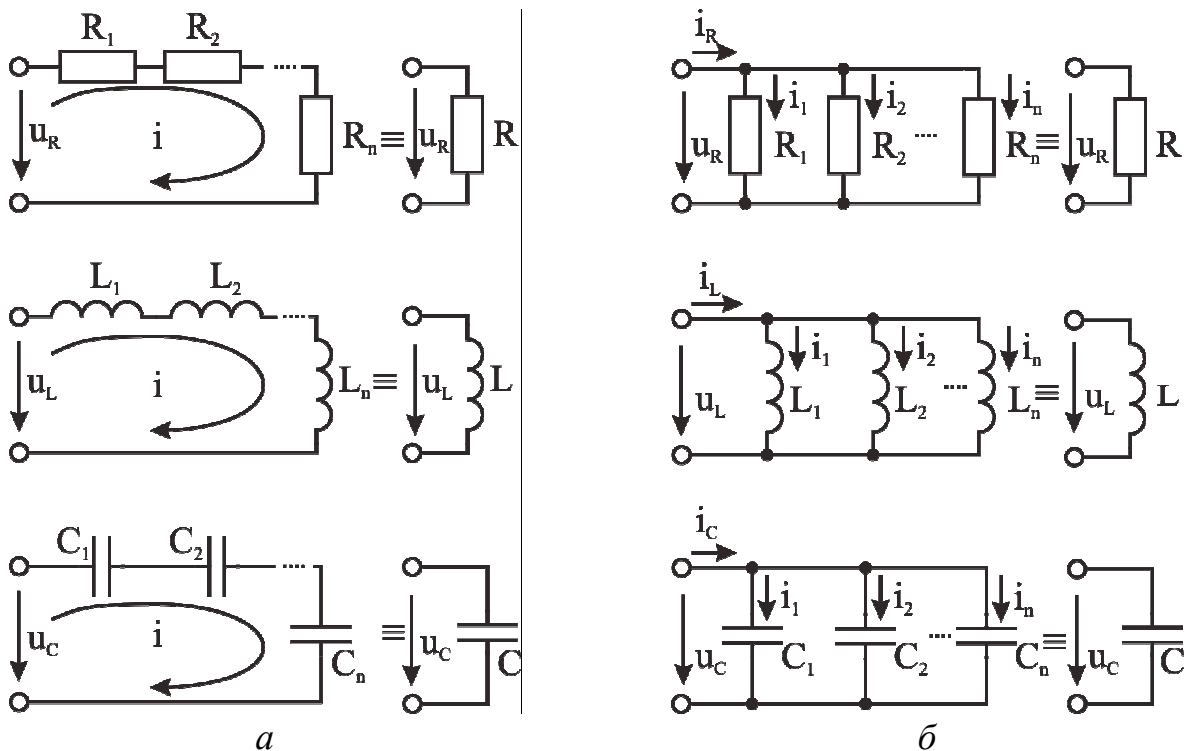


Рис. 1.16. Последовательное (а) и параллельное (б) соединения сопротивлений, индуктивностей, емкостей с их эквивалентами

В отчете необходимо привести условно-графическое обозначение каждого измеряемого элемента и комбинации измеряемых соединений элементов (последовательного и параллельного соединений). Напротив каждого условно-графического обозначения необходимо записать номинальное и измеренное значение исследуемого элемента или комбинации элементов.

При проведении измерений комплекта из 10 резисторов необходимо уточнить номинальное значение сопротивления у преподавателя.

Для проведения исследований сигналов различной формы необходимо использовать цифровой генератор напряжений специальной формы – GFG 3015 и цифровой осциллограф АКИП 4115/3А. Первый канал осциллографа необходимо подключить к выводу источника ЭДС на лабораторном стенде.

Тип исследуемого сигнала устанавливается на генераторе кнопкой «ФОРМА», а форма установленного сигнала отображается в виде пиктограммы в верхнем левом углу экрана генератора. Значение частоты, амплитуды, смещения и асимметрии исследуемого сигнала устанавливается с помощью цифровой клавиатуры при нажатии соответствующей кнопки («ЧАСТОТА», «АМПЛ», «СМЕЩ» или «АСИММ»). Фиксация установленного значения амплитуды и смещения осуществляется нажатием клавиши « V_{pp} ». Фиксация установленного значения асимметрии осуществляется нажатием клавиши «%». Фиксация установленного значения частоты осуществляется нажатием клавиш «Гц», «кГц» или «МГц» в зависимости от необходимого диапазона.

Синхронизация полученного на экране осциллографа сигнала осуществляется вращением кнопки-регулятора «УРОВЕНЬ». Уровень запуска (синхронизации) обозначается буквой «Т» и горизонтальной стрелкой в левой части экрана осциллографа (для синхронизации сигнала необходимо переместить уровень запуска в область экрана осциллографа, занимаемую сигналом). Если стрелка рядом с цифрой вертикальная, это значит, что уровень синхронизации находится за пределами экрана. Нажатие на кнопку-регулятор «УРОВЕНЬ» производит автоматическую установку уровня синхронизации равным 0 мВ.

Нулевой уровень полученного на экране осциллографа сигнала необходимо совместить с центральной линией экрана. Нулевой уровень сигнала первого канала осциллографа обозначен цифрой «1» и горизонтальной стрелкой в левой части экрана осциллографа. Если стрелка рядом с цифрой вертикальная, это значит, что нулевой уровень сигнала находится за пределами экрана. Регулировка сигнала по вертикали осуществляется ручкой «СМЕЩЕНИЕ», находящейся в разделе управления каналом вертикального отклонения на передней панели осциллографа.

После этого необходимо совместить выбранное начало сигнала с ближайшей координатной точкой на экране осциллографа. Регулировка сигнала по горизонтали осуществляется ручкой «СМЕЩЕНИЕ», находящейся в разделе управления каналом горизонтального отклонения на передней панели осциллографа. Полученную осциллограмму необходимо зарисовать в отчет, указав на осях масштаб и размерность измеряемых величин. Текущий масштаб по осям отображается в нижней части экрана осциллографа. В отчете должно быть отображено не менее двух периодов исследуемого сигнала.

Амплитудные значения напряжений сигналов различной формы измеряются осциллографом. Курсорами в режиме «НАПРЯЖЕНИЕ» отмечается минимальное и максимальное значение сигнала. Выбранный курсор перемещается с помощью ручки «УСТАНОВКА». Амплитудное значение напряжения для синусоидального, прямоугольного и треугольного сигналов определяется как

$$U_m = \Delta U / 2,$$

при этом значение ΔU отображается в верхнем левом углу экрана осциллографа. Для импульсного сигнала $U_m = \Delta U$.

Временные интервалы измеряются курсорами в режиме «ВРЕМЯ». Курсоры подводятся с помощью ручки «УСТАНОВКА» к началу и концу измеряемого участка. Значение временного интервала ΔT отображается в верхнем левом углу экрана осциллографа.

Порядок выполнения работы

Перед выполнением лабораторной работы необходимо:

- составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, все исследуемые схемы, таблицы и расчеты, указанные в программе работы. Схемы и таблицы должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД.

• изучить лабораторный стенд (см. приложение), порядок проведения измерений электрических величин с помощью мультиметра VC 9808⁺, работу генератора GFG -3015 и осциллографа АКИП-4115/3А, а также методику выполнения работы.

СТУДЕНТ, НЕ ПОДГОТОВИВШИЙ ОТЧЕТ, К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ НЕ ДОПУСКАЕТСЯ.

1. Изучение методики измерения основных параметров элементов электрических цепей с помощью цифрового мультиметра.

1.1. На лабораторном макете с помощью мультиметра измерить значения сопротивлений R_1, R_2 , индуктивностей L_1, L_2 и емкостей C_1, C_2 .

1.2. С помощью мультиметра измерить значения последовательного соединения сопротивлений R_1, R_2 , индуктивностей L_1, L_2 и емкостей C_1, C_2 .

1.3. С помощью мультиметра измерить значения параллельного соединения сопротивлений R_1, R_2 , индуктивностей L_1, L_2 и емкостей C_1, C_2 .

1.4. Получить у преподавателя набор из 10 резисторов. С помощью мультиметра измерить величину сопротивления каждого резистора. Данные занести в таблицу.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}
Измеренное значение сопротивления, Ом										
$\langle R \rangle$										
Отн. погрешн., %										

По данным таблицы:

- рассчитать среднее значение сопротивления по формуле

$$\langle R \rangle = \frac{\sum R_i}{n},$$

где n – число измеренных резисторов;

- вычислить относительную погрешность отклонения значения сопротивления каждого резистора от номинального значения в %

$$\delta = \frac{\Delta R}{R_{\text{ном}}} = \frac{R_i - R_{\text{ном}}}{R_{\text{ном}}} \cdot 100\%;$$

- убедиться, что относительная погрешность не превышает 10 %.

2. Исследование основных видов переменных сигналов с помощью осциллографа.

2.1. Включить цифровой запоминающий осциллограф АКИП 4115/3А и генератор сигналов специальной формы GFG 3015.

2.2. Исследование параметров переменного напряжения гармонической (синусоидальной) формы.

2.2.1. Установить на генераторе сигнал гармонической формы с частотой 5 кГц, амплитудой 5 В и асимметрией 50 %.

2.2.2. Установить на осциллографе развертку по вертикали 2 В/деление, по горизонтали 25 мкс/деление.

2.2.3. Зарисовать полученную осциллограмму в отчет, с помощью курсоров определить амплитуду сигнала, период, циклическую и линейную частоту.

2.3. Исследование параметров переменного напряжения треугольной формы.

2.3.1. Переключить генератор на формирование сигнала треугольной формы.

2.3.2. Зарисовать полученную осциллограмму в отчет, с помощью курсоров определить амплитуду сигнала, период и линейную частоту.

2.4. Исследование параметров переменного напряжения прямоугольной формы.

2.4.1. Переключить генератор на формирование сигнала прямоугольной формы.

2.4.2. Зарисовать полученную осциллограмму в отчет, с помощью курсоров определить амплитуду сигнала, период и линейную частоту.

2.5. Исследование параметров импульсного переменного напряжения.

2.4.1. Установить на генераторе смещение 2,5 В, асимметрию 20 %.

2.4.2. Зарисовать полученную осциллограмму в отчет, с помощью курсоров определить амплитуду сигнала, длительность импульса, период и линейную частоту. По полученным данным определить скважность последовательности импульсов $Q = T/t_{\text{и}}$.

2.5. Провести анализ полученных результатов.

Контрольные вопросы

1. Сформулировать закон Ома.
2. Сформулировать законы Кирхгофа.
3. Что такое источник ЭДС?
4. Что такое источник тока?
5. Какое внутреннее сопротивление должны иметь амперметр и вольтметр?
6. Как рассчитывается общее сопротивление при последовательном и параллельном соединениях?
7. Как рассчитывается индуктивность при последовательном и параллельном соединениях?
8. Как рассчитывается емкость при последовательном и параллельном соединениях?
9. Как преобразовать соединение сопротивлений «звездой» в «треугольник» и обратно?
10. Основные параметры сигналов гармонической, импульсной и треугольной формы.

11. Изобразите с обозначением масштабов по горизонтальной и вертикальной осям напряжение, которое описывается выражением

$$U(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) + U_0, \text{ если } U_m = 5 \text{ В}, \omega = 100 \text{ рад/с}, \varphi_0 = \pi/6, U_0 = 2,5 \text{ В}.$$

12. Изобразите с обозначением масштабов по горизонтальной и вертикальной осям напряжение, которое описывается выражением

$$U(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + U_0, \text{ если } U_m = 2 \text{ В}, \omega = 100 \text{ рад/с}, \varphi_0 = \pi/4, U_0 = -3 \text{ В}.$$

13. Изобразите с обозначением масштабов по горизонтальной и вертикальной осям импульсное напряжение прямоугольной формы, которое имеет следующие параметры: $f = 100 \text{ кГц}$, $U_m = 3 \text{ В}$, $Q = 4$.

ТЕМА 2

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Постоянным называется электрический ток, неизменный по направлению и величине. Мгновенные значения тока и напряжения в цепи постоянного тока всегда одинаковые: $i(t) = I = \text{const}$, $u(t) = U = \text{const}$. Законы электротехники справедливы для мгновенных значений токов и напряжений, поэтому они являются общими как для цепей постоянного, так и для цепей переменного тока. Особенностью цепей постоянного тока является то, что нагрузками в них могут быть только сопротивления.

Электрические цепи могут быть линейными и нелинейными, простыми и сложными, активными и пассивными.

Основной задачей при рассмотрении электрической цепи является расчет токов во всех ее ветвях, по известным токам можно рассчитать напряжения и выделяемую на ее элементах мощность. Существующие методы расчета электрических цепей отличаются различной степенью сложности.

Расчет простых электрических цепей (содержащих один источник энергии) заключается в последовательном преобразовании в один контур и нахождении токов по закону Ома.

Для расчета сложных электрических цепей (содержащих несколько источников энергии) применяются различные методы: метод наложения, метод расчета по законам Кирхгофа, метод контурных токов, метод узловых потенциалов, метод эквивалентного генератора.

Расчет по методу наложения основан на применении принципа суперпозиции: реакция от суммы воздействий равна сумме реакций от каждого из этих воздействий. Сложная электрическая цепь разбивается на простые цепи, каждая из которых содержит по одному источнику энергии. В каждой из полученных простых цепей находятся частные токи, создаваемые отдельными источниками энергии, далее, используя принцип суперпозиции, рассчитывают полные токи как сумму частных.

Расчет по законам Кирхгофа и методу контурных токов состоит в составлении системы алгебраических уравнений по законам Кирхгофа и нахождении из них необходимых токов в ветвях.

Метод эквивалентного генератора применяется, когда нужно найти ток только в одной выделенной ветви. Суть данного метода состоит в замене исходной схемы активным двухполюсником с эквивалентной ЭДС и входным сопротивлением.

Если рассматривать исходную цепь в виде активного двухполюсника, то в зависимости от сопротивления нагрузки можно выделить различные режимы работы электрической цепи (режим холостого тока, режим короткого замыкания и согласованный режим), характеризующиеся следующими основными параметрами: выходным напряжением и током, выходной мощностью, потребляемой от источника питания мощностью, коэффициентом полезного действия.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Для расчета сложных электрических цепей применяются методы наложения, контурных токов, узловых потенциалов, расчет по законам Кирхгофа, метод эквивалентного генератора.

Необходимо:

- рассчитать сложную электрическую цепь по законам Кирхгофа;
- рассчитать сложную электрическую цепь методом контурных токов;
- рассчитать ток в одной из ветвей схемы (задается преподавателем) методом эквивалентного генератора;
- проверить соблюдение I и II законов Кирхгофа для всех контуров и узлов схемы;
- проверить соблюдение баланса мощности.

Исходные данные:

- номер группы $N_{\text{гр}} = \frac{624}{abc}$, номер студента по журналу $N_{\text{ст}} = \frac{12}{km}$;
- номер схемы для расчета равен номеру студента по журналу $N_{\text{ст}}$ (рис. 2), если $N_{\text{ст}}$ по списку в журнале больше 16, то $N_{\text{ст}}$ схемы для расчета равен $N_{\text{ст}} - 16$;
- сопротивления $R_1=R_4$, $R_2=R_5$, $R_3=R_6$;
- сопротивление $R_1=10(1+k)$, [Ом];
- сопротивление $R_2=10(1+c)$, [Ом];
- сопротивление $R_3=10(1+a+m)$, [Ом];
- для $N_{\text{ст}} \leq 16$ – $E_1 = 12$ В, $E_2 = 5$ В, $J = 0.2$ А;
- для $N_{\text{ст}} > 16$ – $E_1 = 15$ В, $E_2 = 10$ В, $J = 0.3$ А.

Расчет электрической цепи по законам Кирхгофа

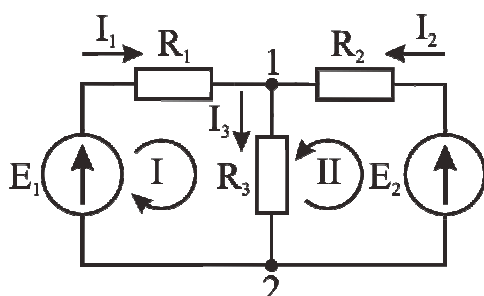


Рис. 1. Схема для расчета

Расчет любой электрической цепи можно провести на основании I и II законов Кирхгофа.

Количество уравнений, записываемое по I закону Кирхгофа, равняется числу узлов электрической цепи минус один. Таким образом, для схемы рис. 1, по I закону Кирхгофа получим одно уравнение для узла 1:

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (1)$$

Число уравнений, записываемых по II закону Кирхгофа, равно числу независимых контуров схемы и определяется как число ветвей схемы минус количество уравнений по I закону Кирхгофа. Для схемы на рис. 1 записываются уравнения по II закону Кирхгофа (контур I и II):

$$\begin{aligned} E_1 &= R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3, \\ E_2 &= R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3. \end{aligned} \quad (2)$$

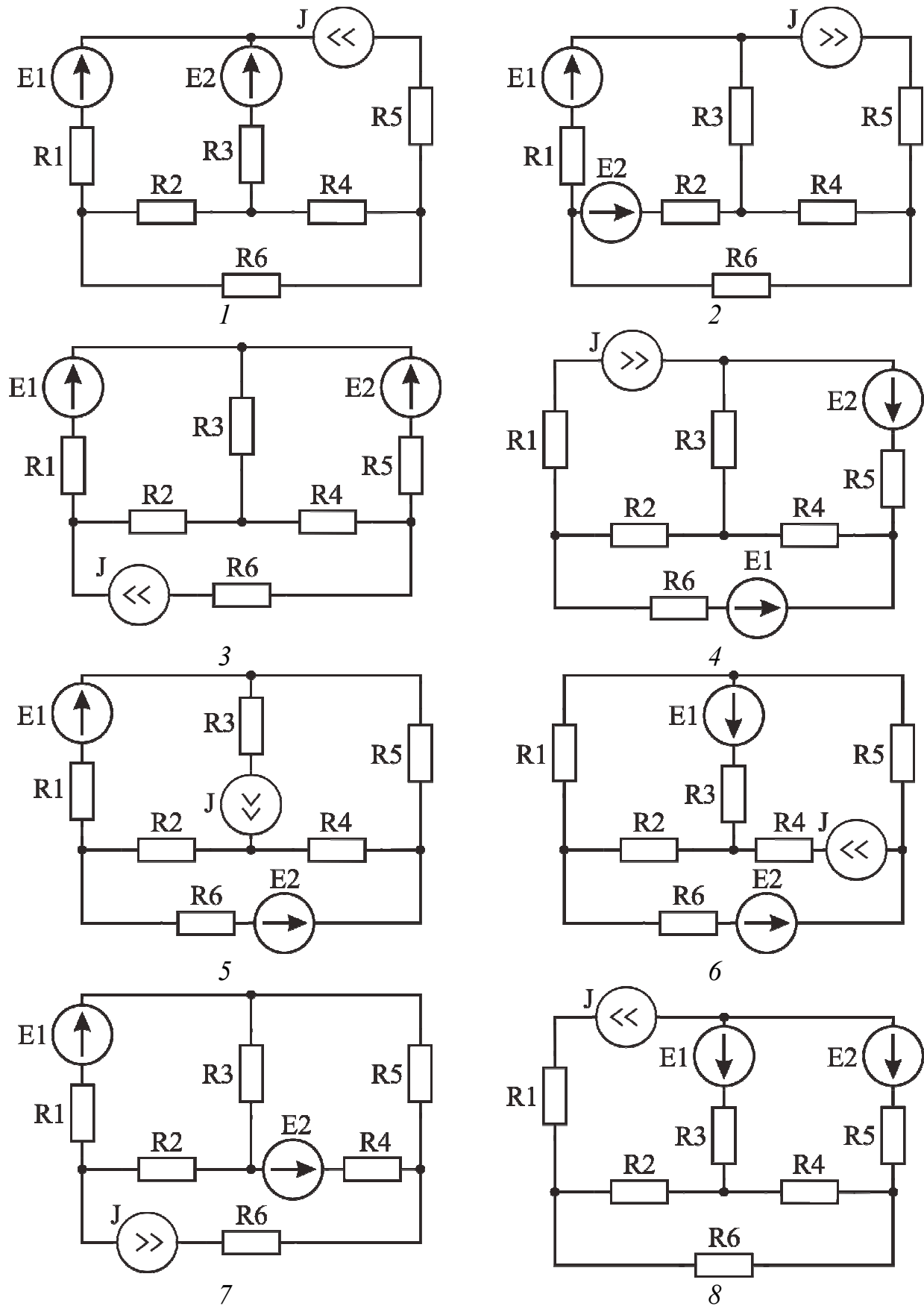
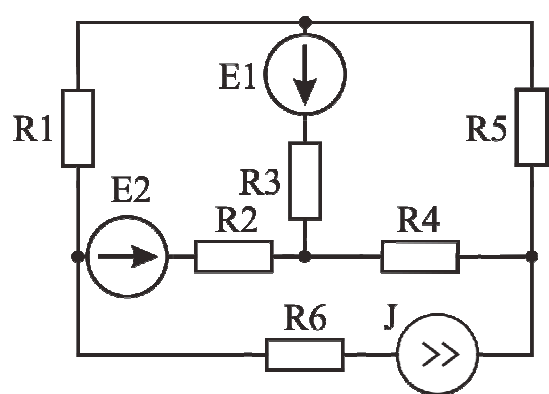
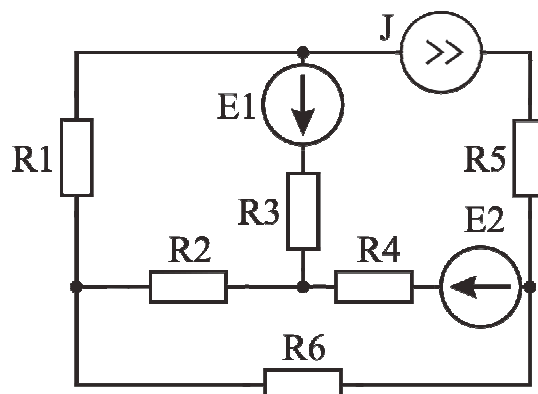


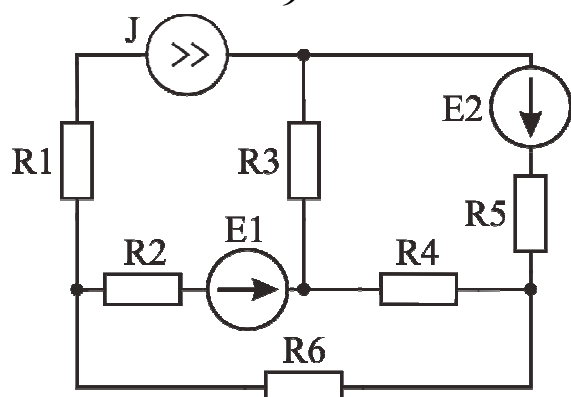
Рис. 2. Схемы для расчета сложной цепи постоянного тока в соответствии с номером варианта (начало)



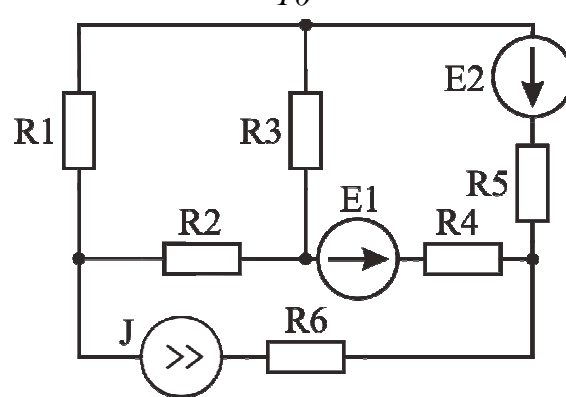
9



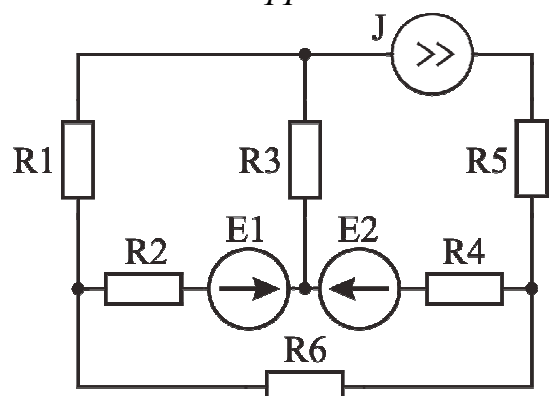
10



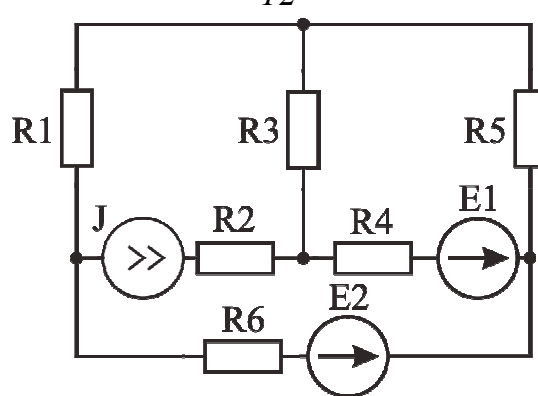
11



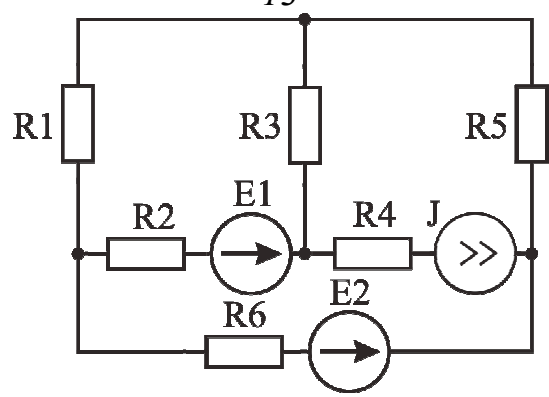
12



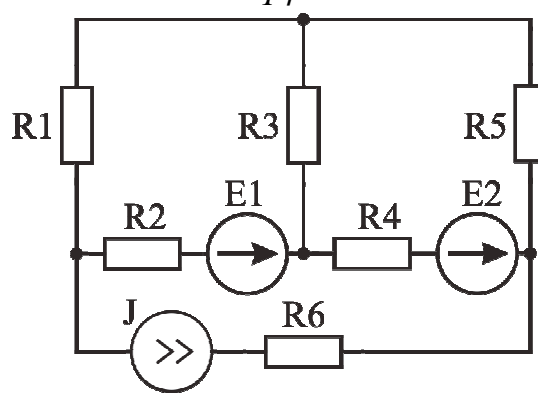
13



14



15



16

Рис. 2. Схемы для расчета сложной цепи постоянного тока в соответствии с номером варианта (окончание)

Таким образом, решая совместно систему из полученных уравнений, найдем искомые токи I_1 , I_2 , I_3 в ветвях схемы на рис. 1.

Особенности расчета возникают, когда в схеме присутствует источник тока. В данном случае количество уравнений по II закону Кирхгофа уменьшается на количество ветвей, содержащих источники тока (токи в ветвях с источниками тока известны). Кроме этого, по II закону Кирхгофа нельзя обходить контуры, содержащие источники тока, так как на них существует падение напряжения, которое необходимо определять дополнительно.

Расчет электрической цепи методом контурных токов

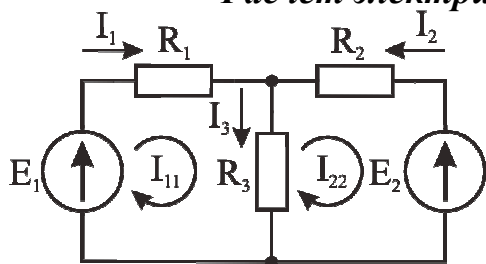


Рис. 3. Схема для расчета

Данный метод позволяет сократить количество уравнений. При расчете по этому методу в независимых контурах вводят контурные (расчетные) токи (для схемы на рис. 3 контурные токи I_{11} , I_{22}). Далее составляются уравнения по II закону Кирхгофа для контурных токов:

$$\begin{cases} E_1 = R_1 \cdot I_{11} + R_3(I_{11} - I_{22}) \\ -E_2 = R_2 \cdot I_{22} + R_3(I_{22} - I_{11}) \end{cases} \quad (3)$$

Из решения системы двух уравнений определяем контурные токи I_{11} и I_{22} , а по ним находим реальные токи

$$I_1 = I_{11}, \quad I_2 = -I_{22}, \quad I_3 = I_{11} - I_{22}. \quad (4)$$

Таким образом, мы видим, что количество уравнений по сравнению с методом, основанным на законах Кирхгофа, уменьшается и определяется уже не числом ветвей, а числом независимых контуров.

Если в схеме присутствует источник тока, то контурные токи выбираются так, чтобы через ветвь с источником тока проходил только один контурный ток. Он считается известным (равен току источника). Для остальных контурных токов составляются уравнения по II закону Кирхгофа (обходить контуры, содержащие источники тока, нельзя, так как на них существует падение напряжения, которое необходимо определять дополнительно). Следовательно, количество уравнений для расчета также уменьшается на число ветвей с источниками тока.

Расчет электрической цепи методом эквивалентного генератора

Во многих случаях требуется найти ток только в одной (выделенной) ветви электрической цепи. Такую задачу можно решить на основе метода эквивалентного генератора. Суть метода заключается в том, что электрическая цепь относительно выделенной ветви заменяется активным двухполюсником с эквивалентным ЭДС U_{xx} и входным сопротивлением $R_{вх}$ (рис. 4).

Ток в выделенной ветви рассчитывается по формуле

$$I_2 = U_{xx} / (R_{вх} + R_2). \quad (5)$$

Для нахождения тока I_2 требуется определить параметры эквивалентного двухполюсника $R_{вх}$ и U_{xx} . Они могут быть найдены расчетным и опытным путем. При расчете $R_{вх}$ в исходной электрической цепи выделенная ветвь отключается, а источники энергии заменяются внутренним сопротивлением (рис. 5) и

рассчитывается сопротивление цепи относительно зажимов 1-2 (входное сопротивление)

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}. \quad (6)$$

При определении напряжения холостого хода $U_{\text{хх}}$ выделенная ветвь отключается (рис. 6) и одним из методов рассчитывается напряжение между зажимами 1-2. В рассматриваемом примере цепь для нахождения $U_{\text{хх}}$ состоит из одного контура, ток в котором равен

$$I' = \frac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3}. \quad (7)$$

Далее напряжение холостого хода рассчитывается по закону Ома

$$U_{\text{хх}} = E_1 - R_1 \cdot I' = E_3 + R_3 \cdot I'. \quad (8)$$

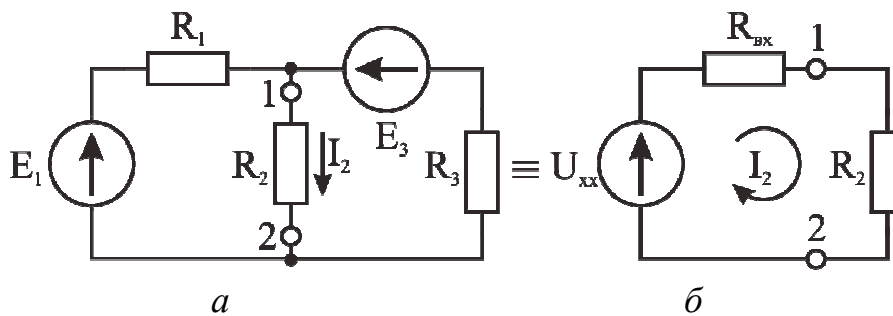


Рис. 4. Электрическая цепь (а) и ее эквивалентная схема (б)

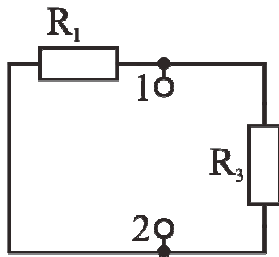


Рис. 5. Схема для расчета входного сопротивления

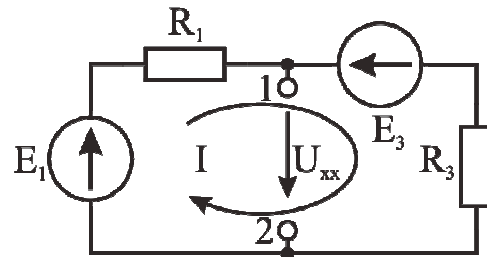


Рис. 6. Схема для расчета напряжения холостого хода

Для проверки правильности расчета электрических цепей составляют уравнение баланса мощности: алгебраическая сумма мощностей, отдаваемых источниками энергии, должна быть равна сумме мощностей, выделяемых в нагрузках:

$$\sum_{i=1}^n E_i \cdot I_i + \sum_{k=1}^p U_k \cdot J_k = \sum_{j=1}^m R_j \cdot I_j^2, \quad (9)$$

где E_i , I_i – напряжение источника ЭДС и протекающий через него ток, U_k , J_k – напряжение на зажимах источника тока и его ток, I_j – ток, протекающий через соответствующую нагрузку.

Мощность, выделяемая в нагрузках, всегда положительная.

Знак мощности источников ЭДС зависит от направлений ЭДС E_i и тока I_i , протекающего через них. Если направления совпадают, то мощность положительная (источник ЭДС отдает мощность), а если направления противоположные, то мощность отрицательная (источник ЭДС потребляет мощность).

Мощность источника тока считается положительной, если направление его тока втекает в положительный полюс напряжения на нем (рис. 7).

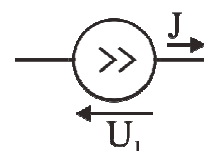
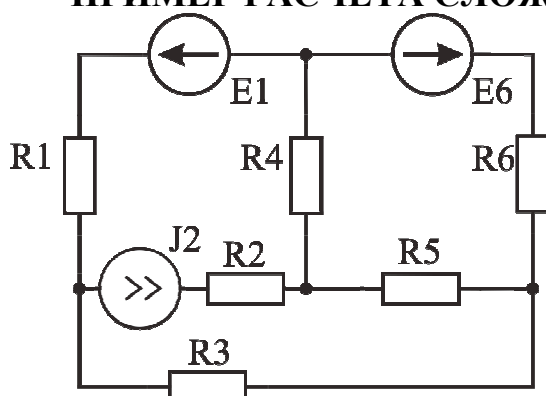


Рис. 7. Положительные направления тока и напряжения источника тока

ПРИМЕР РАСЧЕТА СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА



$$R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 30 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 50 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 60 \text{ Ом}$$

$$E_1 = 10 \text{ В}$$

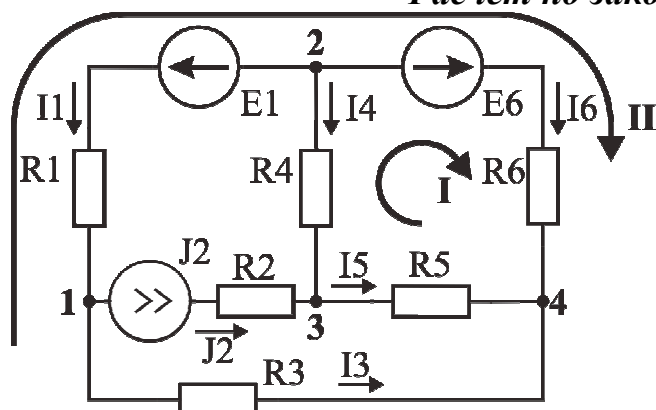
$$J_2 = 0.2 \text{ А}$$

$$E_6 = 60 \text{ В}$$

Необходимо:

- рассчитать сложную электрическую цепь по законам Кирхгофа;
- рассчитать сложную электрическую цепь методом контурных токов;
- рассчитать ток в одной из ветвей схемы (задается преподавателем) методом эквивалентного генератора;
- проверить соблюдение I и II законов Кирхгофа для всех контуров и узлов схемы;
- проверить соблюдение баланса мощности.

Расчет по законам Кирхгофа



Расставим положительные направления токов в ветвях.

Определим количество узлов (У), ветвей (В), ветвей с источниками тока (B_J), количество независимых контуров (НК):

$$У = 4,$$

$$В = 6, B_J = 1,$$

$$НК = 3.$$

Количество уравнений, записываемое по первому закону Кирхгофа:

$$У - 1 = 3.$$

Запишем уравнения по первому закону Кирхгофа:

$$\text{узел 1: } I_1 - J_2 - I_3 = 0;$$

$$\text{узел 2: } -I_1 - I_4 - I_6 = 0;$$

узел 3: $I_4 + J_2 - I_5 = 0$.

Количество уравнений, записываемое по второму закону Кирхгофа:

$$HK - B_J = 2.$$

Запишем уравнения по первому закону Кирхгофа:

контур I: $E_6 = I_6 R_6 - I_5 R_5 - I_4 R_4$;

контур II: $E_6 - E_1 = I_6 R_6 - I_3 R_3 - I_1 R_1$.

Таким образом, получили 5 уравнений (3 по первому закону Кирхгофа и 2 по второму закону Кирхгофа), из которых необходимо найти 5 неизвестных токов в ветвях (I_1, I_3, I_4, I_5, I_6).

Для решения данной системы уравнений используем матричный метод. Запишем данную систему в матричной форме:

$$AX = B,$$

где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -R_4 & -R_5 & R_6 \\ -R_1 & -R_3 & 0 & 0 & R_6 \end{pmatrix}$ – матрица системы, $X = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix}$ – стол-

бец неизвестных, $B = \begin{pmatrix} J_2 \\ 0 \\ -J_2 \\ E_6 \\ E_6 - E_1 \end{pmatrix}$ – столбец правых частей.

Тогда столбец неизвестных можно найти следующим образом:

$$X = A^{-1}B.$$

Подставим числовые значения и найдем искомые токи в ветвях:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -40 & -50 & 60 \\ -10 & -30 & 0 & 0 & 60 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0 \\ -0.2 \\ 60 \\ 50 \end{pmatrix}$$

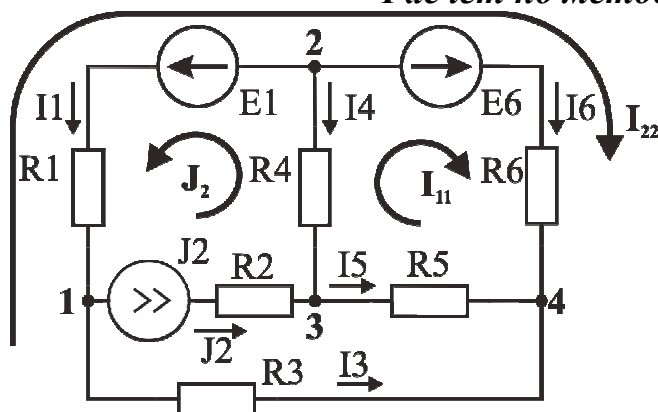
$$X = A^{-1}B \quad X = \begin{pmatrix} -0.2105 \\ -0.4105 \\ -0.3825 \\ -0.1825 \\ 0.5930 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = -0.2105 \text{ A}, \quad I_3 = -0.4105 \text{ A},$$

$$I_4 = -0.3825 \text{ A}, \quad I_5 = -0.1825 \text{ A},$$

$$I_6 = 0.5930 \text{ A}.$$

Расчет по методу контурных токов



Расчет по методу контурных токов (МКТ) позволяет сократить число уравнений в системе по сравнению с методом, основанным на законах Кирхгофа. Количество уравнений по МКТ определяется соотношением

$$HK - B_J = 2,$$

т.е. записывается то же число уравнений, что и по второму закону Кирхгофа.

Вводим расчетные контурные токи I_{11} и I_{22} , обозначаем ток J_2 . Записываем уравнения по второму закону Кирхгофа для I_{11} и I_{22}

$$\begin{cases} E_6 = I_{11}(R_6 + R_5 + R_4) + I_{22}R_6 + J_2R_4, \\ E_6 - E_1 = I_{22}(R_1 + R_6 + R_3) + I_{11}R_6 - J_2R_1. \end{cases}$$

Подставляем числовые значения:

$$\begin{cases} 60 = 150I_{11} + 60I_{22} + 8, \\ 50 = 100I_{22} + 60I_{11} - 2. \end{cases}$$

Решаем систему методом подстановки. Выражаем из первого уравнения системы ток I_{22} :

$$I_{22} = \frac{60 - 150I_{11} - 8}{60},$$

$$I_{22} = 0.8667 - 2.5I_{11}$$

и, подставляя его во второе уравнение системы

$$50 = 100(0.8667 - 2.5I_{11}) + 60I_{11} - 2,$$

находим I_{11}

$$50 = 86.67 - 250I_{11} + 60I_{11} - 2,$$

$$I_{11} = \frac{86.67 - 2 - 50}{250 - 60} = 0.1825 \text{ A.}$$

Подставляем полученное значение тока I_{11} в выражение для тока I_{22} :

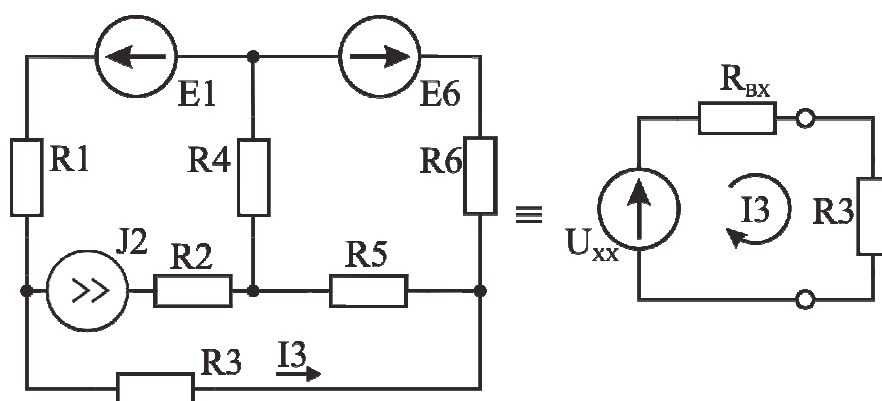
$$I_{22} = 0.8667 - 2.5 \cdot 0.1825 = 0.4105 \text{ A.}$$

Выражаем исходные токи в ветвях (I_1, I_3, I_4, I_5, I_6) через расчетные (контурные) токи I_{11} и I_{22} :

$$\begin{aligned} I_1 &= J_2 - I_{22} = 0.2 - 0.4105 = -0.2105 \text{ A}, \\ I_3 &= -I_{22} = -0.4105 \text{ A}, \\ I_4 &= -J_2 - I_{11} = -0.2 - 0.1825 = -0.3825 \text{ A}, \\ I_5 &= -I_{11} = -0.1825 \text{ A}, \\ I_6 &= I_{11} + I_{22} = 0.1825 + 0.4105 = 0.5930 \text{ A}. \end{aligned}$$

Полученные токи совпадают с токами, рассчитанными по методу, основанному на законах Кирхгофа.

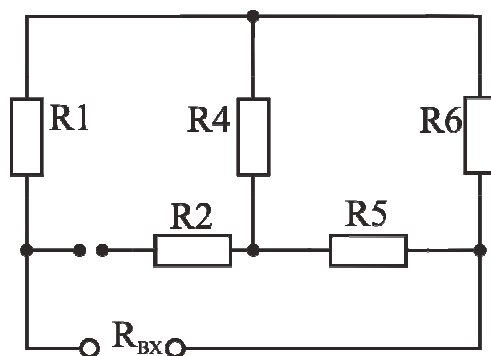
Расчет по методу эквивалентного генератора



Используя метод эквивалентного генератора, рассчитаем ток I_3 . Электрическую цепь относительно выделенной ветви (ветви с сопротивлением R_3) заменяем активным двухполюсником с эквивалентным ЭДС U_{XX} и входным сопротивлением R_{BX} .

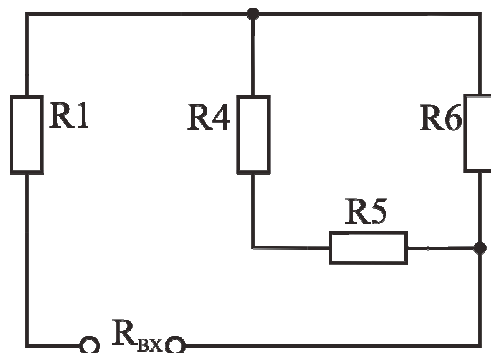
Ток в выделенной ветви определяется по формуле

$$I_3 = \frac{U_{XX}}{R_{BX} + R_3}.$$



Рассчитаем входное сопротивление R_{BX} . Для этого в исходной электрической цепи отключаем сопротивление R_3 , источники энергии заменяем их внутренним сопротивлением (источник ЭДС – проводником; источник тока – разрывом).

Далее, используя метод последовательных преобразований, рассчитываем входное сопротивление:

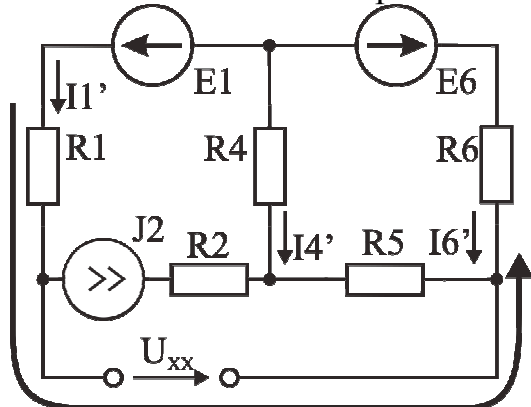


$$R_{45} = R_4 + R_5 = 90 \text{ Ом},$$

$$R_{456} = \frac{R_{45} \cdot R_6}{R_{45} + R_6} = 36 \text{ Ом},$$

$$R_{BX} = R_{456} + R_1 = 46 \text{ Ом}.$$

Рассчитываем напряжение холостого хода U_{XX} .

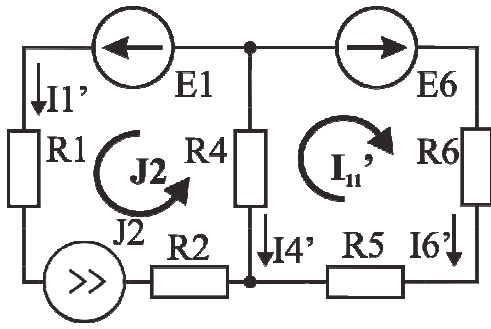


Для определения напряжения холостого хода U_{XX} выделенная ветвь отключается и одним из методов рассчитывается напряжение между зажимами. В данном случае составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$E_1 - E_6 = U_{XX} - I_6' R_6 + I_1' R_1,$$

откуда получаем выражение для U_{XX} :

$$U_{XX} = E_1 - E_6 + I_6' R_6 - I_1' R_1.$$



Исключим из схемы разорванные ветви и определим токи, необходимые для расчета U_{XX} :

$$I_1' = J_2 = 0.2 \text{ A.}$$

Используем метод контурных токов для нахождения тока I_6' . Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для контурного тока I_{11}' :

$$E_6 = I_{11}'(R_6 + R_5 + R_4) + J_2 R_4$$

и выразим ток I_{11}'

$$I_{11}' = \frac{E_6 - J_2 R_4}{R_6 + R_5 + R_4} = \frac{52}{150} = 0.3467 \text{ A,}$$

$$I_6' = I_{11}' = 0.3467 \text{ A.}$$

Подставим найденные токи в выражение для U_{XX} :

$$U_{XX} = E_1 - E_6 + I_6' R_6 - I_1' R_1,$$

$$U_{XX} = 10 - 60 + 20.8 - 2 = -31.2 \text{ В.}$$

Найдем искомый ток

$$I_3 = \frac{-31.2}{46 + 30} = -0.4105 \text{ A.}$$

Ток совпадает с токами, рассчитанными по законам Кирхгофа и методу контурных токов.

Проверка соблюдения первого и второго законов Кирхгофа для всех контуров и узлов схемы

Проверим соблюдение первого закона Кирхгофа для всех узлов схемы:

$$I_1 - J_2 - I_3 = 0,$$

$$-0.2105 - 0.2 - (-0.4105) = 0,$$

$$-I_1 - I_4 - I_6 = 0,$$

$$-(-0.2105) - (-0.3825) - 0.5930 = 0,$$

$$J_2 + I_4 - I_5 = 0,$$

$$0.2 + (-0.3825) - (-0.1825) = 0,$$

$$I_3 + I_5 + I_6 = 0,$$

$$-0.4105 - 0.1825 + 0.5930 = 0.$$

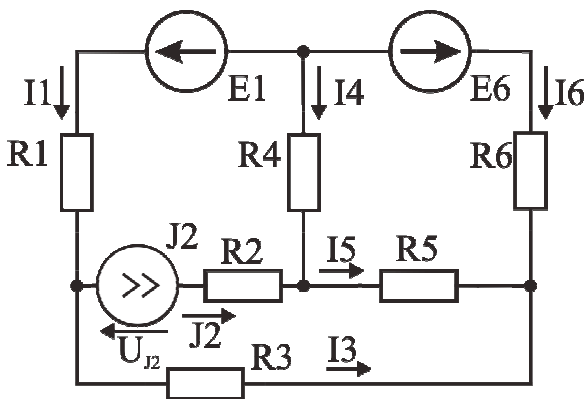
Первый закон Кирхгофа для всех узлов схемы выполняется.

Найдем падение напряжения на источнике тока U_{J2} . Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для контура J_2 - R_2 - R_5 - R_3 :

$$0 = -U_{J2} + J_2 R_2 + I_5 R_5 - I_3 R_3,$$

выразим U_{J2} :

$$U_{J2} = J_2 R_2 + I_5 R_5 - I_3 R_3,$$



$$U_{J2} = 4 + (-9.125) - (-12.32) = 7.195 \text{ В.}$$

Проверим соблюдение второго закона Кирхгофа для всех контуров схемы:

$$\begin{aligned} E_1 - E_6 &= I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_6 R_6, \\ -50 &= -2.105 - 12.32 - 35.58, \\ -50 &\approx -50.005, \\ E_1 &= I_1 R_1 - U_{J2} + J_2 R_2 - I_4 R_4, \\ 10 &= -2.105 - 7.195 + 4 - (-15.3), \\ 10 &= 10, \\ E_6 &= I_6 R_6 - I_5 R_5 - I_4 R_4, \\ 60 &= 35.58 - (-9.125) - (-15.3), \\ 60 &\approx 60.005, \\ 0 &= -U_{J2} + J_2 R_2 + I_5 R_5 - I_3 R_3, \\ 0 &= -7.195 + 4 + (-9.125) - (-12.32), \\ 0 &= 0, \\ E_6 - E_1 &= I_6 R_6 - I_5 R_5 - J_2 R_2 + U_{J2} - I_1 R_1, \\ 50 &= 35.58 - (-9.125) - 4 + 7.195 - (-2.105), \\ 50 &\approx 50.005, \\ E_1 &= I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_5 R_5 - I_4 R_4, \\ 10 &= -2.105 - 12.32 - (-9.125) - (-15.3), \\ 10 &= 10, \\ E_6 &= I_6 R_6 - I_3 R_3 - U_{J2} + J_2 R_2 - I_4 R_4, \\ 60 &= 35.58 - (-12.32) - 7.195 + 4 - (-15.3), \\ 60 &\approx 60.005. \end{aligned}$$

Второй закон Кирхгофа для всех контуров схемы выполняется.

Проверка соблюдения баланса мощности

Алгебраическая сумма мощностей, отдаваемых источниками энергии, должна быть равна сумме мощностей, выделяемых в нагрузках. Для искомой схемы баланс уравнение баланса мощности будет иметь вид:

$$\begin{aligned} I_1 E_1 + I_6 E_6 + J_2 U_{J2} &= I_1^2 R_1 + J_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6, \\ -2.105 + 35.58 + 1.439 &= 0.4431 + 0.8 + 5.055 + 5.853 + 1.665 + 21.10, \\ 34.91 &= 34.92. \end{aligned}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Целью работы является изучение существующих методов расчета сложных электрических цепей и исследование режимов работы цепи постоянного тока.

Общие сведения

Постоянным называется электрический ток, неизменный по направлению и величине. Мгновенные значения тока и напряжения в цепи постоянного тока всегда одинаковые: $i(t) = I$, $u(t) = U$. Законы электротехники справедливы для мгновенных значений токов и напряжений, поэтому они являются общими для цепей как постоянного, так и переменного тока. Особенностью цепей постоянного тока является то, что нагрузками в них могут быть только сопротивления. Действительно, в соответствии с соотношениями между токами и напряжениями для индуктивностей и емкостей вида

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}, \quad i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad (2.1)$$

напряжение на индуктивности и ток через емкость при постоянных величинах i_L и u_C оказываются равными $u_L = 0$, $i_C = 0$. Это означает, что индуктивность в цепях постоянного тока можно рассматривать как короткое замыкание, а емкость - как разрыв. Таким образом, цепи постоянного тока могут включать в себя источники постоянного тока (генераторы тока), источники постоянного напряжения (источники ЭДС) и нагрузки в виде сопротивлений.

Электрические цепи могут быть линейными и нелинейными, простыми и сложными, активными и пассивными. Линейные цепи состоят только из элементов с линейными ВАХ. Для линейных цепей справедлив **принцип суперпозиции (принцип наложения)**: реакция от суммы воздействий равна сумме реакций от каждого из этих воздействий. В линейной цепи все источники электрической энергии действуют независимо друг от друга. Наличие в электрической цепи хотя бы одного элемента с нелинейной ВАХ делает всю цепь нелинейной. В дальнейшем будем рассматривать линейные цепи.

Активная цепь, наряду с нагрузками, содержит источники электрической энергии, пассивная цепь состоит только из нагрузок. Простая цепь содержит один источник электрической энергии, сложная – два или более.

Частным случаем электрических цепей являются двухполюсники, имеющие два входных зажима (рис. 2.1). Двухполюсник, состоящий только из пассивных элементов (нагрузок), называется пассивным. Если кроме нагрузок двухполюсник содержит источники электрической энергии, он является активным.

Двухполюсники любой сложности и конфигурации можно заменить эквивалентной схемой. Для пассивного двухполюсника эквивалентная схема представляет собой сопротивление, а для активного – источник ЭДС и сопротивление (рис. 2.2). Сопротивление $R_{вх}$ называют входным сопротивлением двухполюсника.

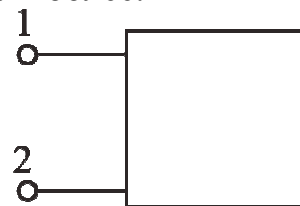


Рис. 2.1. Графическое изображение двухполюсника

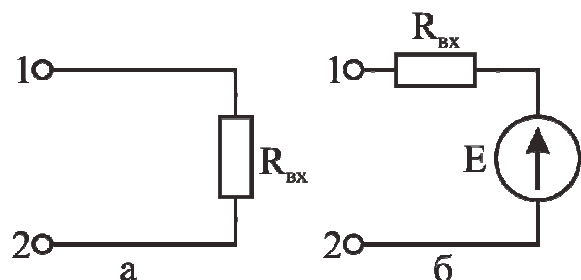


Рис. 2.2. Эквивалентные схемы пассивного (а) и активного (б) двухполюсников

Основной задачей при рассмотрении электрической цепи является расчет токов во всех ее ветвях. По известным токам можно рассчитать напряжения и выделяемую на ее элементах мощность. Существующие методы расчета электрических цепей отличаются различной степенью сложности.

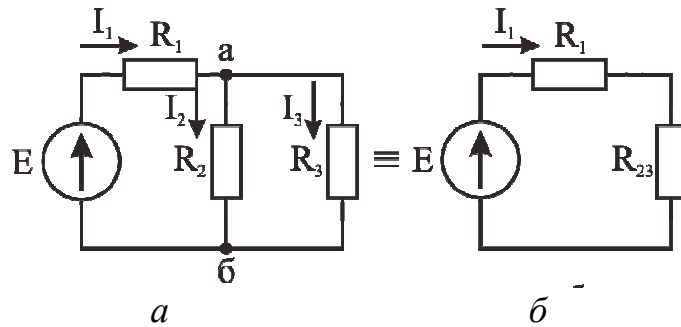


Рис. 2.3. Простая электрическая цепь (а) и ее эквивалент (б)

Простая цепь (пример на рис. 2.3) рассчитывается **методом последовательных преобразований**. В начале расчета следует обозначить токи в ветвях электрической цепи и указать их направления. Далее, применяя ряд упрощений (используя преобразования параллельно или последовательно соединенных элементов, а если необходимо, преобразования «треугольника» в «звезду» или наоборот), получают цепь в виде одного контура, в котором рассчитывается ток. Для приведенного на рис. 2.3 примера

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{23}}, \quad \text{где } R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}. \quad (2.2)$$

Далее рассчитываются напряжение между узлами а и б

$$U_{аб} = R_{23} \cdot I_1 \quad (2.3)$$

и токи в ветвях

$$I_2 = U_{аб}/R_2, \quad I_3 = U_{аб}/R_3. \quad (2.4)$$

Для расчета сложных цепей применяются методы наложения, контурных токов, узловых потенциалов, расчет по законам Кирхгофа. Рассмотрим порядок расчета по некоторым из них на примере цепи, показанной на рис. 2.4,а.

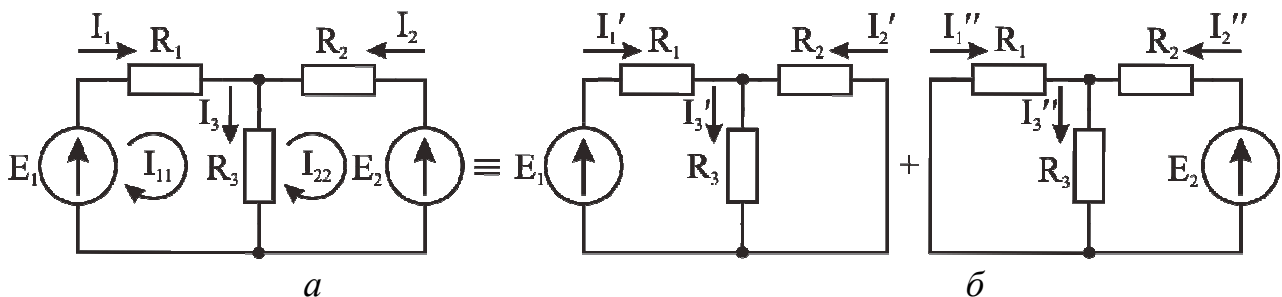


Рис. 2.4. Сложная электрическая цепь с двумя источниками ЭДС (а) и ее представление в виде двух простых цепей (б)

Расчет по **методу наложения** основан на применении принципа суперпозиции. Цепь разбивается на две простые цепи, каждая из которых содержит по одному источнику ЭДС E_1 или E_2 . При исключении одного из источников ЭДС

в простой цепи он заменяется короткозамкнутым участком, так как внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС равно нулю. В каждой цепи находятся частные токи I_1', I_2', I_3' и I_1'', I_2'', I_3'' , создаваемые соответственно источниками ЭДС E_1 и E_2 (рис. 2. 4, б). Далее рассчитываются полные токи как сумма частных:

$$I_1 = I_1' + I_1'', \quad I_2 = I_2' + I_2'', \quad I_3 = I_3' + I_3''. \quad (2.5)$$

Если ток после расчета имеет отрицательный знак, значит, первоначальное направление тока было выбрано неверно и его нужно изменить на противоположное.

Для проверки правильности расчета электрической цепи составляют **уравнение баланса мощности**: мощность, отдаваемая источником ЭДС, должна быть равна мощности, выделяющейся в нагрузках:

$$\sum_{i=1}^n E_i \cdot I_i + \sum_{k=1}^p U_k \cdot J_k = \sum_{j=1}^m R_j \cdot I_j^2. \quad (2.6)$$

Мощность, выделяемая в нагрузках, всегда положительная, а знак мощности источников ЭДС зависит от направлений ЭДС E_j и тока I_j , протекающего через них. Если направления совпадают, то мощность положительная (источник ЭДС отдает мощность), а если направления противоположные, то мощность отрицательная (источник ЭДС потребляет мощность). Мощность источника тока считается положительной, если направление его тока втекает в положительный полюс напряжения на нем.

Расчет электрической цепи может быть произведен по **законам Кирхгофа**. По I закону Кирхгофа для схемы рис. 2.4, а получим уравнение

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (2.7)$$

Для двух независимых контуров запишем уравнения по II закону Кирхгофа

$$\begin{aligned} E_1 &= R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3, \\ E_2 &= R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Решая систему из трех уравнений, находим токи I_1, I_2, I_3 .

Метод контурных токов позволяет сократить количество уравнений. При расчете по этому методу в независимых контурах вводят контурные (расчетные) токи (для схемы на рис. 2.4, а контурные токи I_{11}, I_{22}). Далее составляются уравнения по II закону Кирхгофа для контурных токов

$$\begin{cases} E_1 = R_1 \cdot I_{11} + R_3(I_{11} - I_{22}), \\ -E_2 = R_2 \cdot I_{22} + R_3(I_{22} - I_{11}). \end{cases} \quad (2.9)$$

Из решения системы двух уравнений определяем токи I_{11} и I_{22} , а по ним определяем реальные токи

$$I_1 = I_{11}, \quad I_2 = I_{22}, \quad I_3 = I_{11} - I_{22}. \quad (2.10)$$

Во многих случаях требуется найти ток только в одной (выделенной) ветви электрической цепи. Такую задачу можно решить на основе **метода эквивалентного генератора**. Суть метода заключается в том, что электрическая цепь, относительно выделенной ветви, заменяется активным двухполюсником с эквивалентным ЭДС U_{xx} и входным сопротивлением R_{xx} (рис. 2.5).

Ток в выделенной ветви рассчитывается по формуле

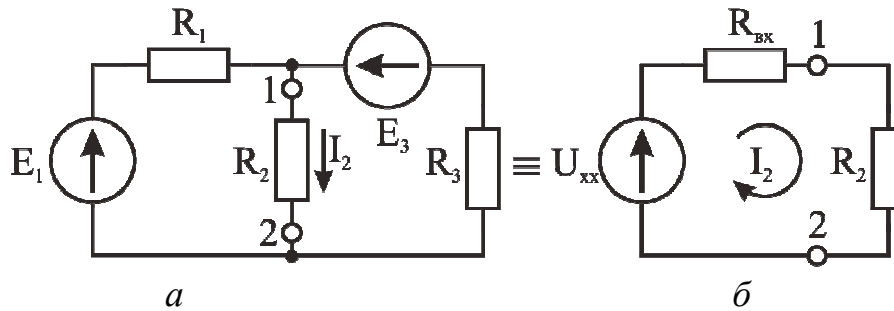


Рис. 2.5. Электрическая цепь (а) и ее эквивалентная схема (б)

$$I_2 = U_{xx} / (R_{вх} + R_2). \quad (2.11)$$

Для нахождения тока I_2 требуется определить параметры эквивалентного двухполусника $R_{вх}$ и U_{xx} . Они могут быть найдены расчетным и опытным путем. При расчете $R_{вх}$ в исходной электрической цепи выделенная ветвь отключается, а источник ЭДС закорачивается (рис. 2.6) и рассчитывается сопротивление цепи относительно зажимов 1 – 2 (входное сопротивление)

$$R_{вх} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}. \quad (2.12)$$

При расчете напряжения холостого хода U_{xx} выделенная ветвь отключается (рис. 2.7) и находится напряжение между зажимами 1-2. Полученная цепь (для примера рис. 2.7) состоит из одного контура, ток в котором равен

$$I = \frac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3}. \quad (2.13)$$

Далее находим напряжение холостого хода

$$U_{xx} = E_1 - R_1 \cdot I = E_3 + R_3 \cdot I. \quad (2.14)$$

При экспериментальном определении параметров эквивалентной схемы в режимах холостого хода и короткого замыкания измеряют U_{xx} и $I_{кз}$. При этом входное сопротивление рассчитывается по формуле

$$R_{вх} = U_{xx} / I_{кз}. \quad (2.15)$$

Рассмотрим цепь рис. 2.5,б, где сопротивление R_2 будем считать нагрузкой ($R_n = R_2$), напряжение холостого хода – напряжением источника ЭДС ($E = U_{xx}$), а сопротивление $R_{вх}$ – внутренним сопротивлением источника ЭДС ($R_i = R_{вх}$). При изменении сопротивления R_n в цепи будут существовать различные режимы работы, которые будут характеризоваться следующими основными параметрами:

- выходное напряжение $U = R_n \cdot I$;
- выходная мощность $P = U \cdot I = R_n \cdot I^2$;
- потребляемая от источника питания мощность $P_E = E \cdot I$;

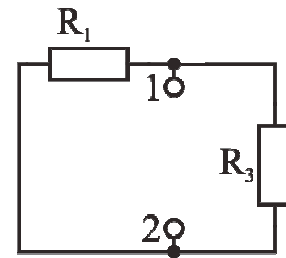


Рис. 2. 6. Схема для расчета входного сопротивления

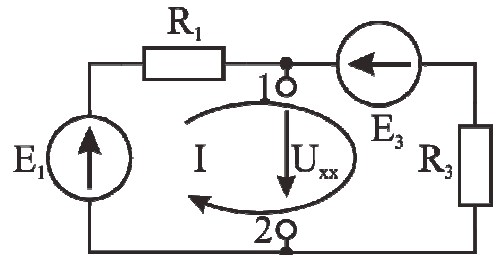


Рис. 2.7. Схема для расчета напряжения холостого хода

- коэффициент полезного действия $\eta = P/P_E = R_n/(R_n + R_i)$.

На рис. 2.8 показаны графики зависимостей этих параметров от величины выходного тока I .

Ток I может меняться в пределах от $I = 0$ до $I = I_{\text{макс}}$. Ток $I = 0$ соответствует режиму холостого хода, когда сопротивление нагрузки $R_n = \infty$. При этом выходное напряжение $U = E$, а КПД электрической цепи стремится к 1. В другом крайнем случае при $R_n = 0$ (режим короткого замыкания) выходной ток достигает максимума $I_{\text{макс}} = E/R_i$, а выходное напряжение и соответственно мощность в нагрузке и КПД равны нулю. Режим работы цепи при $R_i = R_n$ называется согласованным. В этом случае половина мощности выделяется в нагрузке, а другая половина – в источнике ЭДС и КПД составляет $\eta = 0.5$. Наибольший КПД соответствует режиму холостого хода.

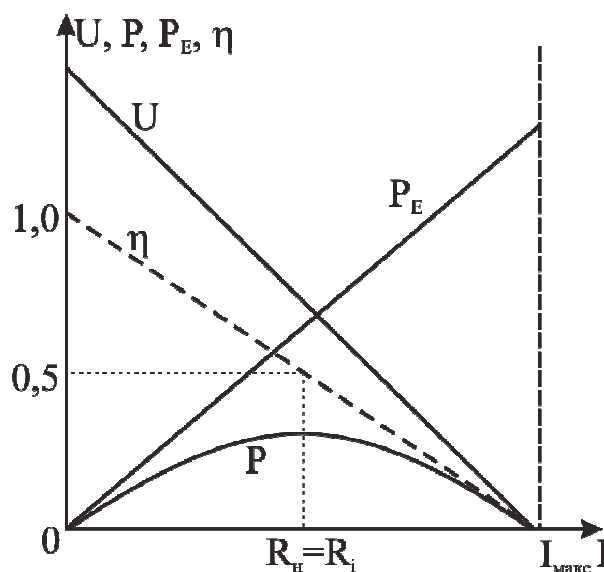


Рис. 2.8. Зависимость параметров электрической цепи от выходного тока

Методика выполнения работы

В качестве сопротивления нагрузки R_n использовать переменный резистор R_5 , а переменный резистор R_4 должен быть установлен на **ноль** (см. приложение).

Измерение напряжения на элементах и токов в ветвях осуществляется с помощью **двух** мультиметров VC 9808⁺, полученных у преподавателя. Для измерения напряжения на элементах и токов в ветвях необходимо перевести центральный переключатель на мультиметрах в соответствующие положения. При измерении мультиметры должны находиться в режиме измерения постоянного тока (DC).

Выставление номинала сопротивления нагрузки осуществляется при отключенном резисторе из схемы и контролируется с помощью мультиметра, переведенного в положение измерения сопротивления. Измерение тока и напряжения на элементах производится при подключенных сопротивлениях в цепь.

Измерение напряжения холостого хода U_{xx} осуществляется при $R_n = \infty$ (вместо R_n включается вольтметр), а параметр $I_{кз}$ измеряется при $R_n = 0$ (вместо R_n включается амперметр).

Порядок выполнения работы

Перед выполнением лабораторной работы необходимо:

- составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, исследуемые схемы (рис. 2.9 и 2.10), таблицы и расчет U_{xx} и $R_{вх}$. При расчете

U_{xx} и R_{bx} учитывать, что $E_{пит} = 10 \text{ В}$, $R_1 = 750 \text{ Ом}$, $R_2 = 1500 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ кОм}$, $R_4 = 0$. При выполнении работы в отчет необходимо записывать все формулы и расчеты, указанные в программе работы. Схемы и таблицы в отчете должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД;

- изучить лабораторный стенд (см. приложение), порядок проведения измерений электрических величин с помощью мультиметра VC 9808⁺, работу генератора GFG -3015 и осциллографа АКИП-4115/3А, а также методику выполнения работы.

СТУДЕНТ, НЕ ПОДГОТОВИВШИЙ ОТЧЕТ, К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ НЕ ДОПУСКАЕТСЯ.

1. Собрать электрическую цепь постоянного тока в соответствии со схемой рис. 2.9.

2. Измерить напряжение на источнике питания и ток через него для максимального и минимального значения сопротивления нагрузки. По формуле 2.16 определить внутреннее сопротивление источника питания

$$R_{вн} = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (2.16)$$

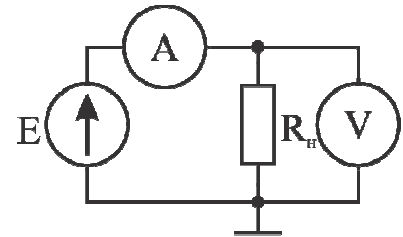


Рис. 2.9. Схема для измерения внутреннего сопротивления источника ЭДС

3. Собрать электрическую цепь постоянного тока в соответствии со схемой рис. 2.10. Выставить на генераторе напряжение синусоидальной формы с частотой $f = 5 \text{ кГц}$, амплитудой $U_m = 0.01 \text{ В}$, напряжением смещения 4.99 В .

4. Выставить сопротивление нагрузки $R_n = 1,5 \text{ кОм}$. Измерить токи во всех ветвях и напряжения на всех сопротивлениях электрической цепи. Данные занести в табл. 2.1. С помощью измеренного значения тока и номиналов сопротивлений рассчитать падение напряжения на каждом сопротивлении. Полученные данные занести в табл. 2.1. Проверить выполнение I и II законов Кирхгофа для всех узлов и контуров электрической цепи, учитывая рассчитанное внутреннее сопротивление источника питания.

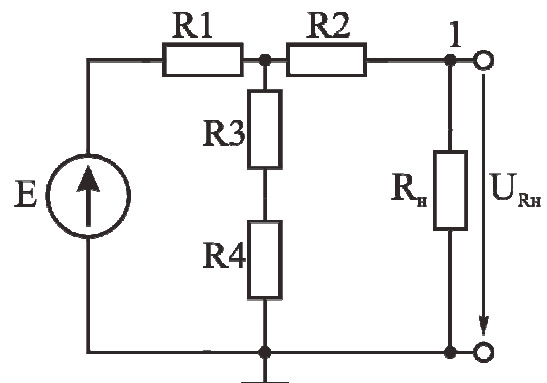


Рис. 2.10. Схема исследуемой электрической цепи постоянного тока

5. Снять зависимость тока I и напряжения $U_{Rн}$ при изменении сопротивления нагрузки в пределах $R_n = 0 \div 5 \text{ кОм}$ с шагом $\Delta R_n = 0,5 \text{ кОм}$. Рассчитать мощность в нагрузке для различных R_n . Данные занести в табл. 2.2.

6. Для схемы рис. 2.9 измерить параметры U_{xx} и $I_{кз}$ эквивалентного генератора относительно зажимов 1–2. По формуле $R_{вх} = U_{xx}/I_{кз}$ рассчитать входное сопротивление. Сравнить полученные значения с результатами расчета, полученными при подготовке отчета. С использованием данных рассчитать потребляе-

мую мощность от источников ЭДС и КПД для различных значений R_H , мощность источника определять как $P_E = U_{xx} \cdot I$. Данные занести в табл. 2.2.

7. Построить зависимости I , U , P_E , P и η от сопротивления нагрузки. Зависимости P_E , P отобразить на одном графике, а зависимости I , U и η на другом. На графиках указать масштаб и размерность всех отображаемых величин.

Таблица 2.1

Параметр	R_1		R_2		R_3		R_H	
I , мА								
U , В	Рас	Изм	Рас	Изм	Рас	Изм	Рас	Изм

Таблица 2.2

R_H , кОм	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
I , мА											
U , В											
P , Вт											
P_E , Вт											
η											

Контрольные вопросы

1. Какая электрическая цепь называется линейной?
2. Сформулируйте принцип суперпозиции.
3. Какие элементы могут быть нагрузками в цепях постоянного тока?
4. В чем заключается метод расчета простых электрических цепей?
5. Как производится расчет электрических цепей методом наложения?
6. Как производится расчет электрических цепей методом контурных токов?
7. В каких случаях для расчета электрических цепей применяется метод эквивалентного генератора?
8. Как рассчитываются параметры U_{xx} и $R_{вх}$ эквивалентного генератора?
9. Как изменяется режим работы электрической цепи при изменении сопротивления нагрузки?

ТЕМА 3

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

В электронике широко применяются периодические ЭДС, напряжения и токи различной формы (прямоугольной, треугольной, трапецеидальной, синусоидальной). Первичные источники электроэнергии (генераторы электростанций) создают ЭДС, изменяющуюся по синусоидальному закону.

Переменным называется ток, изменяющийся во времени по величине или направлению. Наиболее распространенным является переменный синусоидальный ток, описываемый функцией $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, где $i(t)$, I_m , [А], ω , [радиан/с], φ , [радианы или градусы] – мгновенное значение, амплитуда, угловая (или циклическая) частота и начальная фаза синусоидального тока.

Мгновенная мощность синусоидального тока является переменной величиной $p(t) = Ri^2(t)$, поэтому при оценке энергии, выделяемой в нагрузке за период, используют среднюю мощность

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2(t) dt.$$

Для расчета средней мощности вводят понятие действующего (эффективного) значения переменного тока I . Действующим называется такое значение переменного тока, которое вызывает выделение в активной нагрузке R энергии, равной энергии, выделяющейся от протекания эквивалентного постоянного тока. То есть средняя мощность переменного тока P_{cp} должна равняться мощности постоянного тока $P = RI^2$. Отсюда

$$RI^2 = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2(t) dt = \frac{R}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t dt = \frac{R \cdot I_m^2}{T} \int_0^T \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2} dt = \frac{R \cdot I_m^2}{2},$$

$$I^2 = I_m^2 / 2,$$

$$I = I_m / \sqrt{2} \cong 0.707 I_m.$$

При вычислении действующего значения напряжения получается аналогичный результат: $U = U_m / \sqrt{2}$.

Для расчета электрических цепей синусоидального тока используется символический метод, основанный на комплексном представлении тока. Для использования символического метода при расчете цепей переменного тока необходимо перейти от уравнений, составленных для мгновенных значений, которые являются дифференциальными, к алгебраическим.

Законы Ома и Кирхгофа для цепей синусоидального тока в комплексной (символической) форме имеют вид:

$$\dot{I} = \dot{U} / \dot{Z},$$

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0, \quad \sum_{k=1}^n \dot{Z}_k \cdot \dot{I}_k = \sum_{l=1}^m \dot{E}_l.$$

Проверка расчетов цепей синусоидального тока по законам Кирхгофа в цепях синусоидального тока осуществляется с помощью векторных и топографических диаграмм исследуемой цепи, построенных на комплексной плоскости.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

РАСЧЕТ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

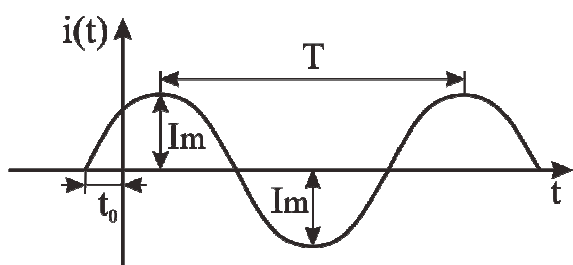


Рис. 1. Графическое изображение переменного синусоидального тока

Переменным (рис. 1) называется ток, изменяющийся во времени по величине или направлению. Наиболее распространенным является переменный синусоидальный ток, описываемый функцией

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

где I_m , ω , φ — амплитуда, частота и начальная фаза синусоидального тока.

Кроме угловой частоты ω , измеряемой в рад/с, используется линейная частота

$$f = \omega / 2\pi, \text{ [Гц]}. \quad (2)$$

С линейной частотой f связан период колебания

$$T = 1 / f, \text{ [с]}. \quad (3)$$

Начальная фаза характеризует сдвиг колебания во времени относительно начала координат на величину $t_0 = -\varphi / \omega$.

Необходимо:

- методом последовательных преобразований рассчитать цепь синусоидального тока;
- построить ее векторную и топографическую диаграммы;
- построить графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности на источнике ЭДС;
- определить активную, реактивную, полную мощности, коэффициент мощности на источнике ЭДС и построить треугольник мощностей.

Исходные данные:

- номер группы $N_{\text{гр}} = \frac{624}{abc}$, номер студента по журналу $N_{\text{ст}} = \frac{12}{km}$;
- номер схемы для расчета равен номеру студента по журналу $N_{\text{ст}}$ (рис. 2), если $N_{\text{ст}}$ по списку в журнале больше 15, то $N_{\text{ст}}$ схемы для расчета равен $N_{\text{ст}} - 15$;
- сопротивления $R_1=R_4$, $R_2=R_5$, $R_3=R_6$;
- сопротивление $R_1=10(1+k)$, [Ом];
- сопротивление $R_2=10(1+c)$, [Ом];
- сопротивление $R_3=10(1+a+m)$, [Ом];
- индуктивность $L=m+1$, [мГн];
- емкость $C=10-m$, [мкФ];
- источник $e(t)=10\sin(\omega t+90^\circ)$;
- линейная частота $f=1000$, [Гц].

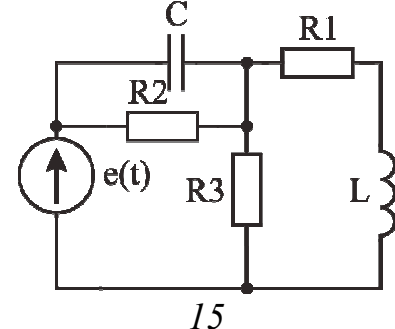
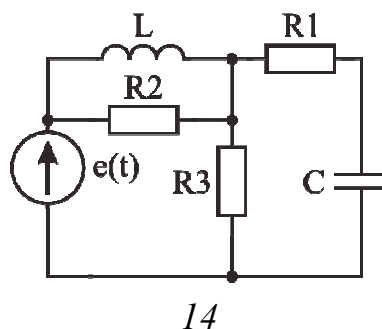
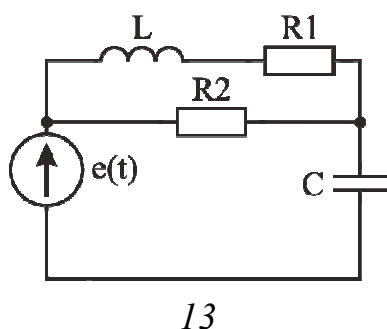
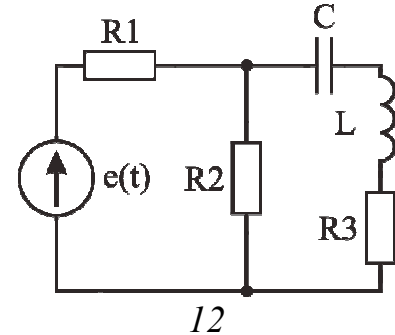
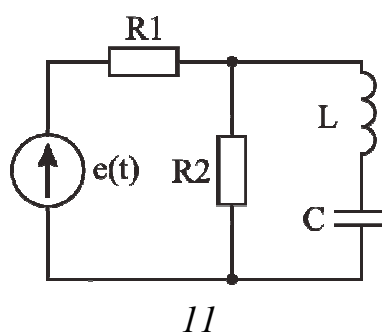
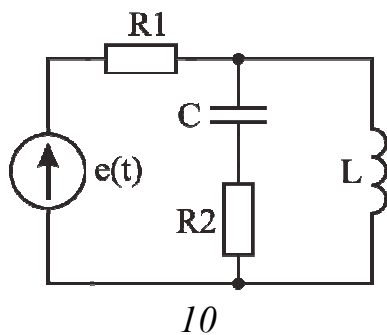
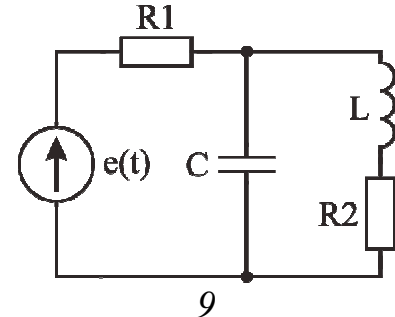
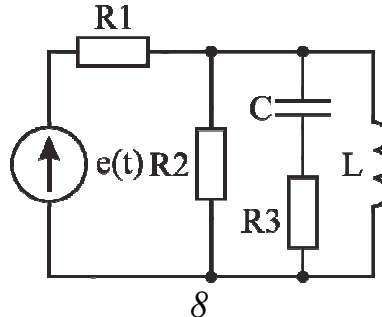
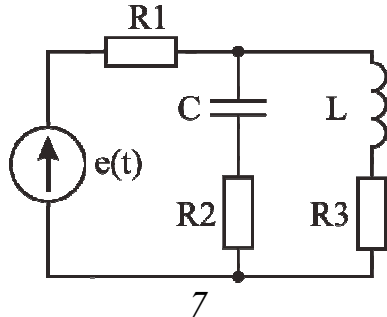
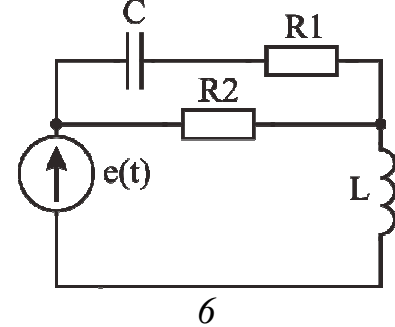
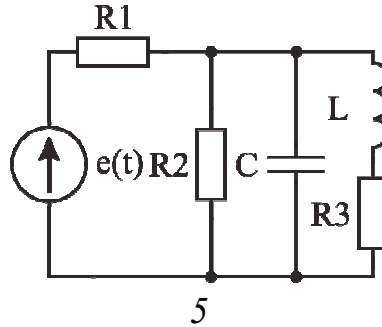
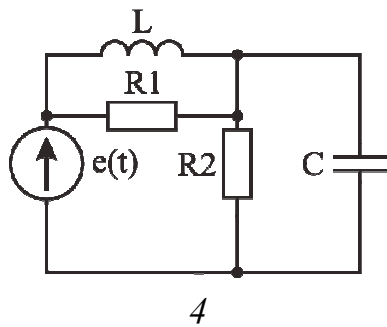
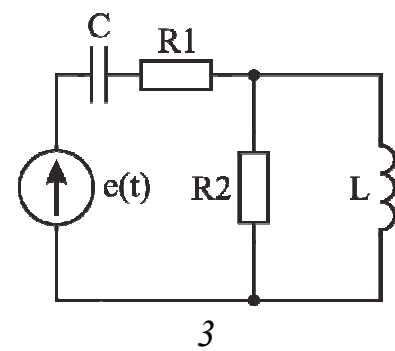
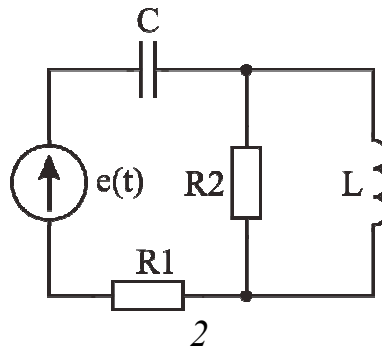
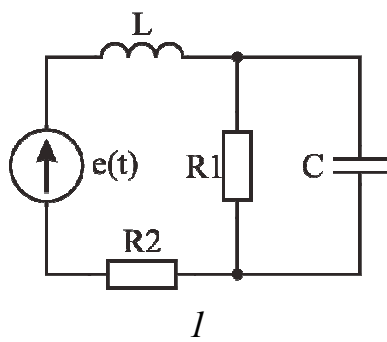


Рис.2. Схемы для расчета в соответствии с номером варианта

Для расчета электрических цепей синусоидального тока используется символический метод, основанный на комплексном представлении тока вида

$$\dot{i} = I_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (4)$$

Действительные значения тока получают как мнимую часть от комплексного числа

$$\begin{aligned} i(t) &= \text{Jm}\{\dot{I}\} = \text{Jm}[I_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}] = \\ &= \text{Jm}[I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) + jI_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)] = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (5)$$

Так как синусоидальная функция в любой момент времени t может быть определена по известным параметрам I_m , ω , φ , то все расчеты производят для момента времени $t = 0$. Тогда $\omega t = 0$ и комплекс мгновенных значений преобразуется в комплекс тока

$$\dot{I} = I_m e^{j\varphi}. \quad (6)$$

Комплекс тока можно представить в алгебраической и тригонометрической формах

$$\dot{I} = a + jb = I_m [\cos\varphi + j\sin\varphi]. \quad (7)$$

Модуль I_m и аргумент φ комплексного числа могут быть найдены по формулам

$$I_m = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \varphi = \arctg(b/a). \quad (8)$$

Для расчета могут использоваться действующие значения тока и напряжения. Связь между действующим и амплитудным значениями тока $I_d = I_m / \sqrt{2} \cong 0.707 I_m$. Для действующего значения напряжения $U_d = U_m / \sqrt{2}$.

В соответствии с законом Ома напряжение на сопротивлении

$$u = Ri = R I_m \sin\omega t = U_m \sin\omega t. \quad (9)$$

Из (9) следует, что ток через активное сопротивление и напряжение на нем изменяются по одинаковому закону, между ними нет сдвига фазы. Мгновенная мощность на сопротивлении всегда положительная.

Связь между током через индуктивность и напряжением на индуктивности устанавливается законом электромагнитной индукции (закон Фарадея)

$$u = L \frac{di}{dt}. \quad (10)$$

При протекании через индуктивность синусоидального тока $I = I_m \sin\omega t$ на индуктивности создается напряжение

$$u = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \cos\omega t = x_L I_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ), \quad (11)$$

где $x_L = \omega L$ – реактивное сопротивление индуктивности, $U_m = x_L I_m = \omega L I_m$ – амплитуда напряжения. Из сравнения выражений для i и u следует, что между током через индуктивность и напряжением на индуктивности существует сдвиг по фазе. Причем напряжение опережает ток на 90° . Мгновенная мощность на индуктивности $p = ui$ является знакопеременной функцией. При $p > 0$ индуктивность энергию запасает, при $p < 0$ индуктивность энергию возвращает. При этом средняя мощность за период оказывается равной нулю. Так как индуктивность энергию не расходует, она является реактивным элементом. Реактивное сопротивление индуктивности $x_L = \omega L$ зависит от частоты. На постоянном токе при $\omega = 0$ сопротивление $x_L = 0$ и индуктивность в схеме представляет собой короткозамкнутый участок. На высоких частотах $\omega \rightarrow \infty$ индуктивность можно рассматривать как разрыв ($x_L \rightarrow \infty$).

При протекании через емкость переменного синусоидального тока $I = I_m \sin \omega t$ на ней создается напряжение, определяемое выражением

$$u = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \int_0^t I_m \cdot \sin \omega t = -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t. \quad (12)$$

Выражения для i и u показывают, что между синусоидальным током через конденсатор и напряжением на конденсаторе существует сдвиг фазы, причем ток опережает напряжение на 90° . Величина $U_m = I_m / \omega C$ является амплитудой напряжения на конденсаторе. Мгновенная мощность на емкости изменяется по синусоидальному закону с частотой 2ω , а ее среднее значение равно нулю. Это означает, что емкость энергию не расходует и поэтому является реактивным элементом. Реактивное сопротивление емкости $x_C = 1 / \omega C$ зависит от частоты. На низких частотах при $\omega \rightarrow 0$ сопротивление емкости стремится к ∞ , и в схеме ее можно рассматривать как разрыв. С ростом частоты при $\omega \rightarrow \infty$ сопротивление $x_C \rightarrow 0$ и конденсатор можно рассматривать как короткозамкнутый участок.

В электрических цепях синусоидального тока для реактивных элементов L и C вводят понятие комплексных сопротивлений:

$$\dot{Z}_L = j \cdot x_L = j\omega L, \quad \dot{Z}_C = -jx_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (13)$$

Здесь множитель j учитывает сдвиг фазы между током и напряжением в индуктивности и емкости. Комплексное представление токов, напряжений и сопротивлений позволяет использовать для расчета цепей переменного тока законы Ома и Кирхгофа, а также методы, применяемые для расчета электрических цепей постоянного тока (методы наложения, контурных токов, эквивалентного генератора и др.). Законы Ома и Кирхгофа для цепей переменного тока в комплексной (символической) форме имеют вид

$$\dot{I} = \dot{U} / \dot{Z}, \quad \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0, \quad \sum_{k=1}^n \dot{Z}_k \cdot \dot{I}_k = \sum_{l=1}^m \dot{E}_l. \quad (14)$$

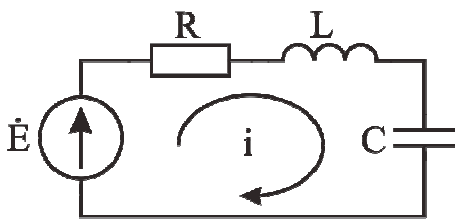


Рис. 3. Пример электрической цепи переменного тока

Применение символического метода расчета электрических цепей переменного тока позволяет перейти от решения дифференциальных уравнений к решению алгебраических уравнений, что значительно упрощает расчеты.

Рассмотрим порядок расчета символическим методом электрической цепи переменного тока, показанной на рис. 3. В цепи действует ЭДС

$$e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (15)$$

В этой цепи по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений тока можно составить интегрально-дифференциальное уравнение вида

$$e(t) = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt. \quad (16)$$

В символической форме это уравнение примет вид

$$\dot{E} = R \cdot \dot{I} + jx_L \dot{I} - jx_C \dot{I}. \quad (17)$$

Из последнего уравнения получим формулу для комплексного тока цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + jx_L - jx_C} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}}, \quad (18)$$

где $\dot{Z} = R + jx_L - jx_C$ – комплексное сопротивление цепи. В общем случае комплексное сопротивление имеет действительную R и мнимую x части:

$$\dot{Z} = R + jx = |\dot{Z}|e^{j\varphi_Z}. \quad (19)$$

Для расчета комплексного значения тока в цепи используют закон Ома $\dot{I} = \dot{E} / \dot{Z} = I_m \cdot e^{j\varphi}$. Далее берут мнимую часть комплексного значения тока и переходят к мгновенному значению тока

$$i(t) = \text{Im}\{\dot{I}\} = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi). \quad (20)$$

Из-за комплексного характера полного сопротивления цепи $\dot{Z} = |\dot{Z}| \cdot e^{j\varphi_Z}$ между ЭДС $\dot{E} = E_m \cdot e^{j\varphi_0}$ и током $\dot{I} = I_m \cdot e^{j\varphi}$ возникает сдвиг фазы:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{E_m}{|\dot{Z}|} e^{j(\varphi_0 - \varphi_Z)} = I_m \cdot e^{j\varphi}, \quad (21)$$

где $\varphi = \varphi_0 - \varphi_Z$ – сдвиг фазы между током и напряжением в электрической цепи. Определив ток $\dot{I}$, рассчитывают напряжения на пассивных элементах электрической цепи:

$$\dot{U}_R = R \cdot \dot{I}, \quad \dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I}, \quad \dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C}. \quad (22)$$

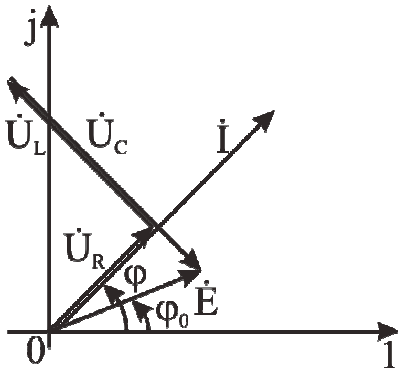


Рис. 4. Векторно-топографическая диаграмма для схемы на рис. 3

По полученным данным строят топографическую диаграмму, отображающую комплексные потенциалы в цепи (рис. 4). Топографическая диаграмма является интерпретацией II закона Кирхгофа для электрической цепи синусоидального тока в векторной форме. По ней можно определить сдвиги фаз между токами и напряжениями в элементах электрических цепей. Для разветвленной цепи строят векторную диаграмму токов.

Далее в соответствии с заданием необходимо построить графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности на источнике ЭДС. Для этого необходимо осуществить обратный переход от комплексных представлений тока, напряжения к мгновенным:

$$\dot{E} = E_m e^{j\varphi_0} \Rightarrow e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (23)$$

$$\dot{I} = I_m e^{j\varphi} \Rightarrow i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (24)$$

Определяется мгновенная мощность

$$\begin{aligned} p(t) &= e(t) \cdot i(t) = E_m I_m \sin(\omega t + \varphi_0) \sin(\omega t + \varphi) = \\ &= \frac{E_m I_m}{2} [\cos(\varphi_0 - \varphi) - \cos(2\omega t + \varphi_0 + \varphi)]. \end{aligned} \quad (25)$$

Типичные графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности для случая индуктивного или емкостного характера нагрузки показаны на рис. 5.

Комплексная мощность (или комплекс полной мощности) определяется формулой

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^*, \quad (26)$$

где $\dot{I}^*$ – комплексно сопряженное значение тока.

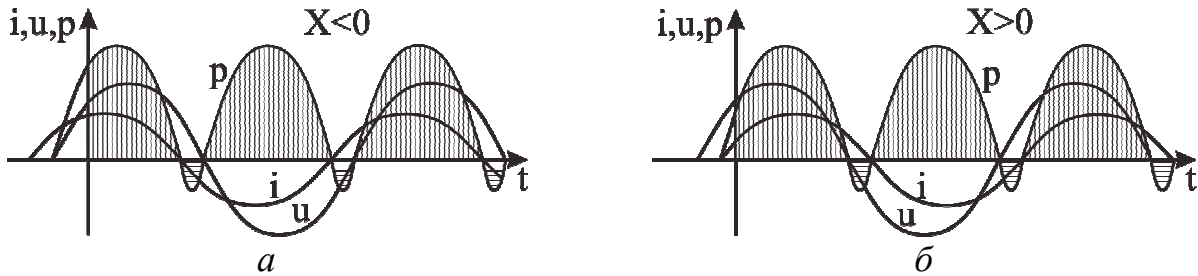


Рис. 5. Типичные графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности для случая индуктивного (б) и емкостного (а) характера нагрузки

Если полученное комплексное число представить в алгебраическом виде, то действительная часть представляет собой активную мощность P , а мнимая часть – реактивную Q :

$$\dot{S} = P + jQ, \quad (27)$$

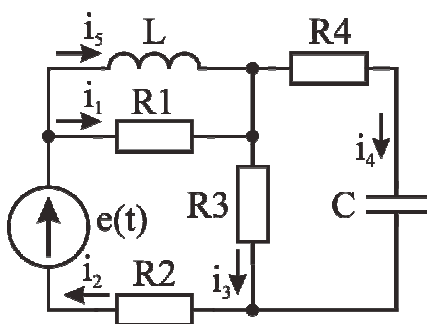
где $P = UI \cos \varphi$ – активная мощность, [Вт], $Q = UI \sin \varphi$ – реактивная мощность, [ВАр], φ – угол сдвига фаз между напряжением и током, $\cos \varphi$ – коэффициент мощности. Векторы $\dot{S}$, P и Q , построенные на комплексной плоскости называют **треугольником мощности**. Модуль комплексной мощности равен полной мощности S [ВА]:

$$|\dot{S}| = S = UI, \quad (28)$$

Связь между активной, реактивной и полной мощностями определяется уравнением:

$$S^2 = P^2 + Q^2. \quad (29)$$

ПРИМЕР РАСЧЕТА ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА



$$e(t) = 10 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В}$$

$$f = 1000 \text{ Гц}$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 2 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 4 \text{ Ом}$$

$$L = 1 \text{ мГн}$$

$$C = 10 \text{ мкФ}$$

Необходимо:

- методом последовательных преобразований рассчитать цепь синусоидального тока;
- построить ее векторную и топографическую диаграммы;
- построить графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности на источнике ЭДС;
- определить активную, реактивную, полную мощности, коэффициент мощности на источнике ЭДС и построить треугольник мощностей.

Найдем циклическую частоту

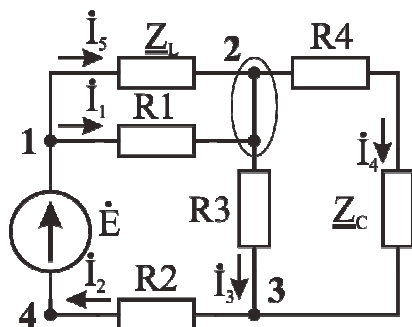
$$\omega = 2\pi f = 6.283 \cdot 10^3 \text{ рад/с.}$$

Найдем значения реактивных сопротивлений:

$$x_L = \omega L = 6.283 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 6.283 \text{ Ом;}$$

$$x_C = 1/(\omega C) = 1/(6.283 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6}) = 15.92 \text{ Ом.}$$

Применяем символический метод расчета. Расчет ведем в амплитудных значениях:

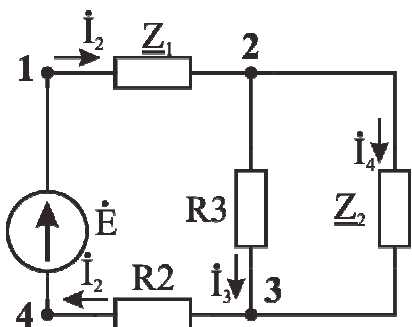


$$\dot{E} = 10e^{j90^\circ}.$$

$$\dot{Z}_L = j X_L = j6.283 = 6.283e^{j90^\circ}.$$

$$\dot{Z}_C = -j X_C = -j15.92 = 15.92e^{-j90^\circ}.$$

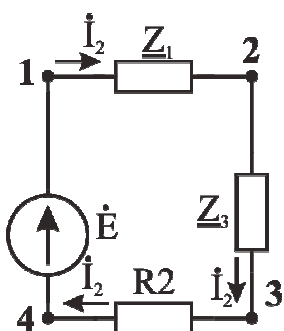
Производим последовательные преобразования



$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_L \cdot R_1}{\dot{Z}_L + R_1} = \frac{6.283e^{j90^\circ} \cdot 10}{j6.283 + 10} = \frac{62.83e^{j90^\circ}}{11.81e^{j32^\circ}} =$$

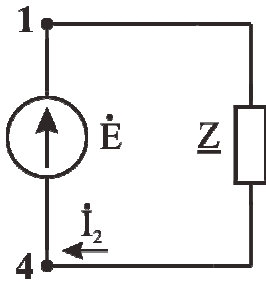
$$= 5.320e^{j58^\circ} = 2.830 + j4.505.$$

$$\dot{Z}_2 = R_4 + \dot{Z}_C = 4 - j15.92 = 16.41e^{-j76^\circ}.$$



$$\dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_2 \cdot R_3}{\dot{Z}_2 + R_3} = \frac{16.41e^{-j76^\circ} \cdot 3}{4 - j15.92 + 3} = \frac{49.23e^{-j76^\circ}}{17.39e^{-j66^\circ}} =$$

$$= 2.831e^{-j10^\circ} = 2.792 - j0.4738.$$



$$\begin{aligned}\dot{Z} &= R_2 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_3 = \\ &= 2 + 2.830 + j4.505 + 2.792 - j0.4738 = \\ &= 7.622 + j4.031 = 8.622e^{j28^\circ}.\end{aligned}$$

Найдем комплексный ток $\dot{I}_2$ по закону Ома:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{10e^{j90^\circ}}{8.622e^{j28^\circ}} = 1.160e^{j62^\circ}.$$

Найдем комплексные напряжения $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$, $\dot{U}_{34}$:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{12} &= \dot{I}_2 \cdot \dot{Z}_1 = 1.160e^{j62^\circ} \cdot 5.320e^{j58^\circ} = 6.170e^{j120^\circ}; \\ \dot{U}_{23} &= \dot{I}_2 \cdot \dot{Z}_3 = 1.160e^{j62^\circ} \cdot 2.831e^{-j10^\circ} = 3.284e^{j52^\circ}; \\ \dot{U}_{34} &= \dot{I}_2 \cdot R_2 = 1.160e^{j62^\circ} \cdot 2 = 2.32e^{j62^\circ}.\end{aligned}$$

Рассчитаем комплексные токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_5$:

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_{12}}{R_1} = \frac{6.170e^{j120^\circ}}{10} = 0.6170e^{j120^\circ}; \\ \dot{I}_5 &= \frac{\dot{U}_{12}}{\dot{Z}_L} = \frac{6.170e^{j120^\circ}}{6.283e^{j90^\circ}} = 0.9820e^{j30^\circ}.\end{aligned}$$

Рассчитаем комплексные токи $\dot{I}_3$ и $\dot{I}_4$:

$$\begin{aligned}\dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_{23}}{R_3} = \frac{3.284e^{j52^\circ}}{3} = 1.095e^{j52^\circ}; \\ \dot{I}_4 &= \frac{\dot{U}_{23}}{\dot{Z}_2} = \frac{3.284e^{j52^\circ}}{16.41e^{-j76^\circ}} = 0.2000e^{j128^\circ}.\end{aligned}$$

Найдем комплексное значение напряжения $\dot{U}_{R4}$ и $\dot{U}_C$:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{R4} &= \dot{I}_4 \cdot R_4 = 0.2000e^{j128^\circ} \cdot 4 = 0.8000e^{j128^\circ}; \\ \dot{U}_C &= \dot{I}_4 \cdot \dot{Z}_C = 0.2000e^{j128^\circ} \cdot 15.92e^{-j90^\circ} = 3.184e^{j38^\circ}.\end{aligned}$$

Построим векторную и топографическую диаграммы.

Построим графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности на источнике ЭДС. Для этого перейдем от изображений напряжений и токов к мгновенным значениям:

$$\dot{E} = 10e^{j90^\circ} \Rightarrow e(t) = 10 \sin(6283t + 90^\circ) \text{ В.}$$

$$\dot{I}_2 = 1.160e^{j62^\circ} \Rightarrow i_2(t) = 1.160 \sin(6283t + 62^\circ) \text{ А.}$$

$$p(t) = e(t) i_2(t),$$

$$p(t) = 10 \sin(6283t + 90^\circ) 1.160 \sin(6283t + 62^\circ),$$

$$p(t) = 11.60 \sin(6283t + 90^\circ) \sin(6283t + 62^\circ),$$

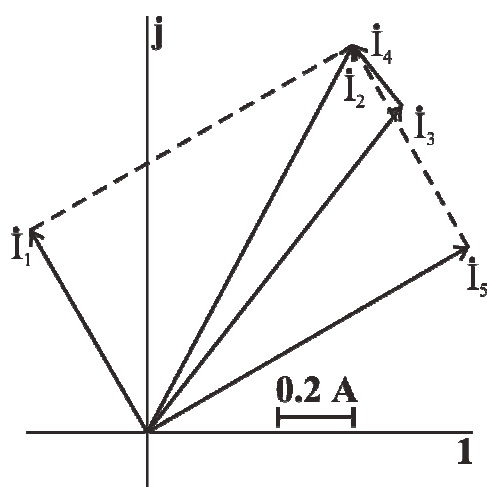
$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)],$$

$$p(t) = 5.8 [\cos(6283t + 90^\circ - 6283t - 62^\circ) - \cos(6283t + 90^\circ + 6283t + 62^\circ)],$$

$$p(t) = 5.8 [\cos(28^\circ) - \cos(12570t + 152^\circ)],$$

$$p(t) = 5.8 [0,8829 - \cos(12570t + 152^\circ)],$$

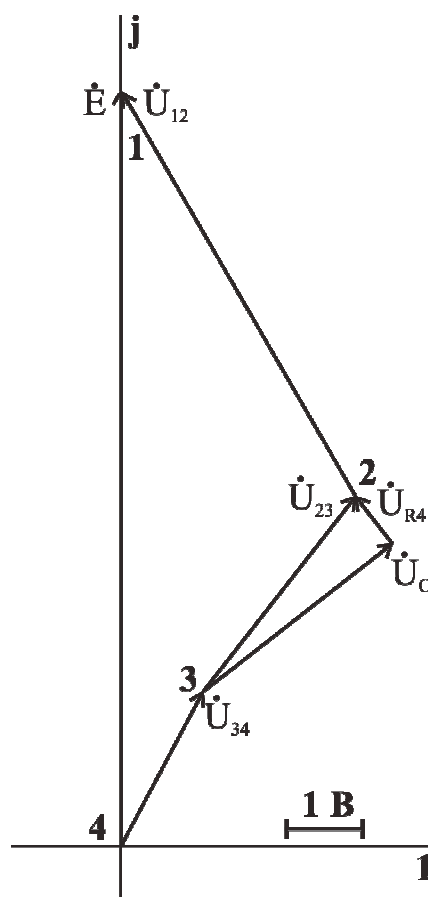
$$p(t) = 5.121 - 5.8 \cos(12570t + 152^\circ) \text{ Вт.}$$



Векторная диаграмма (токов):

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_5 = \dot{I}_2,$$

$$\dot{I}_4 + \dot{I}_3 = \dot{I}_2.$$



Топографическая диаграмма (напряжений):

$$\dot{E} = \dot{U}_{34} + \dot{U}_{23} + \dot{U}_{12},$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_C + \dot{U}_{R4}.$$

Определим комплексную мощность в источнике ЭДС:

$$\dot{S} = \dot{E} \cdot \dot{I}_2^*;$$

$$\dot{E} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 7.071 e^{j90^\circ};$$

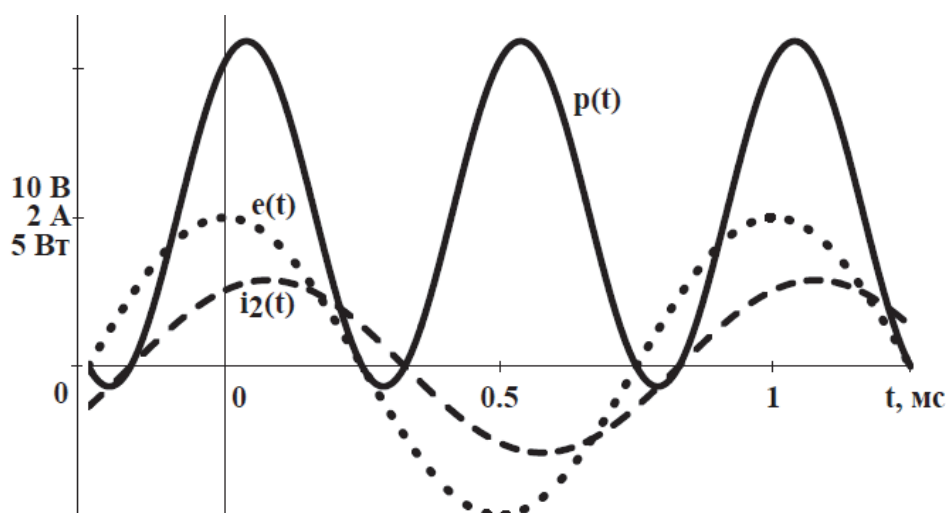
$$\dot{I}_2 = \frac{1.160}{\sqrt{2}} e^{j62^\circ} = 0.8202 e^{j62^\circ}, \quad \dot{I}_2^* = 0.8202 e^{-j62^\circ};$$

$$\dot{S} = 7.071 e^{j90^\circ} \cdot 0.8202 e^{-j62^\circ} = 5.800 e^{j28^\circ} = 5.121 + j2.723$$

Определим активную, реактивную, полную мощности, коэффициент мощности и построим треугольник мощностей:

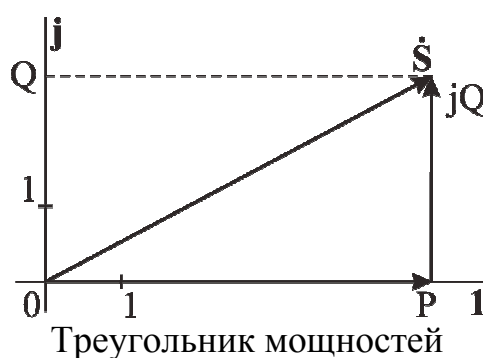
$$P = 5.121 \text{ Вт}; \quad Q = 2.723 \text{ ВАр}; \quad S = 5.800 \text{ ВА};$$

$$\cos \varphi = \cos(28^\circ) = 0.8829.$$



Графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности на источнике ЭДС:

$$\begin{aligned} e(t) &= 10 \sin(6283t + 90^\circ) \text{ В}, \\ i_2(t) &= 1.160 \sin(6283t + 62^\circ) \text{ А}, \\ p(t) &= 5.121 - 5.8 \cos(12570t + 152^\circ) \text{ Вт}. \end{aligned}$$



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 ИССЛЕДОВАНИЕ L И C В ЦЕПЯХ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Цель работы - изучение характера напряжения, тока и мощности в индуктивности и емкости при протекании через них переменного электрического тока.

Общие сведения

Переменным называется ток, изменяющийся во времени по величине или направлению. Наиболее распространенным является переменный синусоидальный ток, описываемый функцией

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где $i(t)$ – мгновенное значение тока, I_m – амплитудное (наибольшее) значение тока, ω – угловая частота, [рад/с], φ_0 – начальная фаза синусоидального тока, [рад]. График синусоидального тока показан на рис. 3.1. Кроме угловой частоты ω , используется линейная частота

$$f = \omega / 2\pi, [\text{Гц}].$$

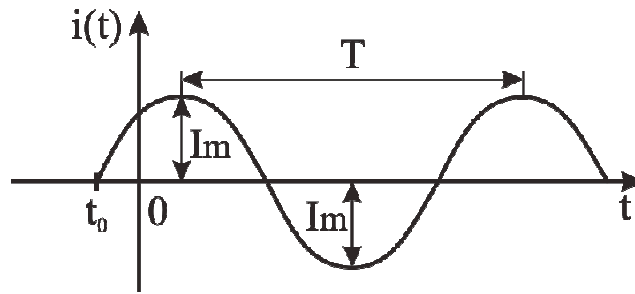


Рис. 3.1. Графическое изображение синусоидального тока

С частотой f связан период колебания

$$T = 1/f \text{ [с]}.$$

Начальная фаза характеризует сдвиг колебания во времени относительно начала координат на величину $t_0 = -\varphi_0/\omega$.

На рис. 3.2 изображены синусоидальное напряжение и ток с одним и тем же периодом

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u),$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i),$$

где φ_u, φ_i – начальные фазы напряжения и тока соответственно.

Следует отметить, что по оси абсцисс на рис. 3.2 отложено не время t , а пропорциональная ему величина ωt . Также необходимо обратить внимание, что положительные начальные фазы напряжения и тока откладываются от начала координат влево. Разность фаз $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ называют углом сдвига тока по отношению к напряжению. При $\varphi = 0$ ток и напряжение совпадают по фазе, при $\varphi = \pm\pi$ – противоположны по фазе.

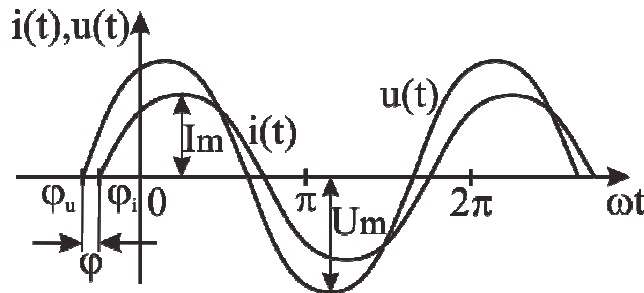


Рис. 3.2. Графическое изображение синусоидального напряжения и тока

Мгновенная мощность переменного тока является переменной величиной $p(t) = Ri^2(t)$. Для оценки энергии, выделяемой в нагрузке за некоторый интервал времени, пользуются действующим значением переменного тока I . Для расчета средней мощности вводят понятие действующего (эффективного) значения переменного тока I . Действующим называется такое значение переменного тока, которое вызывает выделение в активной нагрузке R энергии, равной энергии, выделяющейся от протекания эквивалентного постоянного тока. То есть средняя мощность переменного тока P_{cp} должна равняться мощности постоянного тока $P = RI^2$. Отсюда

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2(t)dt.$$

Так как синусоидальный ток является периодическим, в качестве интервала интегрирования берут период $T = 2\pi/\omega$. Вычисление действующего значения для синусоидального тока дает результат $I = I_m / \sqrt{2} \cong 0,707I_m$. Аналогичный результат получается для действующего значения напряжения $U = U_m / \sqrt{2}$.

Для расчета электрических цепей синусоидального тока используется символический метод, основанный на комплексном представлении синусоидальных токов и напряжений. Для расчетов мы используем комплексную амплитуду тока $\dot{I}_m$ (или напряжения $\dot{U}_m$) либо комплексный действующий ток $\dot{I}$ (или напряжение $\dot{U}$):

$$\begin{aligned} i(t) &\rightarrow \dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}; & u(t) &\rightarrow \dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}; \\ i(t) &\rightarrow \dot{I} = I e^{j\varphi_i}; & u(t) &\rightarrow \dot{U} = U e^{j\varphi_u}. \end{aligned}$$

В курсе электротехники мнимую единицу принято обозначать $j = \sqrt{-1}$. Известно, что любое комплексное число (в данном случае $\dot{I}$) можно представить

– в алгебраической форме

$$\dot{I} = a + jb;$$

– в тригонометрической форме

$$\dot{I} = I [\cos\varphi_i + j\sin\varphi_i];$$

– в показательной форме

$$\dot{I} = I e^{j\varphi_i};$$

– вектором на комплексной плоскости (рис. 3.3).

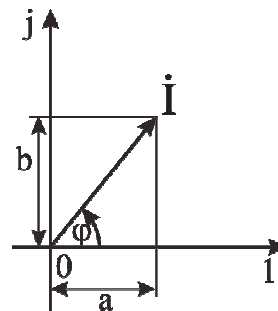


Рис. 3.3. Изображение комплексного числа вектором на комплексной плоскости

Над комплексными числами, изображающими синусоидальные токи и напряжения, можно производить все алгебраические действия. При сложении и вычитании удобнее пользоваться алгебраической формой записи, а при умножении, делении – показательной. Существуют формулы для перехода из одной формы представления комплексного числа к другой:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{a^2 + b^2}; & \varphi_i &= \arctg\left(\frac{b}{a}\right); \\ a &= I \cdot \cos\varphi_i; & b &= I \cdot \sin\varphi_i. \end{aligned}$$

В отличие от реальных физических величин, таких как ток, напряжение, ЭДС, комплексные ток, напряжение, ЭДС, а также производные от них комплексные сопротивления и проводимости не являются физическими величинами и не имеют единиц измерения. Однако замена синусоидальных токов и напряжений соответствующими им комплексными числами позволяет существенно упростить математический анализ процессов в электрических цепях переменного тока – оперировать не с дифференциальными уравнениями, а с алгебраическими.

При расчетах удобно не только комплексные амплитуды (или действующие значения) токов и напряжений изображать векторами на комплексной плоскости, но и расчет полезно вести, составляя подобные диаграммы – векторные диаграммы, под которыми понимают совокупность векторов на комплексной плоскости, характеризующих процессы, происходящие в данной цепи переменного тока, и построенных с соблюдением правильной ориентации их относительно друг друга.

Рассмотрим свойства пассивных R , L , C элементов при протекании через них тока синусоидальной формы $i(t) = I_m \sin \omega t$.

Активное сопротивление. В соответствии с законом Ома напряжение на сопротивлении

$$u(t) = Ri(t) = RI_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t.$$

Из записанного выражения следует, что ток через сопротивление и напряжение на сопротивлении изменяются по одинаковому закону, между ними нет сдвига фазы. Мгновенная мощность на сопротивлении всегда положительная:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2 \omega t = \frac{U_m \cdot I_m}{2} (1 - \cos 2\omega t) = U \cdot I (1 - \cos 2\omega t) \geq 0.$$

Временные диаграммы тока, напряжения и мгновенной мощности показаны на рис. 3.4.

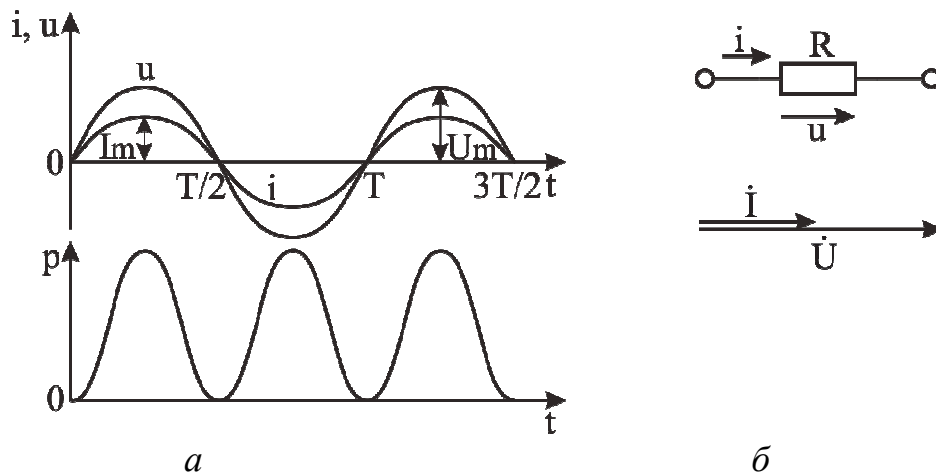


Рис. 3.4. Временные диаграммы тока, напряжения и мгновенной мощности (а), векторная диаграмма тока и напряжения (б) для активного сопротивления

Индуктивность. Связь между током через индуктивность и напряжением на индуктивности устанавливается законом электромагнитной индукции

$$U = L \frac{di}{dt}.$$

При протекании через индуктивность тока $i(t) = I_m \sin \omega t$ на индуктивности создается напряжение

$$u(t) = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \cos \omega t = X_L I_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ),$$

где $X_L = \omega L$ – реактивное сопротивление индуктивности, [Ом]. Амплитуда напряжения на индуктивности $U_m = X_L I_m = \omega L I_m$. Из сравнения выражений для $i(t)$

и $u(t)$ следует, что между током через индуктивность и напряжением на индуктивности существует сдвиг по фазе. Причем напряжение опережает ток на 90° . Мгновенная мощность на индуктивности изменяется по закону

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \cdot I_m \cdot \cos\omega t \cdot \sin\omega t = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \sin 2\omega t = U \cdot I \cdot \sin 2\omega t.$$

Временные диаграммы тока, напряжения и мощности, а также векторная диаграмма тока и напряжения показаны на рис. 3.5. Мощность на индуктивности описывается знакопеременной функцией. Когда $p(t) > 0$, индуктивность накапливает энергию, при $p(t) < 0$ индуктивность возвращает энергию обратно в электрическую цепь, в том числе и в источник энергии. При этом средняя мощность за период оказывается равной нулю. Так как индуктивность энергию не расходует, ее называют реактивным элементом. Реактивное сопротивление индуктивности $X_L = \omega L$ зависит от частоты. На постоянном токе при $\omega = 0$ сопротивление $X_L = 0$ и индуктивность в схеме представляет собой короткозамкнутый участок. На высоких частотах, при $\omega \rightarrow \infty$, индуктивность в схеме можно рассматривать как разрыв $X_L \rightarrow \infty$ (рис. 3.6).

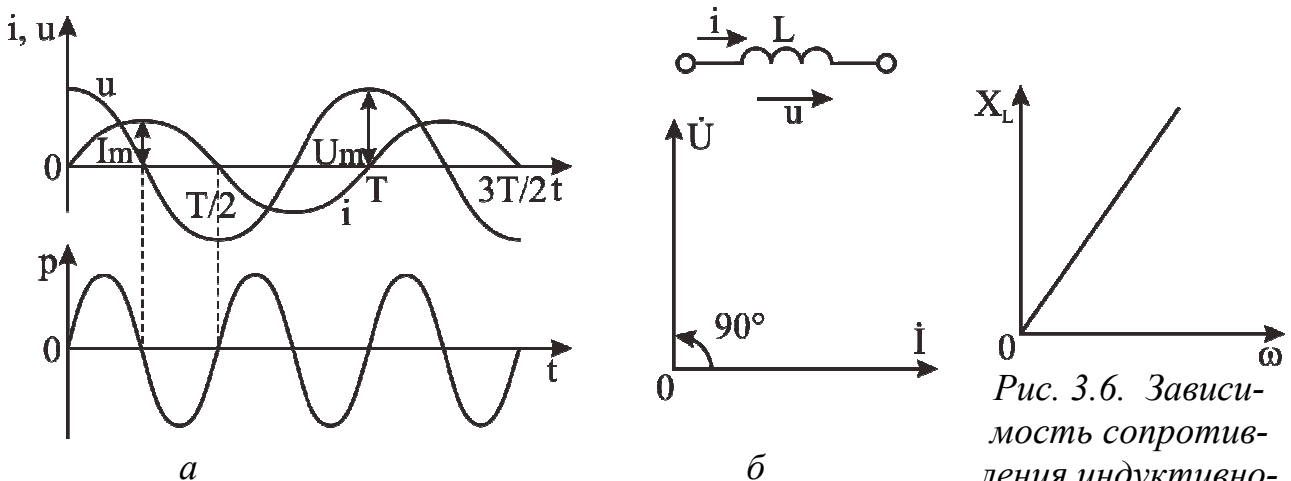


Рис. 3.5. Временные диаграммы тока, напряжения и мгновенной мощности (а), векторная диаграмма тока и напряжения (б) для индуктивности

Рис. 3.6. Зависимость сопротивления индуктивности от частоты

Емкость. При протекании через емкость тока $i(t) = I_m \sin\omega t$ на ней создается напряжение, определяемое выражением

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \int_0^t I_m \cdot \sin\omega t = -\frac{I_m}{\omega C} \cos\omega t = \frac{I_m}{X_C} \sin(\omega t - 90^\circ),$$

где $X_C = 1/\omega C$ – реактивное сопротивление емкости, [Ом]. Приведенные выражения для i и u показывают, что между током через конденсатор и напряжением на конденсаторе существует сдвиг фазы, причем ток опережает напряжение на 90° . Величина $U_m = I_m/\omega C$ является амплитудой напряжения на конденсаторе. Мгновенная мощность на конденсаторе изменяется по закону

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = -U_m \cdot I_m \cdot \cos\omega t \cdot \sin\omega t = -\frac{U_m \cdot I_m}{2} \sin 2\omega t = -U \cdot I \cdot \sin 2\omega t.$$

Временные диаграммы для $i(t)$, $u(t)$, $p(t)$ и векторная диаграмма тока и напряжения показаны на рис. 3.7. Мгновенная мощность на емкости изменяется по синусоидальному закону. Когда $p(t) > 0$, емкость накапливает энергию, при $p(t) < 0$ емкость возвращает энергию обратно в электрическую цепь, в том числе и в источник энергии. При этом средняя мощность за период оказывается равной нулю. Емкость, как и индуктивность, энергию не расходует, поэтому также является реактивным элементом. Реактивное сопротивление емкости $X_C = 1/\omega C$ зависит от частоты (рис. 3.8). На низких частотах, при $\omega \rightarrow 0$, реактивное сопротивление емкости стремится к ∞ , и в схеме ее можно рассматривать как разрыв. С ростом частоты, при $\omega \rightarrow \infty$, сопротивление $X_C \rightarrow 0$, и конденсатор в схеме можно учитывать как короткозамкнутый участок.

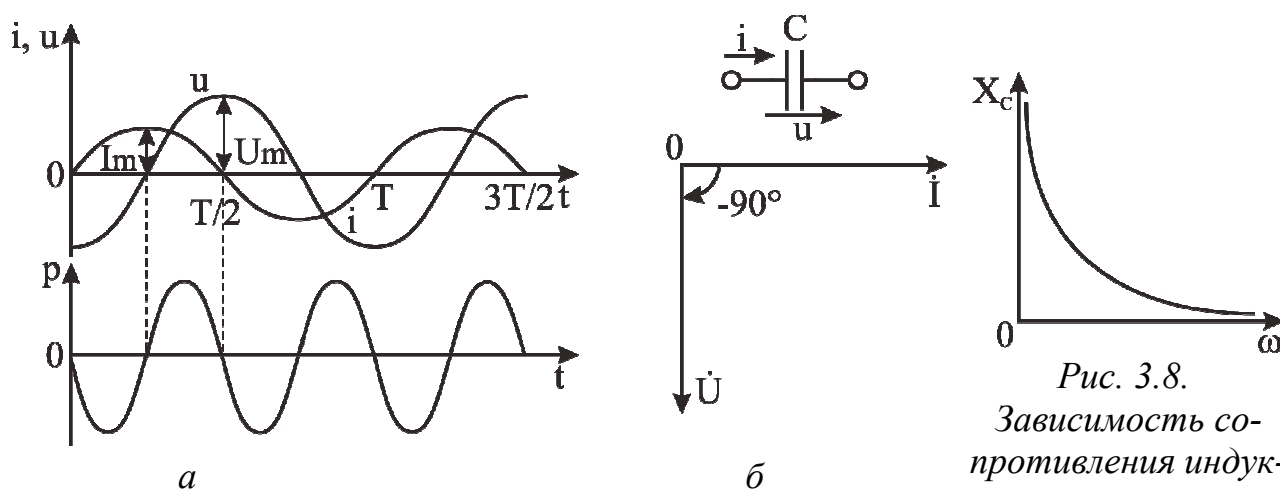


Рис. 3.7. Временные диаграммы тока, напряжения и мгновенной мощности (а), векторная диаграмма тока и напряжения (б) для емкости

Рис. 3.8. Зависимость сопротивления индуктивности от частоты

Методика выполнения работы

В исследуемых электрических цепях действует напряжение вида $e(t) = E_m \sin \omega t$, т.е. начальная фаза источника ЭДС равна нулю.

Осциллограммы напряжения на исследуемых элементах необходимо снимать при одинаковых масштабах (по шкале напряжения – 2 В на обоих каналах, масштаб по шкале времени 500 мкс) в режиме постоянного и переменного напряжений (DC). Зарисовывая временные диаграммы напряжения на исследуемом элементе и напряжения на генераторе, учитывайте, что начальная фаза напряжения на генераторе равна нулю. Временные диаграммы следует наложить друг на друга путем совмещения их осей абсцисс (на экране осциллографа совместить положение первого и второго каналов). На осях временной диаграммы необходимо обозначить измеряемые величины, их размерность и масштаб. На графике изобразить 2 периода изменения напряжения.

Действующие значения напряжений на элементах измеряются мультиметром в режиме AC.

Для измерения разности фаз напряжения на исследуемом элементе и напряжения на генераторе $e(t)$ необходимо курсорами в режиме «ВРЕМЯ» отметить ближайшие точки пересечения сигналов первого и второго каналов с нуле-

вым уровнем, при этом временные диаграммы должны быть наложены друг на друга путем совмещения их осей абсцисс (на экране осциллографа совместить положение первого и второго каналов). Значение измеренного временного интервала ΔT отображается в верхнем левом углу экрана осциллографа. Фаза сдвига связана с временем смещения как $\varphi = \Delta T \omega$, [рад].

Так как осциллограф измеряет сигналы относительно «земли», для получения корректной осциллограммы на исследуемом элементе его необходимо подключать относительно «земли».

Программа работы

Перед выполнением лабораторной работы необходимо:

- составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, все исследуемые схемы, таблицы и расчеты, указанные в программе работы. Схемы и таблицы должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД;
- изучить лабораторный стенд (см. приложение), порядок проведения измерений электрических величин с помощью мультиметра VC 9808⁺, работу генератора GFG -3015 и осциллографа АКИП-4115/3А, а также методику выполнения работы.

СТУДЕНТ, НЕ ПОДГОТОВИВШИЙ ОТЧЕТ, К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ НЕ ДОПУСКАЕТСЯ.

1. Исследование RL-цепи.

1.1. Измерение параметров переменного напряжения на индуктивности $u_L(t)$.

1.1.1. На лабораторном макете собрать электрическую цепь в соответствии со схемой на рис. 3.9. В качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1500 Ом (см. приложение), в качестве индуктивности L – индуктивность L_1 номиналом 1 Гн.

1.1.2. Выставить на генераторе синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m=5$ В (напряжение смещения – 0 В, асимметрия – 50 %) и частотой 50 Гц. Изменяя частоту генератора от 50 Гц до 400 Гц с шагом 50 Гц, с помощью мультиметра измерить напряжение на индуктивности U_L (данные занести в табл. 3.1).

1.1.3. Установить на генераторе частоту 200 Гц, подключить к точкам 1 и 2 (рис. 3.9) первый и второй каналы осциллографа (клеммы КІ и КІІ осциллографа на лабораторном стенде) соответственно. Зарисовать временные диаграммы напряжения на индуктивности $u_L(t)$ и напряжения на генераторе $e(t)$, определить разность фаз напряжения на индуктивности $u_L(t)$ и напряжения на генераторе $e(t)$ в секундах, градусах и радианах. Данные занести в табл. 3.3.

1.1.4. В собранной электрической цепи заменить индуктивность L_1 на параллельное соединение индуктивностей L_1 и L_2 (номинал полученной индуктивности рассчитать самостоятельно и занести в табл. 3.1). Повторить измерения по пп. 1.1.2 и 1.1.3 для данной схемы.

Таблица 3.1

$R = 1500 \text{ Ом}, L = 1 \text{ Гн}, R_{\Gamma} = 100 \text{ Ом}$					
$f, \text{ Гц}$	50	100	...	350	400
$U_L, \text{ В}$					
$U_R, \text{ В}$					
$I, \text{ мА}$					
$X_L, \text{ Ом}$					
$R = 1500 \text{ Ом}, L = \text{---} \text{ Гн}, R_{\Gamma} = 100 \text{ Ом}$					
$U_L, \text{ В}$					
$U_R, \text{ В}$					
$I, \text{ мА}$					
$X_L, \text{ Ом}$					

1.2. Измерение параметров переменного напряжения на сопротивлении $u_R(t)$.

1.2.1. На лабораторном макете собрать электрическую цепь в соответствии со схемой на рис. 3.10. В качестве сопротивления R использовать резистор R_2 номиналом 1500 Ом, в качестве индуктивности L – индуктивность L_1 номиналом 1 Гн.

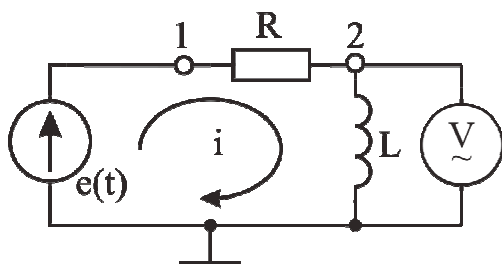


Рис. 3.9. Схема для измерения параметров переменного напряжения на индуктивности

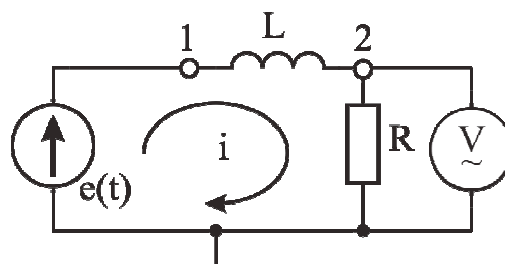


Рис. 3.10. Схема для измерения параметров переменного напряжения на сопротивлении в RL -цепи

1.2.2. Выставить на генераторе синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m = 5 \text{ В}$ (напряжение смещения – 0 В, асимметрия – 50 %) и частотой 50 Гц. Изменяя частоту генератора от 50 Гц до 400 Гц с шагом 50 Гц, с помощью мультиметра измерить напряжение на резисторе U_R (данные занести в табл. 3.1).

1.2.3. Установить на генераторе частоту 200 Гц, зарисовать временные диаграммы напряжения на резисторе $u_R(t)$, напряжения на генераторе $e(t)$ и определить разность фаз напряжения на резисторе $u_R(t)$ и напряжения на генераторе $e(t)$. Используя данные п. 1.1.3 определить разность фаз напряжения на резисторе $u_R(t)$ и напряжения на индуктивности $u_L(t)$. Данные занести в табл. 3.3.

1.2.4. В собранной электрической цепи заменить индуктивность L_1 на параллельное соединение индуктивностей L_1 и L_2 . Повторить измерения по пп. 1.2.2 и 1.2.3 для данной схемы.

1.3. По данным табл. 3.1 рассчитать ток в RL-цепи $I = U_R/R$ и реактивное сопротивление индуктивности $X_L = U_L/I$ на различных частотах. Построить графики зависимости $X_L(f)$ для двух значений индуктивности.

2. Исследование RC-цепи.

2.1. Измерение параметров переменного напряжения на емкости $u_C(t)$.

2.1.1. На лабораторном макете собрать электрическую цепь в соответствии со схемой на рис. 3.11. В качестве сопротивления R использовать резистор R_1 номиналом 750 Ом, в качестве емкости C – конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ.

2.1.2. Выставить на генераторе синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m = 5$ В (напряжение смещения – 0 В, асимметрия – 50 %) и частотой 50 Гц. Изменяя частоту генератора от 50 Гц до 400 Гц, с шагом 50 Гц, с помощью мультиметра измерить напряжение на емкости U_C (данные занести в табл. 3.2).

2.1.3. Установить на генераторе частоту 200 Гц, зарисовать временные диаграммы напряжения на емкости $u_C(t)$ и напряжения на генераторе $e(t)$, определить разность фаз напряжения на емкости $u_C(t)$ и напряжения на генераторе $e(t)$. Данные занести в табл. 3.3.

2.1.4. В собранной электрической цепи заменить конденсатор C_1 на последовательное соединение конденсаторов C_1 и C_2 (номинал полученной емкости рассчитать самостоятельно и занести в табл. 3.2). Повторить измерения по пп. 2.1.2 и 2.1.3 для данной схемы.

Таблица 3.2

$R = 750 \text{ Ом}, C = 1 \text{ мкФ}, R_{\Gamma} = 100 \text{ Ом}$					
$f, \text{ Гц}$	50	100	...	350	400
$U_C, \text{ В}$					
$U_R, \text{ В}$					
$I, \text{ мА}$					
$X_C, \text{ Ом}$					
$R = 750 \text{ Ом}, C = \text{ } \text{ мкФ}, R_{\Gamma} = 100 \text{ Ом}$					
$U_C, \text{ В}$					
$U_R, \text{ В}$					
$I, \text{ мА}$					
$X_C, \text{ Ом}$					

2.2. Измерение параметров переменного напряжения на сопротивлении $u_R(t)$.

2.2.1. На лабораторном макете собрать электрическую цепь в соответствии со схемой на рис. 3.12. В качестве сопротивления R использовать резистор R_1 номиналом 750 Ом, в качестве емкости C – конденсатор C_1 номиналом 1 мкФ.

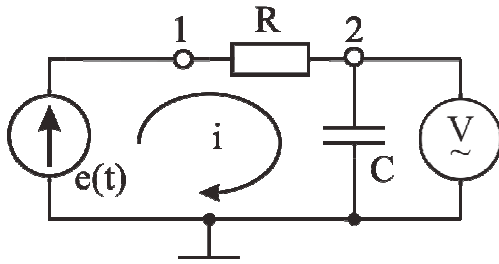


Рис. 3.11. Схеме для измерения параметров переменного напряжения на конденсаторе

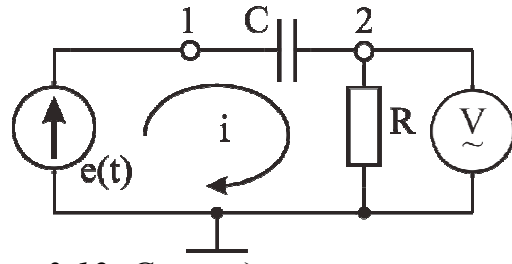


Рис. 3.12. Схема для измерения параметров переменного напряжения на сопротивлении в RC-цепи

2.2.2. Выставить на генераторе синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m=5$ В (напряжение смещения – 0 В, асимметрия – 50 %) и частотой 50 Гц. Изменяя частоту генератора от 50 Гц до 400 Гц, с шагом 50 Гц, с помощью мультиметра измерить напряжение на резисторе U_R (данные занести в табл. 3.2).

Таблица 3.3

RL-цепь, $L = L_1$			
	$e(t) - u_L(t)$	$e(t) - u_R(t)$	$u_L(t) - u_R(t)$
$\Delta T, [c]$			
$\varphi, [рад]$			
$\varphi, [^\circ]$			
RL-цепь, $L = L_1$ параллельно L_2			
	$e(t) - u_L(t)$	$e(t) - u_R(t)$	$u_L(t) - u_R(t)$
$\Delta T, [c]$			
$\varphi, [рад]$			
$\varphi, [^\circ]$			
RC-цепь, $C = C_1$			
	$e(t) - u_C(t)$	$e(t) - u_R(t)$	$u_C(t) - u_R(t)$
$\Delta T, [c]$			
$\varphi, [рад]$			
$\varphi, [^\circ]$			
RC-цепь, $C = C_1$ последовательно с C_2			
	$e(t) - u_C(t)$	$e(t) - u_R(t)$	$u_C(t) - u_R(t)$
$\Delta T, [c]$			
$\varphi, [рад]$			
$\varphi, [^\circ]$			

2.2.3. Установить на генераторе частоту 200 Гц, зарисовать временные диаграммы напряжения на резисторе $u_R(t)$, напряжения на генераторе $e(t)$ и определить разность фаз напряжения на резисторе $u_R(t)$ и напряжения на генераторе $e(t)$. Используя данные п. 2.1.3, определить разность фаз напряжения на резисторе $u_R(t)$ и напряжения на емкости $u_C(t)$. Данные занести в табл. 3.3.

2.2.4 В собранной электрической цепи заменить конденсатор C_1 на последовательное соединение конденсаторов C_1 и C_2 . Повторить измерения по пп. 2.2.2 и 2.2.3 для данной схемы.

2.3. По данным табл. 3.2 рассчитать ток в RC-цепи $I = U_R/R$ и реактивное сопротивление емкости $X_C = U_C/I$ на различных частотах. Построить графики зависимости $X_C(f)$ для двух значений емкости.

3. Провести анализ полученных результатов.

Контрольные вопросы

1. Какими параметрами характеризуется переменный ток синусоидальной формы?
2. Изобразить временную диаграмму синусоидального тока, указать на диаграмме параметры I_m , T , φ .
3. Что такое действующее значение напряжения?
4. Каковы свойства активного сопротивления R в цепи переменного синусоидального тока?
5. Каковы свойства индуктивности L в цепи переменного синусоидального тока?
6. Каковы свойства емкости C в цепи переменного синусоидального тока?
7. В чем заключается символический метод расчета электрических цепей синусоидального тока?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ИССЛЕДОВАНИЕ RLC-ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Цель работы изучение неразветвленных и разветвленных электрических цепей переменного синусоидального тока, содержащих разнородные реактивные элементы, и методов их расчета.

Общие сведения

При решении задачи анализа электрических цепей необходимо определить напряжения на элементах электрической цепи и токи в ее ветвях. При анализе разветвленных цепей переменного синусоидального тока становится сложно записывать уравнения для мгновенных значений токов и напряжений. Поэтому для расчета электрических цепей синусоидального тока используется символический метод, основанный на комплексном представлении тока. Известно, что синусоидальная величина может быть представлена вектором на комплексной плоскости (рис. 4.1, а, б). При этом значение синусоидальной величины в любой момент времени может быть определено как проекция вектора

$$i(t) = \dot{I}_m \cdot e^{j\omega t} = I_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (4.1)$$

на ось мнимых чисел. То есть действительные значения тока получают как мнимую часть от комплексного числа (рис. 4. 1, а):

$$\begin{aligned}
 i(t) &= \text{Jm} \cdot \dot{i}(t) = \text{Jm}[I_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}] = \\
 &= \text{Jm}[I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) + jI_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)] = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi).
 \end{aligned}
 \quad (4.2)$$

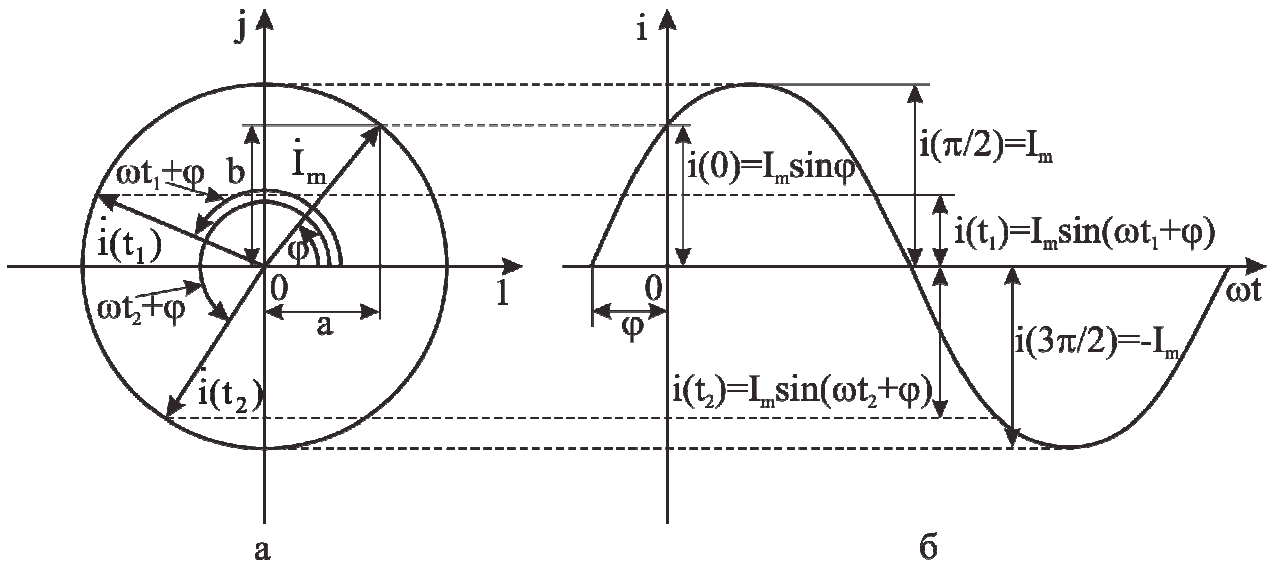


Рис. 4.1. Связь между синусоидальным током и его комплексным представлением

Значение $\dot{i}(t) = \dot{I}_m \cdot e^{j\omega t}$ называют комплексом мгновенного значения тока. Так как синусоидальная функция в любой момент времени t может быть определена по известным параметрам I_m , ω , φ , то все расчеты производят для момента времени $t = 0$. Тогда $\omega t = 0$, и комплекс мгновенных значений преобразуется в комплекс амплитуды тока

$$\dot{i}(0) = \dot{I}_m \cdot e^{j0} = \dot{I}_m, \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\varphi}. \quad (4.3)$$

При расчетах часто используют комплекс действующего значения тока. Он, как и действующее значение, отличается от комплекса амплитудного значения тока в $1/\sqrt{2}$ раз ($\dot{I} = \dot{I}_m / \sqrt{2}$).

Для использования символического метода необходимо перейти от уравнений, составленных для мгновенных значений токов и напряжений, которые являются дифференциальными, к алгебраическим. Этот переход осуществляется следующим образом.

В электрических цепях синусоидального тока для реактивных элементов L и C вводят понятие комплексных сопротивлений:

$$\begin{aligned}
 \dot{Z}_L &= j \cdot X_L = j\omega L, \\
 \dot{Z}_C &= -jX_C = \frac{1}{j\omega C}.
 \end{aligned}
 \quad (4.4)$$

Здесь множитель j учитывает сдвиг фазы между током и напряжением в индуктивности и емкости. Значение активного сопротивления остается таким же, как в цепях постоянного тока.

Мгновенные значения токов в ветвях и напряжений на элементах заменяются их комплексными амплитудными (либо комплексными действующими) значениями. После замены ток и напряжения на элементах будут иметь вид:

$$\begin{aligned} i(t) &\Rightarrow \dot{I}_m \text{ или } \dot{I}, \\ e(t) &\Rightarrow \dot{E}_m \text{ или } \dot{E}, \\ u_R(t) &= i(t) \cdot R \Rightarrow \dot{U}_{mR} = \dot{I}_m \cdot R \text{ или } \dot{U}_R = \dot{I} \cdot R, \\ u_L(t) &= L \frac{di}{dt} \Rightarrow \dot{U}_{mL} = \dot{I}_m \cdot \dot{Z}_L = \dot{I}_m \cdot j\omega L \text{ или } \dot{U}_L = \dot{I} \cdot \dot{Z}_L = \dot{I} \cdot j\omega L, \\ u_C(t) &= \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow \dot{U}_{mC} = \dot{I}_m \cdot \dot{Z}_C = \dot{I}_m \cdot \frac{1}{j\omega C} \text{ или } \dot{U}_C = \dot{I} \cdot \dot{Z}_C = \dot{I} \cdot \frac{1}{j\omega C}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

В дальнейшем, при выполнении расчетов, будем использовать комплексные действующие значения напряжений и токов.

Рассмотрим неразветвленную цепь переменного тока, содержащую источник ЭДС, активное сопротивление, емкость и индуктивность (рис. 4.2).

При переходе от мгновенных значений токов и напряжений к комплексным (амплитудным) действующим оказывается возможным использование для расчета цепей переменного тока законов Ома и Кирхгофа, а также методов, применяемых для расчета электрических цепей постоянного тока (методы наложения, контурных токов, эквивалентного генератора и др.). Законы Ома и Кирхгофа для цепей переменного тока в символической форме имеют вид

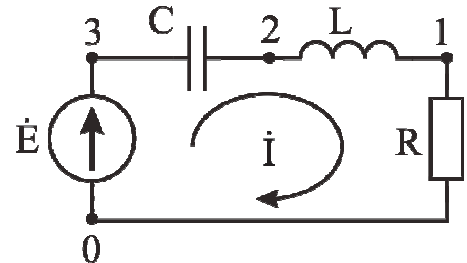


Рис. 4.2. Неразветвленная электрическая цепь переменного тока

$$\dot{I} = \dot{U} / \dot{Z}, \quad \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0, \quad \sum_{k=1}^n \dot{Z}_k \cdot \dot{I}_k = \sum_{l=1}^m \dot{E}_l. \quad (4.6)$$

Применение символического метода расчета электрических цепей переменного тока позволяет перейти от решения дифференциальных уравнений к решению алгебраических уравнений, что значительно упрощает расчеты. Рассмотрим порядок расчета символическим методом электрической цепи переменного тока, показанной на рис. 4.2. В цепи действует ЭДС:

$$e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \dot{E} = E \cdot e^{j\varphi_0} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi_0}. \quad (4.7)$$

В этой цепи по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений тока можно составить интегрально-дифференциальное уравнение вида

$$e(t) = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt. \quad (4.8)$$

В символической форме это уравнение примет вид

$$\dot{E} = R \cdot \dot{I} + jX_L \dot{I} - jX_C \dot{I}. \quad (4.9)$$

Из последнего уравнения получим формулу для комплексного тока цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + jX_L - jX_C} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}}, \quad (4.10)$$

где $\dot{Z} = R + jX_L - jX_C$ – комплексное сопротивление цепи. В общем случае комплексное сопротивление имеет действительную R и мнимую X части:

$$\begin{aligned} X &= X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \\ \dot{Z} &= R + jX = |\dot{Z}|e^{j\varphi_Z}, \\ |\dot{Z}| &= \sqrt{R^2 + X^2}, \\ \varphi_Z &= \arctg \frac{X}{R}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Получив выражение для комплексного значения тока $\dot{I} = \dot{E} / \dot{Z} = I \cdot e^{j\varphi}$, далее перейдем к мгновенным значениям тока

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega t + \varphi) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi). \quad (4.12)$$

Из-за комплексного характера полного сопротивления цепи $\dot{Z}$ между ЭДС $\dot{E} = E \cdot e^{j\varphi_0}$ и током $\dot{I} = I \cdot e^{j\varphi}$ возникает сдвиг фазы

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{E_m \cdot e^{j\varphi_0}}{|\dot{Z}| \cdot e^{j\varphi_Z}} = \frac{E_m}{|\dot{Z}|} e^{j(\varphi_0 - \varphi_Z)} = I \cdot e^{j\varphi}. \quad (4.13)$$

Рассчитав ток $\dot{I}$, далее можно определить напряжения на пассивных элементах:

$$\dot{U}_R = R \cdot \dot{I}, \quad \dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I}, \quad \dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C}. \quad (4.14)$$

По полученным данным строят векторную диаграмму токов, отображающую комплексные токи в цепи, и топографическую диаграмму напряжений, отображающую комплексные потенциалы в цепи (рис. 4.3). Векторная диаграмма токов является интерпретацией I закона Кирхгофа, а топографическая диаграмма напряжений – интерпретацией второго закона Кирхгофа для электрической цепи синусоидального тока в векторной форме. Векторную и топографическую диаграммы строят на одном графике в разных масштабах. Совместное построение диаграмм позволяет демонстрировать сдвиги фаз между токами и напряжениями в элементах электрической цепи.

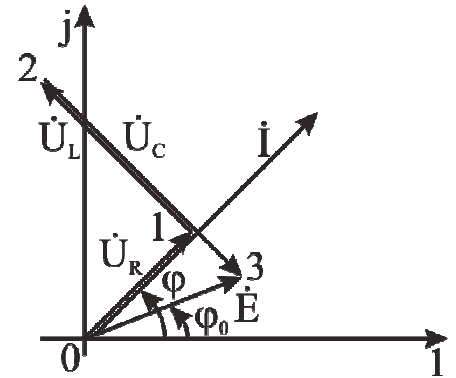


Рис. 4.3. Векторная и топографическая диаграммы неразветвленной электрической цепи переменного тока

Сначала строят векторную диаграмму токов. Для ее построения векторы всех токов, протекающих в цепи, откладывают из начала координат. В процессе построения графическим методом контролируют соблюдение первого закона Кирхгофа. В схеме рис. 4.2 протекает только один ток величиной I и фазой φ .

Для построения топографической диаграммы напряжений на схеме электрической цепи расставляют точки с различающимися потенциалами и нумеруют их, начиная с 0. За 0-ю точку обычно принимают условно отрицательный электрод источника ЭДС. Точка 0 совпадает с началом координат на комплексной плоскости. Потенциалы расставляют, двигаясь против направления протекания тока. Точке потенциала с максимальным номером соответствует потенциал положительного электрода источника ЭДС. В схеме рис. 4.2 потенциал изменяется 3 раза, таким образом, на схеме отмечаются 4 точки. Из 0 откладывается вектор напряжения на сопротивлении, который совпадает с током по фазе, и попадает в точку 1. Конец вектора $\dot{U}_R$ направлен к большему потенциалу (к точке 1). Из точки 1 откладывается вектор напряжения на индуктивности, он опережает вектор тока на 90° . Конец вектора $\dot{U}_L$ направлен к точке 2. Из точки 2 откладывается вектор напряжения на емкости, он отстает от вектора тока на 90° и проводится параллельно вектору $\dot{U}_L$ с небольшим смещением. Конец вектора $\dot{U}_C$ направлен к точке 3. После построения диаграммы напряжений на элементах схемы необходимо провести вектор между точками 0 и 3. Конец полученного вектора должен быть направлен в точку 3, амплитуда полученного вектора (в выбранном масштабе напряжений) должна соответствовать действующему значению напряжения источника ЭДС E , а фаза равняться φ_0 .

При расчете разветвленных цепей переменного тока могут использоваться любые методы, применяемые для расчета электрических цепей постоянного тока. Чаще всего применяют метод последовательных преобразований или метод контурных токов. Рассмотрим пример расчета разветвленной цепи переменного тока (рис. 4.4) методом контурных токов. В цепи действует ЭДС:

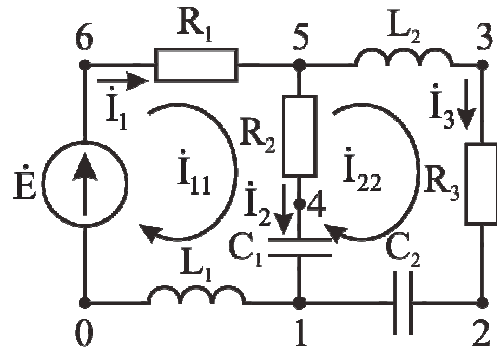


Рис. 4.4. Пример разветвленной электрической цепи переменного тока

$$e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \Rightarrow \dot{E} = E \cdot e^{j90^\circ} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ} = jE.$$

Начальная фаза источника ЭДС равна 90° , то есть при расчете значение напряжения будет иметь только мнимую составляющую. Уравнения для контурных токов в комплексной форме будут иметь вид:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11}(R_1 + R_2 - \frac{j}{\omega C_1} + j\omega L_1) - \dot{I}_{22}(R_2 - \frac{j}{\omega C_1}) = \dot{E}, \\ \dot{I}_{22}(R_2 + R_3 + j\omega L_2 - \frac{j}{\omega C_1} - \frac{j}{\omega C_2}) - \dot{I}_{11}(R_2 - \frac{j}{\omega C_1}) = 0. \end{cases} \quad (4.15)$$

Из этих уравнений выразим контурные токи, заменив сопротивления всех элементов и источника ЭДС их численными значениями. Здесь приведем решение в общем виде:

$$\begin{cases} \dot{I}_{22} = \frac{\dot{I}_{11}(R_2 - \frac{j}{\omega C_1})}{R_2 + R_3 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2})} = I_{22}e^{j\varphi_{22}}, \\ \dot{I}_{11} = \frac{\dot{E}}{R_1 + R_2 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}) - \frac{(R_2 - \frac{j}{\omega C_1})^2}{R_2 + R_3 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2})}} = I_{11}e^{j\varphi_{11}}, \end{cases} \quad (4.16)$$

По полученным контурным токам определяем токи в ветвях

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = I_1 \cdot e^{j\varphi_1}, \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = I_2 \cdot e^{j\varphi_2}, \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_{22} = I_3 \cdot e^{j\varphi_3},$$

а по токам, протекающим в ветвях, рассчитываем напряжения на элементах

$$\dot{U}_{R_1} = R_1 \cdot \dot{I}_1, \quad \dot{U}_{R_2} = R_2 \cdot \dot{I}_2, \quad \dot{U}_{R_3} = R_3 \cdot \dot{I}_3, \quad \dot{U}_{L_1} = j\omega L_1 \cdot \dot{I}_1,$$

$$\dot{U}_{L_2} = j\omega L_2 \cdot \dot{I}_3, \quad \dot{U}_{C_1} = \frac{\dot{I}_2}{j\omega C_1}, \quad \dot{U}_{C_2} = \frac{\dot{I}_3}{j\omega C_2}.$$

Для проверки правильности расчета необходимо построить векторную и топографическую диаграммы. Для построения векторной диаграммы откладывают векторы всех токов, протекающих в схеме из начала координат, и проверяют выполнение I закона Кирхгофа. Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 4.5, очевидно, что ток $\dot{I}_1$ равен сумме токов $\dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$.

Для проверки соблюдения II закона Кирхгофа строят топографическую диаграмму напряжений. Из точки 0 откладывают падение напряжения на индуктивности L_1 $\dot{U}_{L_1}$, которое опережает ток $\dot{I}_1$ на 90° . Из точки 1 выходят 2 параллельные ветви, т.е. необходимо отложить 2 вектора: вектор $\dot{U}_{C_1}$, отстающий от $\dot{I}_2$ на 90° , в точку 4 и вектор $\dot{U}_{C_2}$, отстающий от $\dot{I}_3$ на 90° , в точку 2. Из точки 2 откладывается вектор $\dot{U}_{R_3}$, совпадающий по направлению с $\dot{I}_3$, в точку 3, а из точки 3 вектор $\dot{U}_{L_2}$, опережающий ток $\dot{I}_3$ на 90° , в точку 5. Из точки 4 откладывается вектор $\dot{U}_{R_2}$, совпадающий по направлению с $\dot{I}_2$, в точку 5.

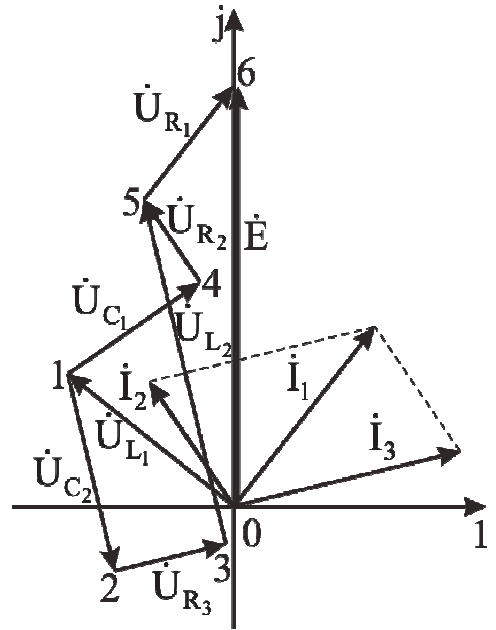


Рис. 4. 5. Векторная и топографическая диаграммы разветвленной электрической цепи переменного тока

При соблюдении II закона Кирхгофа векторы $\dot{U}_{R_2}$ и $\dot{U}_{L_2}$ должны сойтись в одной точке. Из точки 5 откладывается вектор $\dot{U}_{R_1}$, совпадающий по направлению с $\dot{I}_1$, в точку 6. Для проверки соблюдения II закона Кирхгофа необходимо определить амплитуду и фазу вектора напряжения между точками 0 и 6. Напряжение между точками 0 и 6 носит комплексный характер и равно напряжению источника ЭДС, т.е. II закон Кирхгофа выполняется.

Методика выполнения работы

В исследуемых электрических цепях действует напряжение вида $e(t) = E_m \cdot \sin \omega t$, т.е. начальная фаза источника ЭДС равна нулю.

Измерение фазы напряжений на элементах осуществляется с использованием двух каналов осциллографа в режиме измерения постоянного и переменного напряжений (DC). Первый канал осциллографа подключается к источнику ЭДС, а второй к элементу, который подключен к заземляющему контакту (так как заземление осциллографа соединено с заземлением стенда). Масштаб по шкале напряжения – 2 В на обоих каналах, масштаб по шкале времени – 500 мкс. Для измерения фазы необходимо совместить оси времени обоих каналов (курсоры, указывающие нулевое значение сигнала в левой части экрана, должны совместиться). Курсорами в режиме «ВРЕМЯ» отметить ближайшие точки пересечения сигналов первого и второго каналов с нулевым уровнем (рис. 4.6,а,б). Фаза сигнала в радианах определяется как

$$\varphi = t_c \cdot \omega, \quad (4.17)$$

где t_c – время смещения между сигналами первого и второго каналов в секундах, ω – циклическая частота источника ЭДС [рад/с].

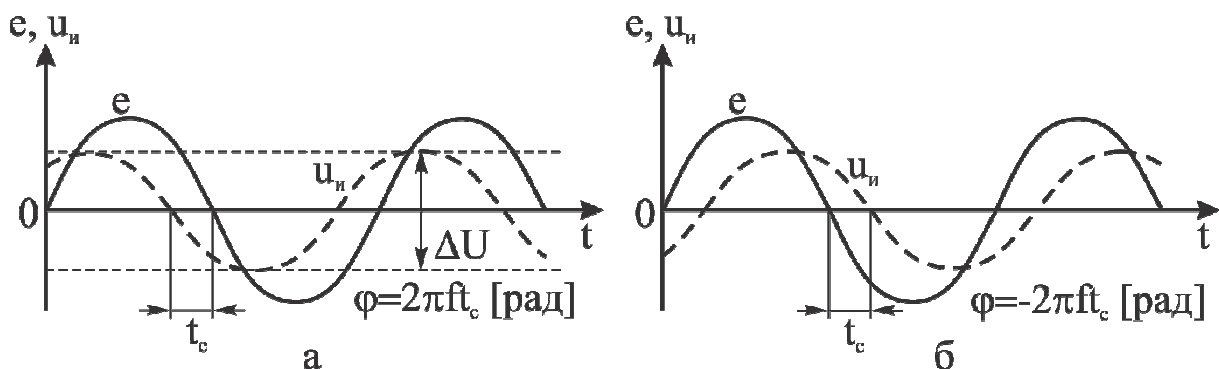


Рис. 4.6. Диаграммы, поясняющие определение знака фазы исследуемого напряжения

В случае, когда сигнал на исследуемом элементе опережает сигнал на источнике ЭДС (рис. 4.6,а), фазу необходимо учитывать с положительным знаком, а в случае, когда сигнал на источнике ЭДС опережает сигнал на исследуемом элементе (рис. 4.6,б), – с отрицательным.

Амплитудные значения напряжений на элементах исследуемых электрических цепей измеряются осциллографом в соответствии с рис. 4.6,а. Курсорами в

режиме «НАПРЯЖЕНИЕ» отмечается минимальное и максимальное значение сигнала, искомая величина определяется как:

$$U_m = \Delta U / 2. \quad (4.18)$$

Программа работы

Перед выполнением лабораторной работы необходимо:

- составить отчет, который должен содержать краткие элементы теории, все исследуемые схемы, таблицы и расчеты, указанные в программе работы. Схемы и таблицы должны быть выполнены карандашом и в соответствии с требованиями ЕСКД;

- изучить лабораторный стенд (см. приложение), порядок проведения измерений электрических величин с помощью мультиметра VC 9808⁺, работу генератора GFG -3015 и осциллографа АКИП-4115/3А, а также методику выполнения работы.

СТУДЕНТ, НЕ ПОДГОТОВИВШИЙ ОТЧЕТ, К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ НЕ ДОПУСКАЕТСЯ.

При выполнении работы на генераторе сигналов специальной формы необходимо установить синусоидальный сигнал амплитудой $U_m = 5$ В, напряжением смещения – 0 В, асимметрией – 50 % и частотой $f = 200$ Гц.

1. Исследование неразветвленной электрической цепи переменного тока.

1.1. Собрать схему неразветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.7,а. Измерить амплитуду напряжения источника ЭДС (точка 1), амплитуду напряжения на сопротивлении R_2 (точка 2) и временной сдвиг между ними. Полученные данные занести в табл. 4.1.

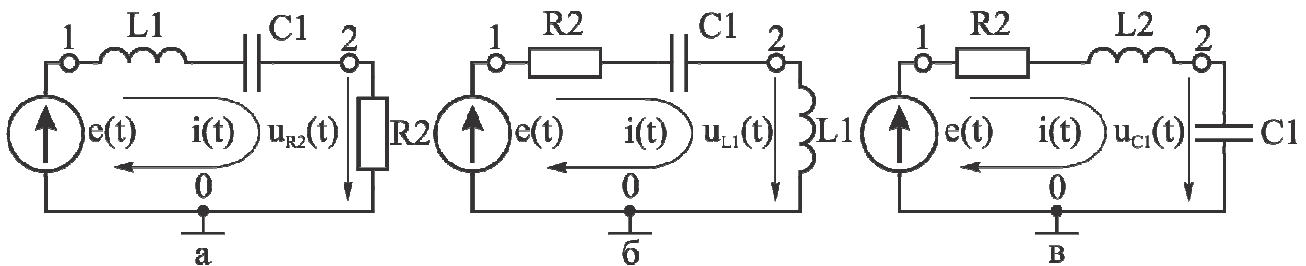


Рис. 4.7. Последовательности соединения элементов исследуемой неразветвленной электрической цепи

1.2. Собрать схему неразветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.7,б. Измерить амплитуду напряжения на индуктивности L_1 (точка 2) и временной сдвиг между напряжением на индуктивности и напряжением источника ЭДС. Полученные данные занести в табл. 4.1.

1.3. Собрать схему неразветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.7,в. Измерить ампли-

туду напряжения на емкости C_1 (точка 2) и временной сдвиг между напряжением на емкости и напряжением источника ЭДС. Полученные данные занести в табл. 4.1.

1.4. Определить амплитуду и фазу тока, протекающего в цепи, и фазы напряжений на элементах в радианах и градусах, в соответствии с методикой выполнения работы. Полученные данные занести в табл. 4.1.

1.5. По данным табл. 4.1 записать мгновенные значения напряжений на всех элементах и тока в цепи, а также комплексные действующие значения напряжений на элементах и тока в цепи в показательной и тригонометрической формах для измеренных значений.

1.6. Построить векторную диаграмму тока и топографическую диаграмму напряжений для комплексных амплитудных значений, используя схему в последовательности рис. 4.7,а.

1.7. **При подготовке отчета рассчитать** комплексные амплитудные значения напряжений на элементах и тока в цепи для схемы рис. 4.7,а. При расчете учитывать, что в цепи действует синусоидальное напряжение $e(t) = 5 \cdot \sin \omega t$ с частотой $f = 200$ Гц. Номиналы элементов взять из приложения. Полученные данные занести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Исследуемая величина	Элементы электрической цепи			
	R2	L1	C1	e(t)
Амплитудное значение напряжения (расч.)				
Амплитудное значение напряжения (измер.)				
Время смещения, [мс]				
Фаза напряжения, [°] (расч.)				
Фаза напряжения, [°] (измер.)				
Фаза напряжения, [рад] (измер.)				
Амплитудное значение тока (расч.)				
Амплитудное значение тока (измер.)				
Фаза тока, [°] (расч.)				
Фаза тока, [°] (измер.)				

2. **Исследование разветвленной электрической цепи переменного тока.**

2.1. Собрать схему разветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.8,а. Измерить амплитуду напряжения источника ЭДС (точка 1), амплитуду напряжения на сопротивлении R_1 (точка 2) и временной сдвиг между ними. Полученные данные занести в табл. 4.2.

2.2. Собрать схему разветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.8,б. Измерить амплитуду напряжения на емкости C_1 (точка 2) и временной сдвиг между напряжением на

емкости и напряжением источника ЭДС. Полученные данные занести в табл. 4.2.

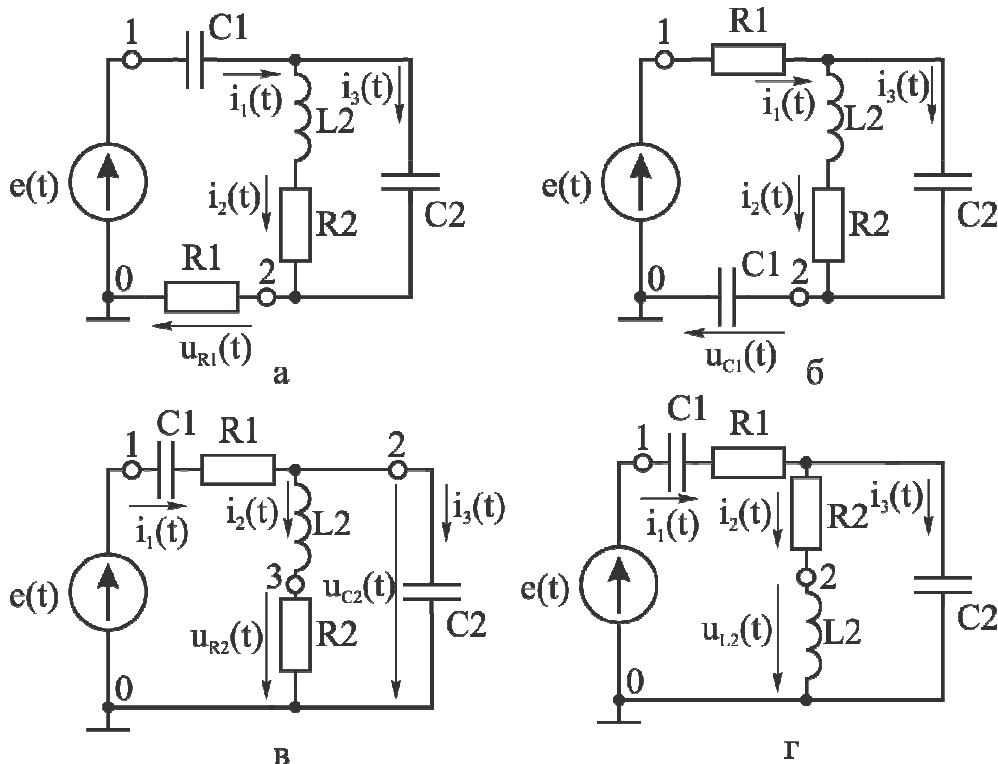


Рис. 4.8. Последовательности соединения элементов исследуемой разветвленной электрической цепи

2.3. Собрать схему разветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.8,в. Измерить амплитуду напряжения на емкости C_2 (точка 2) и временной сдвиг между напряжением на емкости и напряжением источника ЭДС. Измерить амплитуду напряжения на сопротивлении R_2 (точка 3) и временной сдвиг между напряжением на сопротивлении и напряжением источника ЭДС. Полученные данные занести в табл. 4.2.

2.4. Собрать схему разветвленной электрической цепи переменного тока, соединенной в последовательности согласно рис. 4.8,г. Измерить амплитуду напряжения на индуктивности L_2 (точка 2) и временной сдвиг между напряжением на индуктивности и напряжением источника ЭДС. Полученные данные занести в табл. 4.2.

2.5. Определить амплитуды и фазы токов, протекающих в цепи, и фазы напряжений на элементах в радианах и градусах, в соответствии с методикой выполнения работы. Полученные данные занести в табл. 4.2.

2.6. По данным табл. 4.2 записать мгновенные значения напряжений на всех элементах и тока в цепи, а также комплексные действующие значения напряжений на элементах и тока в цепи в показательной и тригонометрической формах для измеренных значений.

2.7. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений для комплексных амплитудных значений, используя схему в последовательности рис. 4.8,а.

2.8. При подготовке отчета рассчитать комплексные амплитудные значения напряжений на элементах и токов в цепи для схемы рис. 4.8,а. При расчете учитывать, что в цепи действует синусоидальное напряжение $e(t) = 5 \cdot \sin \omega t$ с частотой $f = 200$ Гц. Номиналы элементов взять из приложения. Полученные данные занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Исследуемая величина	Элементы электрической цепи					
	$e(t)$	R_1	C_1	C_2	R_2	L_2
Амплитудное значение напряжения (расч.)						
Амплитудное значение напряжения (измер.)						
Время смещения [мс]						
Фаза напряжения [градусы] (расч.)						
Фаза напряжения [градусы] (измер.)						
Фаза напряжения [радианы] (измер.)						
Амплитудное значение тока (расч.)						
Амплитудное значение тока (измер.)						
Фаза тока [градусы] (расч.)						
Фаза тока [градусы] (измер.)						

3. Провести анализ полученных результатов.

Контрольные вопросы

1. Почему к цепям синусоидального переменного тока можно применять символический метод расчета?
2. Что такое символический метод расчета?
3. Как осуществляется переход от дифференциальных уравнений, описывающих схему, к алгебраическим?
4. Какие способы применимы при расчете цепей синусоидального переменного тока?
5. Как связаны векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений с законами Кирхгофа?

ТЕМА 4

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Нелинейные элементы: общие сведения

В общем случае электрические схемы устройств содержат кроме линейных также нелинейные элементы, описываемые нелинейными вольт-амперными характеристиками.

Нелинейные свойства элементов могут быть источником нежелательных явлений, например искажения формы тока в цепи, что недопустимо для правильного воспроизведения сигналов. Однако в ряде случаев нелинейные свойства элементов лежат в основе принципа действия различных устройств, например выпрямителей и стабилизаторов напряжения, усилителей и т. д. Для реализации таких устройств создаются элементы с необходимыми нелинейными характеристиками на основе диэлектрических, полупроводниковых, ферромагнитных и других материалов.

Для нелинейных цепей неприменим принцип наложения. Поэтому неприменимы или применимы с ограничениями все методы расчета цепей, которые на нем основаны: метод контурных токов, метод наложения, метод эквивалентного источника.

По виду вольт-амперной характеристики различают нелинейные элементы с симметричной и несимметричной характеристиками (по отношению к началу координат). Значение тока в нелинейном элементе с симметричной характеристикой не зависит от полярности приложенного напряжения (рис. 1,а), а сопротивление этого элемента не зависит от направления тока в нем. В нелинейном элементе с несимметричной характеристикой значение тока зависит от полярности приложенного напряжения (рис. 1,б), а сопротивление элемента зависит от направления тока в нем.

К нелинейным элементам с **симметричными вольт-амперными характеристиками** относятся лампы накаливания, терморезисторы, тиритовые и вилитовые элементы, бареттеры, лампы с тлеющим разрядом, электрическая дуга между одинаковыми электродами и др.

Нелинейность характеристик ламп накаливания обусловлена тем, что, например, вольфрамовая нить имеет положительный температурный коэффициент сопротивления, т.е. при повышении температуры (с увеличением тока) ее сопротивление увеличивается и возрастание тока замедляется (кривая 1 на рис. 2). Угольная же нить имеет отрицательный температурный коэффициент

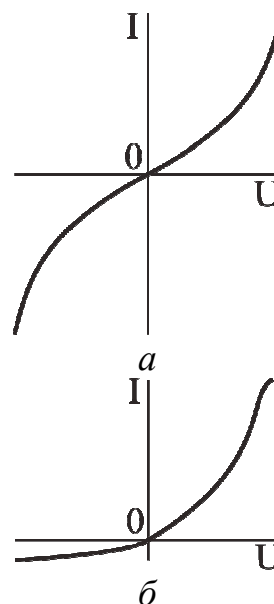


Рис. 1. Вольт-амперные характеристики симметричного (а) несимметричного (б) нелинейных элементов

сопротивления, и поэтому зависимость (кривая 2 на рис. 2) имеет вогнутый характер.

Терморезистор имеет вольт-амперную характеристику, аналогичную характеристике угольной нити (рис. 2, кривая 2). С увеличением тока его сопротивление уменьшается. Терморезисторы применяют для компенсации изменений сопротивления элементов, изготовленных из металлических проводников, сопротивление которых увеличивается с увеличением тока в цепи. При последовательном включении такого элемента и терморезистора общее сопротивление цепи остается неизменным при любом значении тока.

Бареттер по внешнему виду напоминает лампу накаливания. В стеклянном баллоне, заполненном водородом, помещается стальная нить. На вольт-амперной характеристике (рис. 3) имеется участок АВ, на протяжении которого с увеличением напряжения сопротивление нити увеличивается так, что ток остается почти постоянным. Бареттер включают последовательно в ту цепь, в которой надо поддерживать ток постоянным. Тогда все изменения напряжения $\pm \Delta U$ источника питания принимает на себя бареттер, а напряжение на приемнике и, следовательно, ток в нем не изменяются.

Тиритовые и вилитовые элементы изготавливают из карборунда. Они имеют вольт-амперную характеристику, изображенную на рис. 4. Из нее видно, что с увеличением напряжения проводимость элемента увеличивается. Из тиритовых дисков выполняют разрядники, предназначенные для защиты установок высокого напряжения (подстанций, линий электропередачи) от перенапряжений. При возрастании напряжения в два раза проводимость тиритового элемента увеличивается примерно в десять раз.

К нелинейным элементам с симметричной вольт-амперной характеристикой относится также электрическая дуга, возникающая между одинаковыми электродами и являющаяся элементом цепи электросварочных установок, электроплавильных печей, прожекторов, проекционных аппаратов и т. д. Вольт-амперная характеристика дуги представлена на рис. 5. С увеличением тока дуги

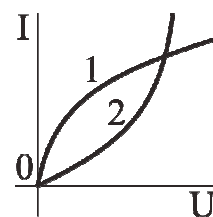


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики ламп накаливания с вольфрамовой (кривая 1) и угольной (кривая 2) нитями

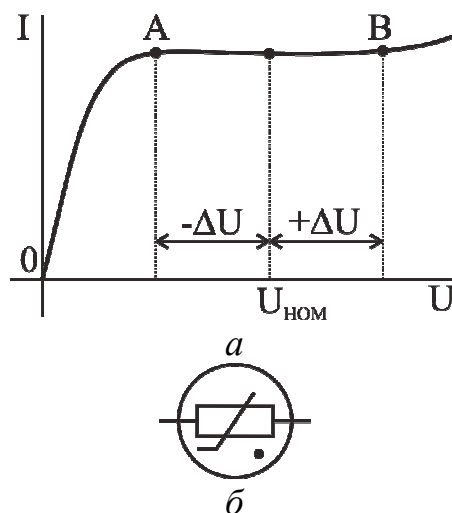


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика бареттера (а) и условное обозначение (б)

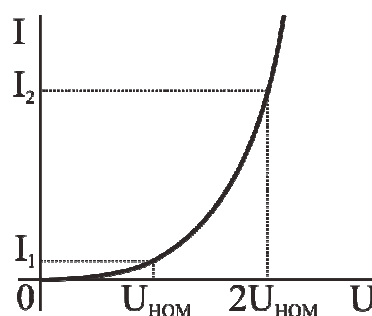


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика тиритового элемента

падение напряжения на ней уменьшается, что обусловлено резким увеличением ее проводимости.

У ламп с тлеющим разрядом стеклянный баллон заполняют инертным газом (неоновые лампы). При увеличении напряжения ток в газе между электродами сначала увеличивается очень медленно (рис. 6). Когда напряжение достигает некоторого значения U_0 , между электродами возникает тлеющий разряд, газ ионизируется, проводимость лампы резко возрастает и ток продолжает увеличиваться даже при уменьшении напряжения. Постоянство напряжения в некотором диапазоне изменения тока (участок АВ) позволяет использовать лампы с тлеющим разрядом для стабилизации напряжения.

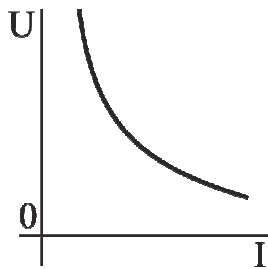


Рис. 5. Вольт-амперная характеристика электрической дуги

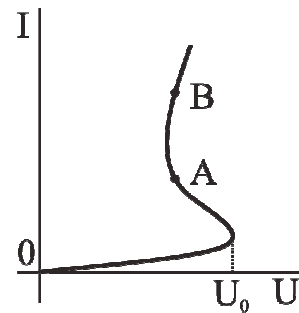


Рис. 6. Вольт-амперная характеристика лампы с тлеющим разрядом

К нелинейным элементам с **несимметричной вольт-амперной характеристикой** относятся электронные лампы, ртутные вентили, полупроводниковые диоды и триоды, электрическая дуга при неоднородных электродах и др. В основном их используют для преобразования переменного тока в постоянный.

На рис. 7 изображена вольт-амперная характеристика термистора — терморезистора из полупроводникового материала. Значительная часть характеристики термистора имеет падающий характер, что обусловлено его высоким отрицательным температурным коэффициентом в этой части характеристики. Термисторы применяют в измерительных устройствах, в технике высокой частоты и т. п.

Электронная лампа (диод) проводит электрический ток, если анод имеет положительный потенциал, а катод — отрицательный. При обратной полярности электродов ток, замыкающийся через лампу, практически равен нулю (рис. 8,а). Характеристики твердотельных полупроводниковых диодов (селеновых, кремниевых, германиевых и др.) аналогичны (рис. 8,б).

Статическое и дифференциальное сопротивление нелинейного элемента

Нелинейные элементы характеризуются двумя параметрами: статическим $R_{ст}$ и дифференциальным $R_{диф}$ сопротивлениями. Эти сопротивления изменяются от точки к точке вольт-амперной характеристики.

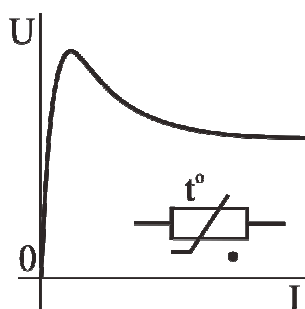


Рис. 7. Вольт-амперная характеристика термистора и его условное обозначение

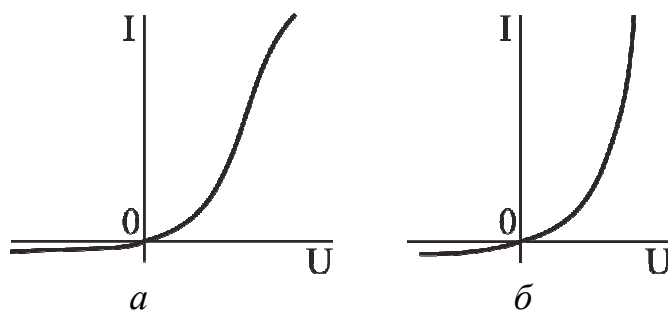


Рис. 8. Вольт-амперная характеристика электронной лампы (диода) (а) и полупроводникового диода (б)

Статическое сопротивление нелинейного элемента определяется отношением напряжения в данной точке вольт-амперной характеристики к току в этой же точке. Для точки А характеристики (рис. 9,а,б) статическое сопротивление

$$R_{\text{СТ}} = \frac{U}{I} = \frac{m_U |OB|}{m_I |BA|} = m_R \operatorname{tg} \alpha,$$

где m_U , m_I , m_R - масштабные коэффициенты для напряжения, тока и сопротивления соответственно.

Статическое сопротивление нелинейного элемента в любой точке характеристики пропорционально тангенсу угла наклона линии, проведенной из начала координат через эту точку к оси тока. С увеличением напряжения статическое сопротивление $R_{\text{СТ}}$ для элемента с выпуклой характеристикой увеличивается (рис. 9,а), а с вогнутой характеристикой — уменьшается (рис. 9,б).

Под дифференциальным сопротивлением понимают предел отношения приращения напряжения в данной точке вольт-амперной характеристики к приращению медленно изменяющегося тока, когда это приращение стремится к нулю.

Для точки А характеристики (рис. 9,а,б) дифференциальное сопротивление

$$R_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_u |DF|}{m_i |FA|} = m_R \operatorname{tg} \beta.$$

Дифференциальное сопротивление нелинейного элемента в любой точке характеристики пропорционально тангенсу угла наклона касательной линии, проведенной через эту точку, к оси тока.

С увеличением напряжения дифференциальное сопротивление $R_{\text{диф}}$ элемента с выпуклой характеристикой увеличивается (рис. 9,а), а элемента с вогнутой характеристикой — уменьшается (рис. 9,б). При этом в первом случае $R_{\text{диф}} > R_{\text{СТ}}$, а во втором — $R_{\text{диф}} < R_{\text{СТ}}$. Следовательно, если на каком-то участке вольт-амперной характеристики имеет место соотношение $R_{\text{диф}} > R_{\text{СТ}}$, то с увеличением напряжения или тока сопротивление нелинейного элемента увеличивается, и наоборот.

Для нелинейного элемента с обратной зависимостью между напряжением и током (рис. 10) угол $\beta > 90$ и, следовательно, дифференциальное сопротивление такого элемента отрицательно. На горизонтальном участке АВ характери-

стики бареттера (рис. 3) $R_{\text{диф}} \rightarrow \infty$, а на вертикальном участке АВ характеристики лампы с тлеющим разрядом (рис. 6) $R_{\text{диф}} \rightarrow 0$.

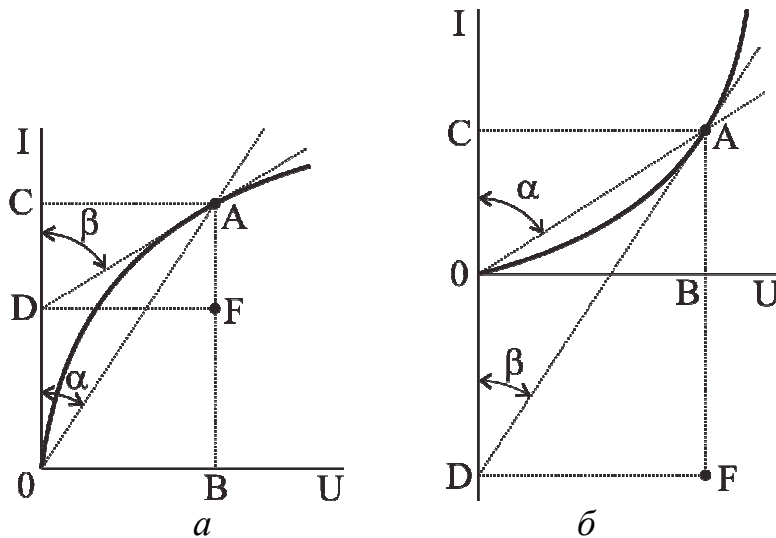


Рис. 9. Определение статического и дифференциального сопротивлений нелинейных элементов с монотонно возрастающей зависимостью между напряжением и током: с выпуклой вольт-амперной характеристикой (а); с вогнутой вольт-амперной характеристикой (б)

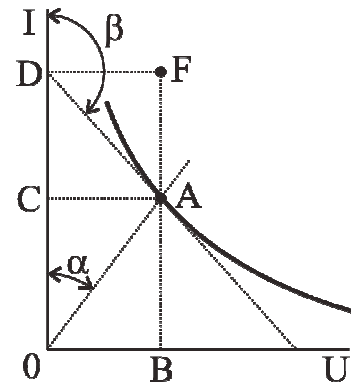


Рис. 10. Определение статического и дифференциального сопротивлений нелинейных элементов с обратной зависимостью между напряжением и током

Это показывает, что если статическое сопротивление всегда положительно, то дифференциальное сопротивление может быть отрицательным и положительным, равным нулю и стремиться к бесконечности. Чем больше разница между статическим и дифференциальным сопротивлениями, тем сильнее проявляется нелинейность данного элемента.

Расчет нелинейных электрических цепей

Все методы основаны на использовании законов Кирхгофа, которые справедливы для расчета электрических цепей и с нелинейными элементами.

Графический метод расчета

Нелинейные элементы, подобно линейным, могут быть соединены между собой по схемам последовательного, параллельного и смешанного соединений. При графическом методе расчета электрических цепей вольт-амперные характеристики нелинейных элементов должны быть заданы в графической или табличной форме. Графический расчет имеет целью построение вольт-амперной характеристики всей нелинейной электрической цепи или ее части.

На рис. 11,а изображена схема последовательного соединения двух нелинейных элементов (НЭ 1 и НЭ 2), вольт-амперные характеристики которых $I_1(U_1)$ и $I_2(U_2)$ представлены на рис. 11,б. При последовательном соединении ток во всех элементах один и тот же, т. е. $I_1 = I_2 = I$, а напряжение источника питания $U = U_1 + U_2$. Для построения вольт-амперной характеристики всей цепи необходимо задаться некоторыми значениями тока в ней, по характеристикам

отдельных элементов определить напряжения U_1 и U_2 на этих элементах при заданных значениях тока и сложить эти напряжения. Например, задаваясь током $I = |Oa|$ (рис. 11,б), проводим через точку а горизонтальную штриховую линию, пересечение которой с характеристиками $I_1(U_1)$ и $I_2(U_2)$ в точках b и с дает значения напряжений $U_1 = |ab|$ и $U_2 = |ac|$. Складывая абсциссы точек пересечения, получаем абсциссу точки d, принадлежащей характеристике $I(U)$ всей цепи. Найдя таким образом семейство точек d, проводим через них искомую характеристику $I(U)$.

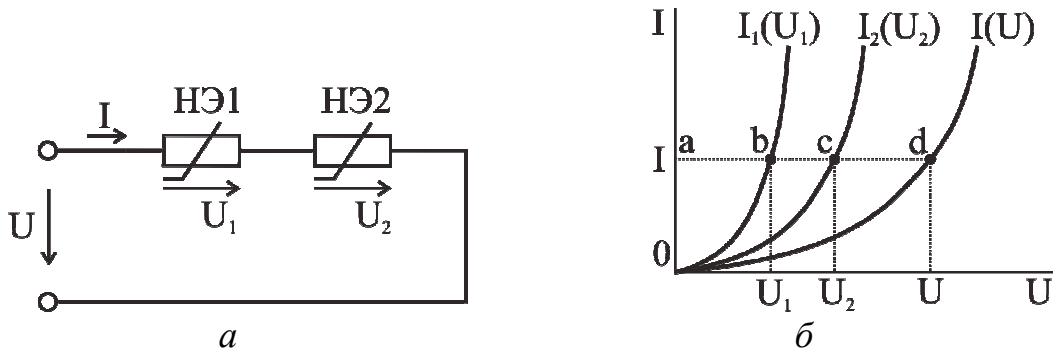


Рис. 11. Последовательное соединение нелинейных элементов: схема (а); вольт-амперные характеристики элементов и цепи (б)

Если последовательно соединено несколько нелинейных элементов, то характеристику всей цепи находят аналогично. При наличии в цепи линейных элементов методика графического расчета в общем случае не изменяется. Однако в некоторых случаях (при постоянстве напряжения источника питания, при наличии линейного элемента в цепи и др.) удобнее применить другой графический метод. Он также основан на условиях, что при последовательном соединении $I_1 = I_2 = I$ и $U = U_1 + U_2$. При использовании этого метода характеристику одного из элементов строят из начала координат, а для второго строят так называемую опрокинутую характеристику. Рассмотрим этот метод на примере последовательного соединения нелинейного элемента НЭ 1 и линейного элемента R_2 (рис. 12,а).

Характеристику нелинейного элемента $I_1(U_1)$ строят обычным образом. Напряжение на втором, линейном, элементе $U_2 = U - U_1$. Поэтому при заданном напряжении U источника питания для характеристики $I_2(U_2)$ второго элемента за начало координат можно взять точку O' и всю характеристику строить влево. Построенную таким образом характеристику и называют опрокинутой.

Опрокинутая характеристика линейного элемента, представляющая собой прямую линию, может быть построена по двум точкам. Если $U_2 = 0$, то характеристике $I_2(U_2)$ принадлежит точка O' ; если $U_1 = 0$, то характеристика $I_2(U_2)$ пересекает ось ординат в точке B' , определяемой соотношением $I_2 = U/R_2$.

Точка пересечения двух характеристик (точка A') определяет ток I в цепи и напряжения U_1 и U_2 на элементах при заданном напряжении U источника питания. При увеличении этого напряжения на ΔU характеристика линейного элемента перемещается вправо на ΔU и рабочей становится точка A'' . При напря-

жении $U = \text{const}$, но изменении сопротивления R_2 изменяется положение точки B' (точка B''' при увеличении R_2). Рабочая точка при этом A''' .

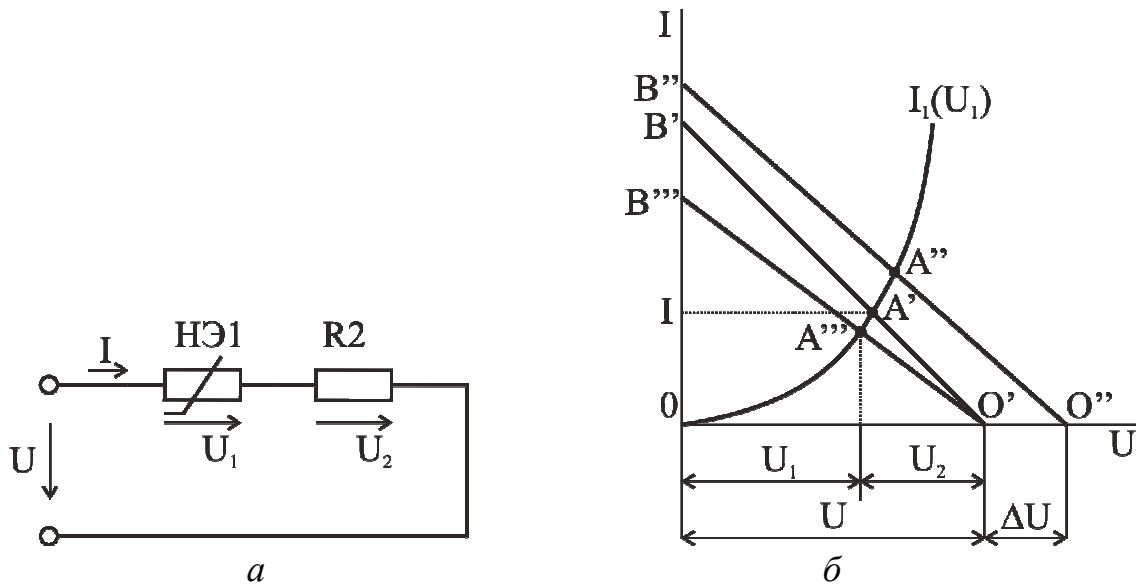


Рис. 12. Последовательное соединение нелинейного и линейного элементов: схема (а); вольт-амперные характеристики элементов и цепи (б)

При параллельном соединении нелинейных элементов (рис. 13,а) напряжение на них $U_1 = U_2 = U$, а ток в неразветвленной части цепи $I = I_1 + I_2$. Используя вольт-амперные характеристики нелинейных элементов (рис. 13,б) и задаваясь некоторыми значениями напряжения, складывают ординаты, соответствующие токам в нелинейных элементах, и находят ток во всей цепи, например, $|ab| + |ac| = |ad|$. По нескольким точкам проводят искомую характеристику всей цепи.

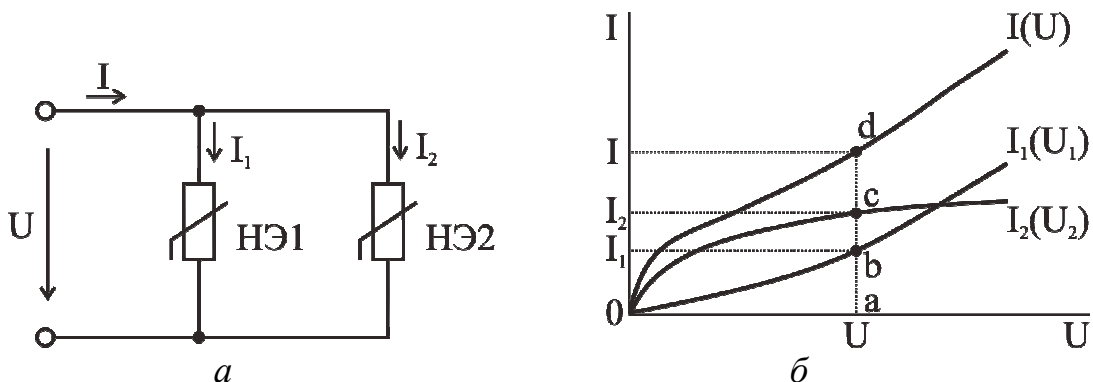


Рис. 13. Параллельное соединение нелинейных элементов: схема (а); вольт-амперные характеристики элементов и цепи (б)

При смешанном соединении элементов задача решается последовательно. Для схемы, представленной на рис. 14,а, сначала находят характеристику части цепи, состоящей из последовательно соединенных нелинейного элемента НЭ 2 и линейного элемента R_3 . Эта характеристика обозначена $I_2(U)$ (рис. 14,б). Затем находят характеристику всей цепи $I(U)$, рассматривая параллельное соеди-

нение двух элементов с характеристиками $I_1(U)$ и $I_2(U)$. Имея характеристики, представленные на рис. 14,б, достаточно знать одно из напряжений (U_2 , U_3 , U) или один из токов (I_1 , I_2 , I), чтобы определить все остальные напряжения и токи. Допустим, что задано напряжение U_3 . Тогда по характеристике $I_2(U_3)$ определяют ток I_2 , затем по характеристикам $I_2(U_2)$ и $I_2(U)$ находят напряжения U_2 и U , соответствующие току I_2 , и, наконец, по напряжению U и характеристикам $I_1(U)$ и $I(U)$ определяют токи I_1 и I .

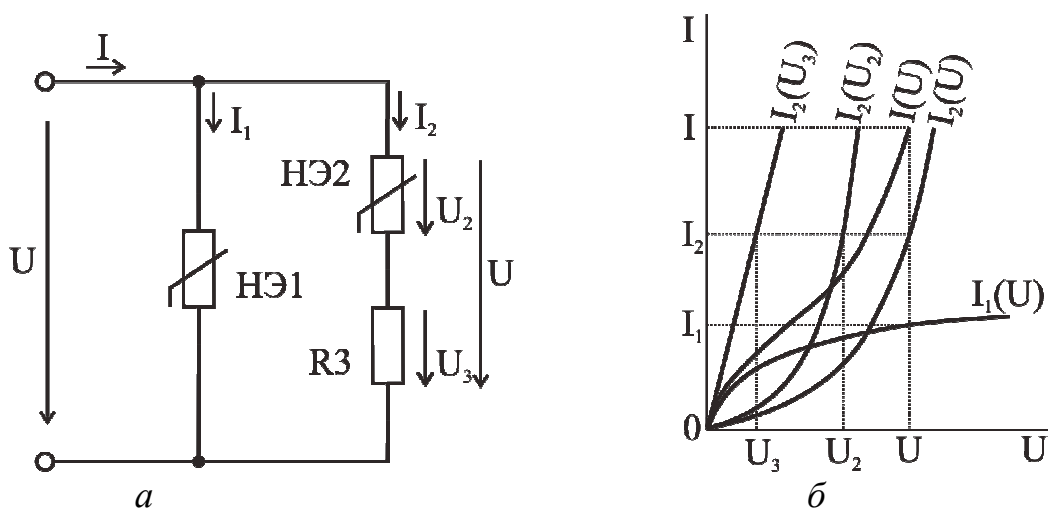


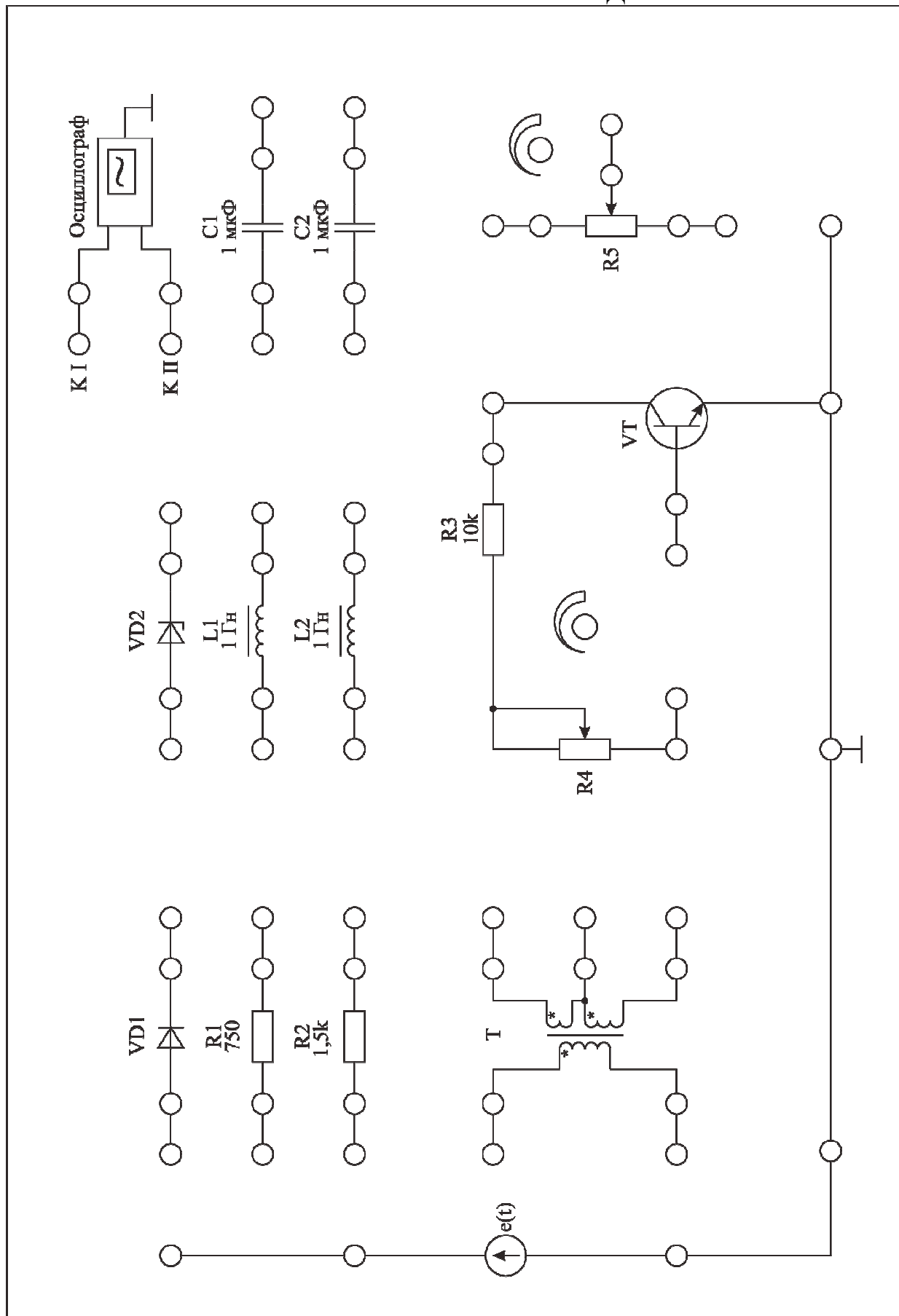
Рис. 14. Смешанное соединение нелинейных и линейного элементов: схема (а); вольт-амперные характеристики элементов и цепи (б)

Графический метод - наиболее простой метод расчета для нелинейных электрических цепей. Он применим во всех случаях, так как характеристики нелинейных элементов всегда бывают заданы графически.

Аналитический метод расчета

При графическом методе расчета невозможно провести общий анализ процессов, протекающих в электрической цепи. Если же выразить характеристики нелинейных элементов аналитически, то по законам Кирхгофа для любой нелинейной цепи можно написать систему нелинейных уравнений, в результате решения которой можно получить все интересующие зависимости токов в ветвях от ЭДС и параметров ветвей. Однако характеристики некоторых нелинейных элементов затруднительно или даже невозможно выразить аналитически, а решение системы нелинейных уравнений даже при использовании приближенных методов затруднено. В тех случаях, когда режим нелинейной электрической цепи изменяется в небольших пределах, участок или участки вольт-амперной характеристики можно заменить прямой линией (аппроксимация вольт-амперной характеристики участками прямой). Данный метод получил название – метода линеаризации.

ЛАБОРАТОРНЫЙ СТЕНД



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие/ В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, С.А. Круглов, Т.А. Глебова, Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань: РГРТУ, 2011. 140 с.
2. Иванов И.И. Электротехника: учеб. пособие. СПб.:Лань, 2008. 496 с.
3. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: учеб. пособие для вузов. - М.:Академия, 2005. 394 с.
4. Кузовкин В.А. Теоретическая электротехника: учеб. для вузов. М.:Логос, 2006. 479 с.
5. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Том 1: учеб. для вузов. СПб.:Питер, 2003. 462 с.
6. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Том 2: учеб. для вузов. СПб.:Питер, 2003. 575 с.
7. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Том 3: учеб. для вузов. СПб.:Питер, 2003. 376 с.
8. Касаткин А.С. Электротехника: учеб. для вузов. М.:Издательский центр «Академия», 2005. 544 с.
9. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учеб. для вузов. М.:Гардарики, 2002. 638 с.
10. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособие. СПб.:Лань, 2009. 592 с.
11. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Нелинейные электрические цепи. Электромагнитное поле: учеб. пособие. СПб.:Лань, 2009. 432 с.
12. Шатенъе Г., Боэ М., Буи Д., Вайан Ж., Веркиидер Д. Учебник по общей электротехнике М.: Техносфера, 2009. 624 с.
13. Теоретические основы электротехники. методические указания к лабораторным работам. Ч.II. / Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; сост.: В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, А.П. Борисовский, К.В. Шемарин, О.В. Киреева. Рязань, 2006. 40 с.
14. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным работам. Ч. I/ Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; сост.: В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, А.П. Борисовский, С.А. Круглов, И.В. Филиппов, Г.П. Гололобов. Рязань, 2007. 32 с.
15. Теоретические основы электротехники: методические указания к расчетному заданию/ Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; сост.: В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, С.А. Круглов, А.А. Дягилев. Рязань, 2007. 12 с.
16. Теоретические основы электротехники: методические указания к курсовому проектированию/ Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; сост.: В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, С.А. Круглов. Рязань, 2007. 12 с.
17. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям и лабораторным работам, Ч. I, II/ Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; сост.: В.С. Гуров, Е.В. Мамонтов, А.П. Борисовский, С.А. Круглов, И.В. Филиппов, А.В. Двойнин. Рязань, 2008. 92 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Тема 1. Электрические цепи: законы, элементы, измерения.....	3
Расчетно-графическая работа № 1 Расчет общего сопротивления.....	4
Лабораторная работа № 1 Исследование электрических цепей.....	6
Тема 2. Линейные электрические цепи постоянного тока.....	20
Расчетно-графическая работа № 2 Расчет сложной цепи постоянного тока...	21
Пример расчета сложной цепи постоянного тока.....	26
Лабораторная работа № 2 Исследование электрических цепей постоянного тока.....	31
Тема 3. Линейные электрические цепи синусоидального тока.....	39
Расчетно-графическая работа № 3. Расчет цепи синусоидального тока.....	40
Пример расчета цепи синусоидального тока.....	45
Лабораторная работа № 3. Исследование L и C в цепях синусоидального тока.....	49
Лабораторная работа № 4. Исследование RLC-цепей синусоидального тока.....	59
Тема 4. Нелинейные электрические цепи.....	70
Приложение. Лабораторный стенд.....	78
Библиографический список.....	79