

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.391:519.72

В.В. Золотарев, Г.В. Овечкин, В.С. Федиов**ПОВЫШЕНИЕ СКОРОСТИ РАБОТЫ НЕДВОИЧНОГО
МНОГОПороГОВОГО ДЕКОДЕРА**

Описаны недвоичные многопороговые декодеры (q МПД) символьных самоортогональных кодов (q СОК). Показано, что сложность q МПД определяется сложностью символьного порогового элемента (q ПЭ), являющегося единственным вычислительно сложным блоком q МПД. Предложены алгоритмы работы q ПЭ, лучшие из которых обеспечивают линейную зависимость числа выполняемых операций от кодового расстояния применяемого кода. В результате быстроедействие q МПД для типичных параметров кодов повышается в 2 и более раз по сравнению со стандартным алгоритмом работы q ПЭ.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, недвоичные (символьные) многопороговые декодеры, недвоичные самоортогональные коды, недвоичный пороговый элемент, сложность декодирования.

Введение. Для исправления ошибок, возникающих при передаче и хранении данных, в ряде случаев удобнее использовать недвоичные помехоустойчивые коды, работающие с данными на уровне символов. Среди недвоичных кодов особое место занимают символьные (недвоичные) самоортогональные коды и соответствующие им символьные многопороговые декодеры (q МПД) [1], являющиеся развитием двоичных многопороговых декодеров (МПД) [2, 3, 4]. Представленные в [1] результаты исследований показывают, что q МПД существенно перекрывают по своей эффективности другие недвоичные коды, оставаясь столь же простыми в реализации, как и двоичные МПД.

Отметим, что в настоящее время q МПД при программной реализации на современных ЭВМ способны обеспечить скорость декодирования порядка 1 Мбайт/с. Вместе с тем для эффективной работы ряда приложений (например, систем хранения данных) требуется в несколько раз большая скорость исправления ошибок. Поэтому актуальной является задача увеличения скорости работы q МПД.

Цель работы – увеличить скорость работы q МПД при его программной реализации.

Недвоичные многопороговые декодеры.

Опишем принципы работы q МПД при декодировании недвоичных самоортогональных кодов (q СОК). Описание представим для q -ичного симметричного канала (q СК) с размером алфавита q , $q > 2$, и вероятностью искажения символов p_0 .

Пусть задан линейный недвоичный систематический сверточный или блочный самоортогональный код. Для такого кода проверочная матрица \mathbf{H} имеет такой же вид, как и в двоичном случае [5], т.е. состоит из нулей и единиц, за исключением того, что вместо 1 в единичной подматрице будут -1 , т.е. $\mathbf{H}=[\mathbf{P} : -\mathbf{I}]$. Здесь \mathbf{P} – подматрица, определяемая порождающим полиномом для q СОК; \mathbf{I} – единичная подматрица. Порождающая матрица такого кода будет иметь вид $\mathbf{G}=[\mathbf{I} : \mathbf{P}^T]$. Данный код может использоваться при любом размере алфавита q .

Отметим, что для заданного таким образом q СОК при выполнении кодирования и декодирования требуются только операции сложения и вычитания по модулю q . Вычисления в недвоичных полях в данном случае не используются.

Пример схемы, реализующей операцию кодирования блочным q СОК, заданным полиномом $g(x)=1+x+x^4+x^6$, представлен на рисунке 1.

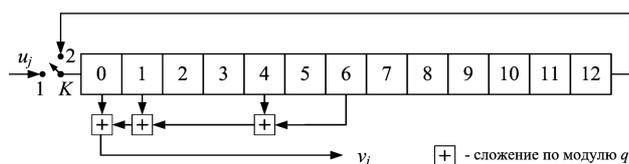


Рисунок 1 – Кодер для блочного q СОК, заданного полиномом $g(x) = 1+x+x^4+x^6$

Этот код характеризуется параметрами: длина кода $n=26$ символов, длина информационной части кода $k=13$ символов, кодовая скорость $R=1/2$, кодовое расстояние $d=5$. Описание работы данной схемы представлено в [6].

Пусть кодер выполнил кодирование информационного вектора U и получил кодовый вектор $A=[U, V]$, где $V=U \cdot G$. Отметим, что здесь и далее при выполнении операций умножения, сложения и вычитания векторов и матриц используется арифметика по модулю q . После передачи кодового вектора A длиной n с k информационными символами по q СК в декодер поступает вектор Q , отличающийся в общем случае от исходного кодового вектора из-за искажений в канале: $Q=A + E$, где E – вектор шума канала типа q СК.

Алгоритм работы q МПД при декодировании вектора Q заключается в следующем [6].

1. Вычисляется вектор синдрома $S=H \cdot Q^T$. Обнуляется разностный регистр D . В данном регистре будут отмечаться измененные декодером информационные символы. Отметим, что число ненулевых элементов векторов D и S всегда будет определять расстояние между принятым из канала сообщением Q и кодовым словом, являющимся текущим решением q МПД. Задачей декодера является нахождение такого кодового слова, для которого число ненулевых элементов векторов D и S будет минимальным.

2. Для произвольно взятого q -ичного декодируемого информационного символа i_j принятого сообщения в двоичном пороговом элементе (q ПЭ) подсчитывается число двух наиболее часто встречающихся значений проверок s_j вектора синдрома S из общего числа всех проверок, относящихся к символу i_j , а также символа d_j вектора D , соответствующего символу i_j . Пусть значения этих двух проверок равны h_0 и h_1 , а их количество равно m_0 и m_1 соответственно, причем $m_0 \geq m_1$.

3. Если $m_0 - m_1 > T$, где T – значение порога (некоторое целое неотрицательное число), то из i_j , d_j и всех проверок относительно i_j вычитается оценка ошибки, равная h_0 .

4. Происходит выбор нового i_m , $m \neq j$, и осуществляется переход к п. 2.

Такие попытки декодирования по пп. 2...4 могут быть повторены для каждого символа

принятого сообщения несколько раз [6].

Пример схемной реализации q МПД для кодера с рисунка 1 представлен на рисунке 2 [6].

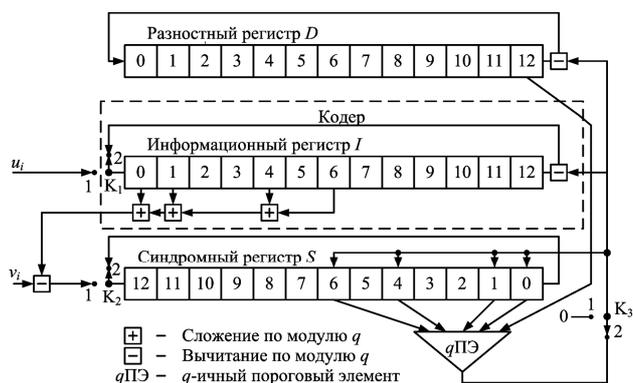


Рисунок 2 – q МПД для блочного q СОК

Следует отметить, что при правильном выборе кодов q МПД оказывается способен обеспечить их близкое к оптимальному декодирование. В результате его характеристики помехоустойчивости оказываются много лучше, чем характеристики даже многократно более сложных декодеров для кодов Рида-Соломона и практически реализуемых двоичных LDPC кодов. Например, в [7] показано, что с помощью достаточно простых каскадных кодов со скоростью $1/2$, при декодировании которых используется q МПД, можно обеспечить вероятность ошибки декодирования порядка 10^{-9} при 27 % байтовых ошибок в канале, что является в настоящее время недостижимым для других методов коррекции ошибок в символьных данных.

Из анализа представленного алгоритма работы q МПД ясно, что основную вычислительную сложность имеет двоичный пороговый элемент. Поэтому ускорение его работы должно привести к ускорению работы q МПД в целом.

Рассмотрим возможные варианты работы q ПЭ при его программной реализации. Для оценки скорости работы будем использовать число выполняемых операций при декодировании одного информационного символа.

Сначала проанализируем традиционную схему работы q ПЭ, а затем рассмотрим другие варианты реализации программных версий q ПЭ. Некоторые из них могут реально и существенно увеличить скорость его работы.

Стандартная реализация q ПЭ. Рассмотрим для некоторого кода с размером алфавита q , кодовым расстоянием d и кодовой скоростью R процесс принятия решения символьным пороговым элементом. Полагаем, что сначала рассматривается его работа при большом уровне шума. Это значит, что при типичном значении $d \geq 5$ и любых q , $q \gg 1$, и R символы проверок для декодирования некоторого информационного символа

ла i_j из вектора синдрома S , сформированного в q МПД, имеют, в основном, различные значения. Практически для всех случаев большого шума, как легко проверить из правила работы q ПЭ, для больших размеров символов алфавита совпадающие значения двух и более символов проверок наиболее часто бывают в тех случаях, когда результат декодирования оказывается правильным, т.е. именно эти проверки оказываются безошибочными, что и приводит к правильному решению q ПЭ.

Оценим в такой постановке задачи число операций, которое необходимо выполнить q ПЭ, работающему в соответствии с ранее описанным алгоритмом, чтобы определить искомое единственное значение m_0 наиболее часто встречающихся проверок или вынести решение об отсутствии такого единственного числа.

Проанализируем стандартную схему работы q ПЭ. Сначала необходимо обнулить d ячеек памяти во вспомогательных векторах A и B для дальнейших вычислений. В векторе A из d элементов будем хранить значения символов синдрома, а в векторе B такого же размера – число таких значений в просмотренных проверках. Далее начинаем последовательно выбирать проверки из множества проверок, состоящего из d элементов, и помещать сведения о них в эти векторы. При этом, заполняя ячейки векторов A и B с младших номеров, запоминаем номер N текущей свободной ячейки массива. Каждая новая из d возможных проверок проверяется на то, что все предыдущие $N-1$ ячеек содержат другие значения i_j . Как было обусловлено выше, обычно все значения проверок, в основном, различны. Значит, векторы A и B будут чаще всего заполнены полностью. Вектор значений A будет заполнен полностью до размеров d значениями проверок, а вектор B в этом случае будет содержать только 1. В редких случаях наличия совпадающих значений проверок элементы вектора B будут иметь значения больше 1, но их будет при большом уровне шума совсем немного. Понятно, что в этих редких случаях заполнение векторов A и B будет несколько меньшим, чем до размера d .

Из описанных процедур следует, что при ориентации на типичное максимальное заполнение рассматриваемых векторов общее число операций для этих вычислений составляет

$$N_1 = 4 \cdot d + d \cdot (d - 1) / 2. \quad (1)$$

Таким образом, заполнение рабочих векторов, в основном, имеет квадратичную сложность от кодового расстояния используемого кода. Для больших значений d эта зависимость будет определяющей.

Далее необходимо найти максимально часто встречающееся и при этом единственное значение проверок или решить, что его нет. Проверяются последовательно все ячейки в векторах A и B . Каждая очередная ячейка сопоставляется с текущим самым часто встречающимся значением проверок и при равенстве или превышении текущего самого частого значения записывается как новое самое частое значение, а старое их значение переписывается во вторую рабочую ячейку. При этом для двух этих ячеек в их вспомогательные ячейки каждый раз дополнительно записывается частота появления этих значений в текущем наборе проверок. Общее число таких поисковых операций равно

$$N_2 = 5 \cdot d. \quad (2)$$

Если иногда случается, что часть ячеек в векторе B содержит не 1, а немного большие числа, что при большом шуме бывает довольно редко, то перезапись значений проверок и их числа происходит значительно реже. Поэтому оценка (2) вполне подходит в качестве верхней оценки для второго шага и мало отличается от реального числа операций.

Наконец, если оказалось, что в результате выполнения этих вычислений самое часто встречающееся значение проверок не равно 0 и разность между количеством самой часто встречающейся ошибки в первой вспомогательной ячейке и количеством следующей по частоте ошибки во второй ячейке превышает значение порога T для данного q ПЭ, то все проверки и символы i_j и d_j надо изменить. Число требуемых для этого операций равно

$$N_3 = d + 4. \quad (3)$$

Таким образом, верхняя достаточно точная оценка числа операций для стандартной схемы q ПЭ равна с учетом (1)...(3)

$$N_{\text{ст}} = 10 \cdot d + d \cdot (d - 1) + 4. \quad (4)$$

Как следует из (4), q ПЭ выполняет 2 группы вычислений с линейной и квадратичной сложностью. Очевидно, что при большом значении d , например $d = 15 \dots 35$, которое возможно при использовании длинных наиболее эффективных кодов, квадратичная компонента сложности будет определяющей.

Модель q ПЭ при неограниченной памяти. Реализация более быстрого q ПЭ возможна в том случае, если будет найден алгоритм поиска единственного самого часто встречающегося значения проверок с линейной от параметра d сложностью. Рассмотрим один из таких возможных вариантов реализации q ПЭ.

Пусть q ПЭ применяется к коду с некоторыми параметрами q , R и d , как в предыдущем слу-

чае для стандартного варианта его реализации. Пусть первоначально будут обнулены все q ячеек некоторого рабочего вектора A и d ячеек во втором частотном векторе B . Далее выбираются последовательно все d проверок декодируемого символа i_j и в ячейку вектора A с номером q_n , где q_n – значение очередной проверки, добавляется единичка. При этом такое же значение записывается в соответствующую ячейку вектора B . Объем операций для этой группы вычислений равен

$$N_1 = q + 3 \cdot d. \quad (5)$$

Затем проверяется, не превышено ли в соответствующей ячейке вектора A текущее число наиболее часто встречаемых значений проверок. Эта группа вычислений уже полностью совпадает со второй группой вычислений для стандартной схемы и оценивается выражением (2).

Очевидно, что процесс корректировки символов, если ее необходимость определил $qПЭ$, имеет ту же сложность, что и в первом случае, определяемую выражением (3).

Сделаем весьма важное замечание. Если теперь перейти к декодированию нового информационного символа, то можно повторить уже проделанные для первого символа вычисления. Но в выражении (4) учтено, что для нового процесса коррекции очередного символа сначала надо обнулить вектор A , который при больших значениях q может быть чрезмерно большим. Однако, с другой стороны, понятно, что этот вектор и так почти полностью обнулен, кроме тех d ячеек, в которые записывались значения проверок. Это значит, что на самом деле надо обнулять только те ячейки, в которые добавлялись значения проверок, одновременно записанных в соответствующие ячейки вектора B . Значит, вектор A обнуляется полностью только один раз на старте процесса декодирования. А на каждом цикле надо обнулять в конце процесса декодирования каждого символа только d конкретных ячеек.

Тогда полная сложность $qПЭ$ с неограниченной памятью становится равной

$$N_{\text{ит}} = 4 \cdot d + 5 \cdot d + d + 4 = 10 \cdot d + 4. \quad (6)$$

Как видно из этого выражения, такая схема оказывается гораздо проще первой, так как имеет линейную от параметра d сложность.

Схема вычислений в $qПЭ$ при ограниченной памяти. Предложенный выше $qПЭ$ с линейной сложностью является очень важным результатом, который во многих реальных системах, использующих $qМПД$, позволяет в несколько раз увеличить быстродействие декодера только за счет более быстрой программной ре-

ализации $qПЭ$. Однако при больших значениях q , соответствующих вполне реальным значениям, которые могут быть близкими к 10^9 при работе с 4-байтовыми символами кодов, когда $q \sim 2^{32}$, выделение до миллиарда ячеек для памяти вектора A в $qПЭ$, конечно, недопустимо. Более того, большинство компьютеров легко оперирует восьмибайтовыми словами, что делает абсолютно необходимым отдельно решить вопросы работы $qПЭ$ при сильных ограничениях на размеры памяти векторов типа A для $qПЭ$, работающих с многобайтовыми алфавитами. Ниже предложен один из возможных подходов такого типа.

Пусть длина символа q используемого символьного кода составляет L байт. Преобразуем теперь бывший вектор A в новый уже двумерный массив A рассматриваемого $qПЭ$, состоящий из L подмассивов по 256 байтов, что удобно для реализации в ЭВМ. Пусть работа $qПЭ$ нового типа с ограниченной памятью массива A будет начинаться с того, что в первый из L подмассивов символа d_j , относящегося к декодируемому символу i_j , записывается в ячейку с номером, равным первому байту символа d_j , единичка, а в другие L подмассивов с этим же номером – остальные байты символа d_j . Этот же номер запишем в первую ячейку массива B такого же размера, как и A . Затем будем брать последовательно остальные $d - 1$ проверок из синдромного регистра и проводить с ними следующие манипуляции. Если первый байт очередного символа проверки таков, что в первом подмассиве байт с номером, равным первому байту символа проверки, равен 0, то во все L ячеек с этим номером записываются побайтово значение проверки, а в соответствующую ячейку в B – значение первого байта этой проверки.

В том случае, если для некоторой следующей проверки окажется, что в первом подмассиве массива A уже есть ранее записанная единица или другое небольшое число, т.е. уже в двух или более символах проверок первые байты совпали, то сравниваются символ проверки и весь текущий символ массива A (с номером первого байта проверки) длиной L байтов. Если эти символы длиной L байтов совпали, то соответствующая ячейка счетчика в B увеличивается на 1. А в случае, если они не совпали полностью, этот символ записывается в дополнительный массиве C . Факт использования дополнительного массива C отмечается в массиве D . Для каждой новой проверки снова проверяется в первом подмассиве A , первая она или нет.

Оценим теперь максимальное число операций, которое выполняет $qПЭ$ для больших значений q . В наихудшем случае все d проверок

имеют совпадающие первые байты в проверках и различные биты в остальных частях символа проверки. Тогда каждый раз проверяется байт проверки, а потом вся проверка сравнивается с другими уже записанными проверками. Общее число сравнений в этом случае будет достаточно большим, равным $d \cdot (d - 1) / 2$. Однако вероятность появления таких проверок крайне мала и имеет порядок $256^{-(d-1)}$. Типичным же для больших значений q и d при большом уровне шума будет случай, когда есть 2 или три символа проверки, которые совпадут. Практически всегда это будет означать, что в совокупности этого набора из d проверок есть 2 или 3 правильных проверки, которые и будут самыми часто встречающимися. Их значения, в том числе и нулевые, и будут определять значения ошибок в декодируемых символах.

Таким образом, в последнем случае при больших значениях q и d общее число операций является переменным. Максимальное число вычислений по порядку величины близко к $d \cdot (d - 1) / 2$, но достигается чрезвычайно редко. В реальности, когда совпадений значений проверок нет или их не более 3-х, общее число операций не превышает $10 \cdot d$. Поскольку поиск максимально встречающегося числа и изменение символов при декодировании выполняются тут за то же число операций, что и при «бесконечной» памяти, общий средний объем операций третьего типа $qПЭ$ составляет

$$N_{оп} = 10 \cdot d + 5 \cdot d + d + 4 = 16 \cdot d + 4.$$

Отметим, что необходимая для работы такого $qПЭ$ память составляет не более $M = (d + 3) \cdot 256$ ячеек размером L байт и в некоторых случаях может быть немного уменьшена за счет более рационального использования памяти. Очевидно, что в двух первых вариантах реализации $qПЭ$ потребности в памяти еще меньше.

В случае, если $qМПД$ проектируется для работы с двухбайтовыми числами, принципы работы всех трех вариантов $qПЭ$ совершенно не меняются. Некоторое отличие появляется только у второго варианта декодера с неограниченной памятью. Чтобы реализовать его работу точно так же, как у байтового $qПЭ$, потребуется $2^{16} = 65536$ ячеек двухбайтовой памяти вместо 256. Вместе с тем можно указать, что по текущим возможностям элементной базы этот объем памяти чрезвычайно мал и ее выделение вполне реально. Это же относится к третьему варианту $qПЭ$ для больших q . Такой $qПЭ$ можно реализовать на тех же принципах, что и байтовый $qПЭ$.

При переходе к 4-байтовым символам q (объем алфавита составляет порядка 10^9 знаков)

целесообразно перейти к третьему типу порогов или использовать другие модификации $qПЭ$ второго типа.

График соотношения числа операций разных $qПЭ$ в зависимости от минимального кодового расстояния используемых кодов представлен на рисунке 3.

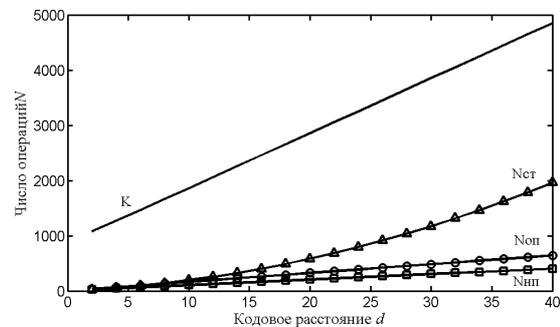


Рисунок 3 – Зависимость числа операций разных $qПЭ$ от минимального кодового расстояния

Как следует из его вида, с ростом значения d преимущество второй схемы с линейной сложностью (график «Ннп») над традиционной схемой (график «Нет») с квадратичной от d сложностью возрастает.

График «К» показывает умноженное на 1000 отношение числа операций этих двух порогов, чтобы его можно было наблюдать на рисунке. Отметим, что для такого сложного устройства, как $qМПД$, увеличение скорости декодирования всего вдвое повышает и скорость всего процесса декодирования. Представленные результаты показывают, что при увеличении минимального кодового расстояния d до, например, 40 реальное увеличение скорости $qПЭ$ достигает почти пяти раз. Поскольку $qПЭ$ – единственный активный элемент $qМПД$ – простейшего, но очень эффективного по энергетике декодера, то общий рост производительности $qМПД$ с «быстрым» $qПЭ$ будет близок при программной реализации к пятикратному.

Заключение. В статье получены важные результаты по модификации $qПЭ$, позволившие перейти при большом уровне шума от квадратичной по d к линейной сложности реализации, что увеличило скорость работы $qПЭ$ до пяти раз при $d \sim 40$. Использование $qМПД$ для исправления ошибок в системах памяти с байтовой структурой данных может многократно повысить скорость работы программных версий алгоритмов кодирования и декодирования при реализации специальных версий декодеров с быстрыми пороговыми элементами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, ИКИ РАН, РГРТУ. Большой объём

ем дополнительной информации о многопороговых декодерах можно найти на веб-сайтах ИКИ РАН www.mtdbest.iki.rssi.ru и РГРТУ www.mtdbest.ru.

Библиографический список

1. Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Эффективное многопороговое декодирование недвоичных кодов // Радиотехника и электроника. М., 2010. Т.55. №3. С.324–329.
2. Золотарев В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Обзор методов помехоустойчивого кодирования с использованием многопороговых алгоритмов // Цифровая обработка сигналов. 2008. №1. С. 2–11.
3. Золотарев В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В., Дмитриева Т.А. Многопороговые алгоритмы для

спутниковых сетей с оптимальными характеристиками // Электросвязь. 2006. №10. С. 9–11.

4. Гринченко Н.Н., Золотарев В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Многопороговое декодирование в каналах с многопозиционной модуляцией // Вестник РГРТУ. 2006. Вып. 19. С.179–182.

5. Massey J. Threshold decoding, M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1963.

6. Золотарев В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования. М.: Горячая линия – Телеком, 2012. 239 с.

7. Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Использование недвоичного многопорогового декодера в каскадных схемах коррекции ошибок // Вестник РГРТУ. 2009. №4 (выпуск 30). С. 7–12.

УДК 621.396.96

В.Г. Андреев, Т.Ф. Нгуен

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕКУРРЕНТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ РАСЧЁТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ФИЛЬТРА ПОДАВЛЕНИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ПОМЕХ

Приводятся результаты оптимизации рекуррентной процедуры расчёта коэффициентов фильтра подавления комбинированных помех при изменении мощности их некоррелированной компоненты. Показано, что использование предлагаемого модифицированного рекуррентного алгоритма даёт выигрыш в 1,1...50 раз в точности вычисления коэффициентов обратной матрицы помех или обеспечивается выигрыш в 1,3...2 раза во времени получения результата по сравнению с известным рекуррентным алгоритмом при заданной точности.

Ключевые слова: комбинированные помехи, рекуррентная процедура, подавление помех, обеление помех, цифровая обработка сигналов.

Введение. Для работы радиотехнических систем характерно воздействие комбинированных (комплексов коррелированных и некоррелированных) помех, которые, поступая на вход приемника вместе с полезными сигналами, затрудняют их обнаружение и обработку. Так, для систем управления воздушным движением [1], расположенных в окрестностях городов или крупных промышленных объектов, типичным является одновременное присутствие на входе приёмного устройства мешающих отражений от подстилающей поверхности и активных шумовых помех (АШП) от различных источников (наземное и бортовое радиооборудование, промышленные или специально организованные помехи и т.д.). Борьба с негативным влиянием таких мешающих процессов заключается в обе-

лении коррелированной компоненты до уровня шумов. Проблема заключается в том, что он может существенно меняться за счёт вариаций коэффициента усиления антенны в направлении на источник АШП при сканировании [2].

Борьба с комбинированными помехами является одной из важнейших задач обработки радиотехнических сигналов. Подавление таких мешающих процессов сопряжено с обращением их автокорреляционных матриц в условиях быстрого изменения мощности их некоррелированной мешающей компоненты. Обработка поступающей информации в режиме реального времени накладывает жесткие требования на точность вычисления и быстродействие используемых алгоритмов. Поэтому на практике получили распространение эффективные рекуррентные

процедуры расчёта коэффициентов фильтров подавления помех.

Известное решение предполагает пересчёт коэффициентов обратной к корреляционной матрицы при изменении уровня мощности шумовой компоненты помехи, предполагая запуск рекуррентной процедуры с прежними начальными условиями, не учитывая полученными ранее результаты обращения корреляционной матрицы помех.

Цель работы — повысить точность обращения корреляционной матрицы \mathbf{R} помех при изменении мощности P_n её некоррелированной мешающей компоненты путём использования предлагаемого модифицированного рекуррентного алгоритма, учитывающего результаты обращения корреляционной матрицы помех на предыдущих этапах обработки сигналов.

Постановка задачи. Построение фильтра подавления помех обеления сопряжено с обращением их автокорреляционной матрицы \mathbf{R} в условиях быстрых изменений мощности P_n некоррелированной мешающей компоненты. При этом \mathbf{R} представляется суммой коррелированной \mathbf{R}_c и некоррелированной $P_n \mathbf{I}$ компонент соответственно:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_c + P_n \mathbf{I},$$

где \mathbf{R}_c — $(q+1) \times (q+1)$ -мерная корреляционная матрица коррелированной компоненты, q — число коэффициентов обеляющего фильтра без единицы (предполагается нормировка коэффициентов импульсной характеристики нерекурсивного фильтра подавления к единичному значению первого коэффициента),

\mathbf{I} — $(q+1) \times (q+1)$ -мерная единичная матрица. Отметим, что матрица \mathbf{R} для рассматриваемого квазистационарного мешающего процесса является эрмитовой и теплицевой [3]. Структура матрицы \mathbf{R} имеет ленточный вид [3]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 + P_n & R_1^* & \dots & R_q^* \\ R_1 & 1 + P_n & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & R_1^* \\ R_q & \dots & R_1 & 1 + P_n \end{bmatrix},$$

где R_j — нормированные к дисперсии коррелированной составляющей коэффициенты автокорреляции j -го порядка, * — знак комплексного сопряжения.

Для нахождения обратной к \mathbf{R} матрицы \mathbf{W} широко используется итерационный алгоритм [3]:

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} - \frac{\mathbf{W}_{k-1} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T \mathbf{W}_{k-1}^T}{1 + \mathbf{u}_k^T \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{u}_k}, \quad (1)$$

где $k=0, \dots, N-1$; N — число шагов итерационно-

го алгоритма, T — знак транспонирования, \mathbf{u} — вектор входных отсчетов.

Аналитическое решение. Предлагаемое начальное условие алгоритма (1): $\mathbf{W}_0 = \mathbf{R}_c^{-1}$, а общепринятое [3] начальное условие предполагает $\mathbf{W}_0 = \mathbf{I}$, т.е. отсутствие коррелированной компоненты, что не достаточно полно соответствует априорной информации о наличии коррелированной мешающей составляющей в принимаемом сигнале.

С помощью алгоритма (1) матрица $\mathbf{W}_{N-1} \approx \mathbf{R}^{-1}$ формируется после N шагов. Рассмотрим результирующую эффективность алгоритмов обращения автокорреляционных матриц помех по критерию среднеквадратического отклонения получаемых решений от оптимальных. Обозначим через вектор \mathbf{a} строгое решение задачи нахождения крайнего левого вектора-столбца обратной матрицы $\mathbf{a} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{i}$, где \mathbf{i} — крайний левый вектор-столбец единичной матрицы. Рассчитанные по (1) приближённые значения крайних левых векторов-столбцов обратных матриц \mathbf{W}_{N-1} обозначим через \mathbf{v}_1 при общепринятых начальных условиях $\mathbf{W}_0 = \mathbf{I}$ и через \mathbf{v}_2 при предлагаемых $\mathbf{W}_0 = \mathbf{R}_c^{-1}$. Векторы \mathbf{a} , \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 подвергаются нормировке к своему первому элементу, который обращается в единицу.

Экспериментальные исследования. Для сравнения эффективности рекуррентных алгоритмов (1) рассмотрим квадраты E_1 , E_2 длин векторов невязок между точным \mathbf{a} и приближёнными \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 известным и предлагаемым (соответственно) решениями:

$$E_1 = (\mathbf{a} - \mathbf{v}_1)^T (\mathbf{a} - \mathbf{v}_1), \quad E_2 = (\mathbf{a} - \mathbf{v}_2)^T (\mathbf{a} - \mathbf{v}_2). \quad (2)$$

Анализ зависимостей $E_1(P_n)$, $E_2(P_n)$ показал преимущества по критерию (2) предлагаемой модификации рекуррентного алгоритма (1) обращения корреляционной матрицы помех. Выигрыш в среднеквадратических отклонениях E_1 , E_2 достигается за счёт учёта априорной информации о параметрах коррелированных помех при формировании начальных условий \mathbf{W}_0 .

На рисунке 1 изображены рассчитанные по (2) зависимости ошибок E_1 , E_2 для известного (пунктирная кривая) и предлагаемого (сплошная линия) алгоритмов (соответственно) от P_n при $q=2$ и $N=5$.

При построении зависимостей, представленных на рисунке 1, коррелированная компонента мешающего процесса формировалась согласно принятой в анализируемом примере гауссовской аппроксимации спектральной плотности моды помехи [2, 4]. При этом модули коэффициентов автокорреляции сводятся к виду [2]:

$$R_j = \exp[-(\pi \Delta FT j)^2 / 2,8],$$

где ΔFT — относительная ширина спектральной моды мешающих радиотражений. Анализ эффективности приведён на рисунке 1 при $\Delta FT=0,1$. Эксперименты, проведённые в более широком диапазоне изменений эффективной ширины ΔFT спектра коррелированной помехи, показали преимущества предлагаемой модификации рекуррентного алгоритма (1).

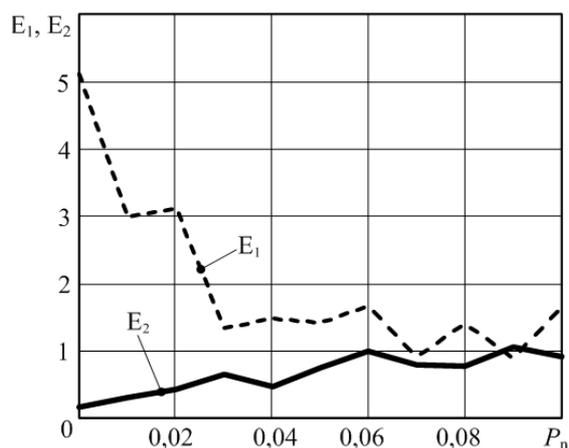


Рисунок 1 — Зависимости эффективности от уровня шума

Из рисунка 1 видно, что при малых значениях относительной мощности шума ($P_n < 0,06$) выигрыш E_1/E_2 в точности вычисления нормированных коэффициентов крайнего левого столбца обратной матрицы \mathbf{W} составляет 1,5...50 и более раз. С ростом $P_n > 0,8$ ошибка E_2 для предлагаемого метода увеличивается, что снижает выигрыш E_1/E_2 .

Уменьшение выигрышей с увеличением мощности P_n шума обусловлено общей декорреляцией мешающего процесса, при которой известное начальное условие $\mathbf{W}_0 = \mathbf{I}$ начинает в большей степени соответствовать помеховой обстановке. Однако отметим, что при сопоставимых с мощностью коррелированной компоненты шумах, т.е. когда $P_n > 1$, эффективность обеления падает [5]. Это приводит к отсутствию необходимости в проведении процедуры подавления коррелированных помех и соответственно не предполагает расчёт коэффициентов обеляющего фильтра. Поэтому наиболее актуальной областью, в которой необходимо осуществлять подавление помех, является ситуация, когда $P_n \ll 1$, а в этом случае, как следует из зависимостей, приведённых на рисунке 1, наблюдаются значительные (в десятки раз) выигрыши E_1/E_2 по критерию (2) предлагаемой модификации рекуррентного алгоритма (1) обращения корреляционной матрицы \mathbf{R} .

При фиксированном значении P_n эффектив-

ность алгоритма (1) зависит от количества N шагов. Исследуем его влияние на величины квадратов E_1, E_2 (2) длин векторов невязок.

На рисунке 2 изображены рассчитанные по (2) зависимости ошибок E_1, E_2 для известного (пунктирная кривая) и предлагаемого (сплошная линия) алгоритмов (соответственно) от числа N шагов при $q=2$ и $P_n=10^{-4}$.

Из рисунка 2 видно, что при числе шагов $N > 10$ ошибки E_1, E_2 быстро уменьшаются и сближаются друг с другом, т.е. выигрыш E_1/E_2 предлагаемой модификации алгоритма (1) по сравнению с известным невелик ($E_1/E_2 < 1,5$) при большом числе ($N > 10 \dots 15$) шагов. Отметим, что на практике [1] число N итераций не может быть большим ($N < 10 \dots 15$) ввиду изменений помеховой обстановки.

Из приведённых на рисунке 2 зависимостей следует, что предлагаемая модификация алгоритма (1) обеспечивает сокращение числа N шагов, необходимых для достижения заданной точности по (2) обращения автокорреляционной матрицы \mathbf{R} помех. Например, при одинаковой точности $E_1 = E_2 < 0,1$ предлагаемая модификация алгоритма (1) даёт возможность ограничиться 6-ю шагами, а известная процедура требует не менее 10-ти шагов для приведённого выше примера (см. рисунок 2), т.е. выигрыш во времени получения результата составляет 1,67 раза. Так, при $E_1 = E_2 = 0,2$ предлагаемому решению нужны 4 шага, а для известного алгоритма необходимы 8 шагов, т.е. в этом случае выигрыш во времени получения результата заданной точности (квадрат длины вектора невязки не превышает 0,2) составляет 2 раза.

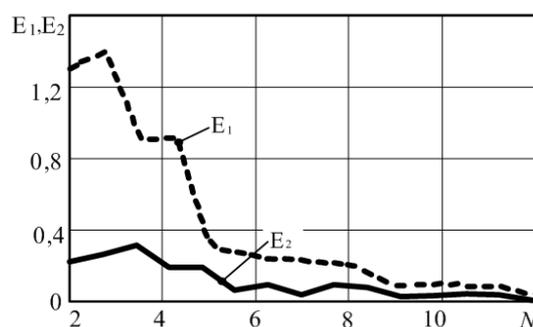


Рисунок 2 — Зависимости эффективности от числа шагов

Обычно в практических приложениях [1, 6-8] полагаются $N \leq 10$, что связано с ограниченным интервалом стационарности помехи. Эксперименты показали, что предлагаемая модификация рекуррентного алгоритма (1) даёт возможность получить удовлетворительный по критерию (2) результат ($E_2 < 0,3$) при числе $5 \leq N \leq 9$ шагов итерационной процедуры.

Выводы. Таким образом, анализ эффективности предлагаемого модифицированного алгоритма (1) показал, что он имеет выигрыш E_1/E_2 в точности вычисления коэффициентов \mathbf{v} крайнего левого столбца обратной к корреляционной матрице \mathbf{R} комбинированных помех матрицы \mathbf{W} по критерию (2) в 1,1...50 раз (см. рисунок 1) по сравнению с известным алгоритмом. Выигрыши достигаются за счёт учёта априорной информации о статистических свойствах коррелированной компоненты мешающего процесса, которая слабо изменяется во времени [1, 6, 7].

Априорные данные введены в начальные условия рекуррентного алгоритма (1) в виде предложенной модификации начального шага рекурсии: $\mathbf{W}_0 = \mathbf{R}_c^{-1}$, что дало возможность обеспечить выигрыш в 1,3...2 раза во времени получения результата (см. рисунок 2). Это достигается уменьшением числа N необходимых для достижения заданной точности ($E_1 = E_2 < 0,3$) шагов рекуррентного алгоритма (1) с $N > 10...15$ для известного метода до $N < 5...9$ для предлагаемого, при этом время получения результата не выходит за интервал стационарности помехи в радиотехнических приложениях [1, 6].

Библиографический список

1. Автоматизированные системы управления воздушным движением: справочник / В.И. Савицкий,

В.А. Василенко, Ю.А. Владимиров, В.В. Точилов; под ред. В.И. Савицкого.— М.: Транспорт, 1986.— 192 с.

2. Бакулев П.А., Степин В.М. Особенности обработки сигналов в современных обзорных РЛС (обзор) // Радиозлектроника. Изв. высш. учеб. заведений.— 1986.— Т. 29.— № 4.— С. 4-22.

3. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ.— М.: Мир, 1990.— 584 с.

4. Кошелев В.И., Андреев В.Г. Оптимизация AP—моделей процессов с полимодальным спектром // Изв. вузов. Радиозлектроника.— 1996.— Т.39.— №5.— С. 43-48.

5. Бакулев П.А., Сосновский А.А. Радиолокационные и радионавигационные системы.— М.: Радио и связь, 1994.— 296 с.

6. Андреев В.Г., Белокуров В.А. Моделирование магнитометрических сигналов бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета.— № 1.— Выпуск 43.— Рязань: РГРТУ, 2013.— С. 45-49.

7. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей.— М.: Радио и связь, 1986.— 286 с.

8. Андреев В.Г. Векторный регрессионный спектральный анализ многочастотных отражений от вращающегося объекта // Вопросы радиозлектроники.— 2011.— Т. 2.— № 1.— С. 63-72.

УДК 621.372

А.С. Лапшин, А.Р. Кубалова, Р.И. Кубалов

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ МИКРОВОЛНОВОГО СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО СТЕРЖНЕВОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА

Представлены анализ, моделирование и оптимизация микроволнового полосового сверхширокополосного стержневого эллиптического фильтра на связанных коаксиально-полосковых резонаторах. Приведены вариант физической реализации и основные электрические характеристики фильтра: затухание, коэффициент стоячей волны по напряжению, коэффициент отражения, распределения напряженностей электрического и магнитного полей.

Ключевые слова: *сверхширокополосный стержневой эллиптический фильтр, автоматизированное проектирование, электрические характеристики.*

Введение. Эллиптические фильтры (ЭФ) имеют несомненные преимущества по сравнению с полиномиальными фильтрами Баттерворта и Чебышева, так как позволяют реализовать требуемые характеристики более компакт-

ными структурами. Это обуславливает перспективу использования эллиптических фильтров в технике СВЧ [1–4] и актуальность разработки вариантов их физической реализации. Фильтры СВЧ в объемном исполнении требуются для пе-

редачи больших мощностей в сотни ватт и более. Наиболее перспективным направлением в современном проектировании является моделирование микроволновых устройств, которое позволяет сократить время разработок и материальные затраты за счет сокращения числа макетирований и возможности отказаться от элементов настройки. *Цель работы* – выполнить анализ, моделирование и параметрическую оптимизацию микроволнового полосового сверхширокополосного стержневого эллиптического фильтра на связанных коаксиально-полосковых резонаторах, способного передавать сигналы большой мощности при малых габаритах, с использованием имитационного моделирования.

Теоретические исследования. Исследуемый микроволновый полосовой сверхширокополосный стержневой эллиптический фильтр состоит из девяти резонаторов. Пять из них – полосковые резонаторы, реализованные решеткой связанных стержней прямоугольного сечения. Внутри второго стержня размещены два цилиндрических коаксиальных резонатора с фторопластовым заполнением (внутри третьего и четвертого – по одному) и центральные проводники, соединенные с соседними стержнями перемычками. Для регулировки длины последовательных шлейфов предусмотрены передвижные цилиндрические короткозамыкатели. Стержни соединены с корпусом, коаксиальные резонаторы и короткозамыкатели разомкнуты. Конструкция размещена в металлическом корпусе с воздушным заполнением. Материал стержней, центральных проводников, короткозамыкателей и корпуса – латунь посеребренная.

Разрабатываемый фильтр должен отвечать следующим требованиям: полоса пропускания (ПП) 1,29 – 3,61 ГГц, минимальное затухание в полосе заграждения (ПЗ) не менее 50 дБ, максимальное затухание в ПП не более 0,5 дБ, КСВН входа/выхода не более 1,84.

Выполнен расчет геометрических размеров фильтра (мм) с применением методики, основанной на непосредственном переходе от низкочастотного эллиптического прототипа [2] к широкополосному эллиптическому фильтру согласно преобразованию Ричардса [1–4]. В соответствии с преобразованием Ричардса [3] емкости прототипа реализовали разомкнутыми на конце шлейфами, характеристическая проводимость которых определялась величиной емкостей, входящих в прототип. В свою очередь индуктивности прототипа реализовали короткозамкнутыми четвертьволновыми отрезками линий с характеристическим сопротивлением, определяемым величиной индуктивностей прото-

типа. Производили расчет нормированных к полосе значения собственных и взаимных «статических емкостей» исходя из значений, входящих в емкостную часть эллиптического прототипа [2]. Используя графики Гетзингера, определяли расстояния между стержнями и рассчитывали ширину стержней согласно [1]. Получены следующие геометрические размеры: длина стержней – 30,6, коаксиальных резонаторов – 21,2, центральных проводников – 20,2, расстояние до стенок корпуса – 6,35. Первый стержень: ширина 2,16. Второй стержень: ширина 6,833, расстояние между первым и вторым стержнями 6,02, диаметр обоих коаксиальных резонаторов 2,476, диаметр центральных проводников 0,84 и 1,376. Третий стержень: ширина 4,699, расстояние между вторым и третьим стержнем 1,27, диаметр коаксиального резонатора 2,184 и центрального проводника 1,4. Четвертый стержень: ширина 5,791, расстояние между третьим и четвертым стержнями 0,838, диаметр коаксиального резонатора 2,4 и центрального проводника 1,2. Пятый стержень: ширина 1,07, расстояние между четвертым и пятым стержнями 1,981.

Из научных публикаций следует, что программа HFSS (полное название *High Frequency System Simulation* компании Ansoft) обладает высокой точностью конечных результатов и использовалась для анализа аналоговых устройств и ступенчатых стержневых фильтров СВЧ, но для проектирования стержневых фильтров СВЧ на связанных коаксиально-полосковых резонаторах ранее не применялась [4,5]. По рассчитанным геометрическим размерам разработана 3D-модель фильтра, необходимая для моделирования и оптимизации исходной конструкции, а также для расчета электрических характеристик.

3D-модель реализована с помощью двух «примитивов» 3D-конструктора программы HFSS [5]: «коробка» (корпус и стержневые резонаторы) и «цилиндры» (коаксиальные резонаторы, их центральные проводники, соединения стержней и центральных проводников, волновые порты). Для удобства последующей параметрической оптимизации их задавали через переменные. При назначении граничных условий материал фильтра выбирали из библиотеки материалов программы HFSS: диэлектрик, заполняющий внутреннее пространство фильтра, – воздух; материал стержневых резонаторов, центральных проводников и короткозамыкателей – серебро, диэлектрическое заполнение коаксиальных резонаторов – фторопласт. В качестве источника возбуждения использовали волновые порты. Для настройки решения взяты частота решения – 2,45 ГГц (центральная частота) и следующие

критерии остановки адаптивного анализа 3D-структуры: максимальное число проходов 15, критерий остановки адаптивного анализа – 0,02, тип частотной развертки *Fast*, диапазон частот от 0,5 до 4,5 ГГц, число точек 500. Тип решения электромагнитной задачи – *Driven Terminal*. После настройки решения программа *HFSS* производит вычисление элементов матрицы рассеяния и расчет электрических характеристик. С использованием разработанного алгоритма выполнены анализ, моделирование и оптимизация исследуемого сверхширокополосного стержневого ЭФ.

Анализ характеристик затухания и коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВН) рассчитанной «вручную» конструкции показал, что диапазон частот ПП 0,92 – 3,09 ГГц, максимальное затухание в ПП 7 дБ, КСВН более 1,84. Наблюдается смещение диапазона частот полосы пропускания в область более низких значений, превышение максимально допустимого затухания в полосе пропускания и КСВН относительно заданных технических характеристик. Требуется оптимизация.

С помощью оптимизационного модуля *HFSS Optimetrics* было исследовано влияние на характеристику затухания и КСВН длины центральных проводников коаксиальных резонаторов от 4 до 22 мм, ширины второго стержня от 6,3 до 6,9 мм и третьего стержня от 3,5 до 4,7 мм. Исследовано также влияние ширины остальных стержней, расстояний между ними, радиусов коаксиальных резонаторов, их центральных проводников и цилиндрических короткозамыкателей, длины корпуса.

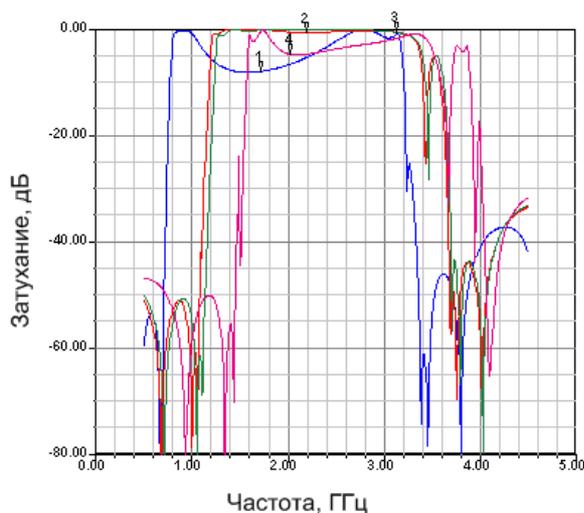


Рисунок 1 – Характеристика затухания при значениях длины центральных проводников коаксиальных резонаторов от 4 до 22 мм

Результаты параметрической оптимизации, отражающие влияние на характеристику затуха-

ния длины центральных проводников коаксиальных резонаторов, показаны на рисунке 1. Кривые 1,2,3,4 отвечают длине центральных проводников 22, 9, 8,5 и 4 мм соответственно.

Оптимальные результаты как по характеристике затухания, так и по КСВН получены при длине центральных проводников коаксиальных резонаторов 8,5 мм, фторопластовых цилиндров 9,5 мм, короткозамыкателей 20,5 мм, ширине второго и третьего стержней 6,733 и 3,7 мм соответственно.

Характеристика затухания фильтра после оптимизации геометрических размеров приведена на рисунке 2.

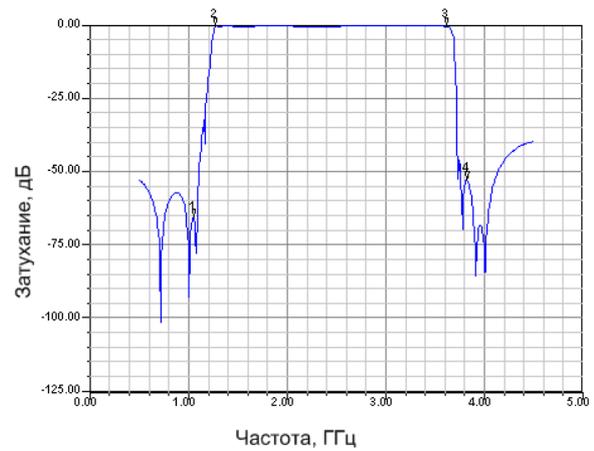


Рисунок 2 – Характеристика затухания оптимизированной конструкции фильтра

Диапазон частот ПП составляет 1,29–3,61 ГГц, минимальное затухание в ПП – 52,66 дБ, максимальное затухание в ПП – 0,5 дБ.

Рассчитаны также КСВН входа/выхода и коэффициенты отражения входа/выхода.

Сравнение результатов до и после параметрической оптимизации представлено в таблице.

Сравнение электрических характеристик фильтра до и после параметрической оптимизации

Наименование	До оптимизации	После оптимизации
Центральная частота, ГГц	2,05	2,45
Диапазон частот, ГГц	0,92–3,09	1,29–3,61
Минимальное затухание в ПП, дБ	51,7	52,66
Максимальное затухание в ПП, дБ	7	0,5
КСВН входа/выхода	Более 1,84	1,06–1,84
Коэффициент отражения входа/выхода, дБ	25/22	30/27
Габариты, мм	33,6x43,4	33,5x42,9

Электрические характеристики по диапазону частот ПП, минимальному затуханию в ПЗ, КСВН входа/выхода и др. для оптимизированной конструкции соответствуют требованиям технического задания.

С использованием электромагнитного моделирования [5] рассчитаны также распределения напряженностей электрического и магнитного полей в фильтре. Указанные данные позволяют судить о предельно-допустимой мощности, которую можно пропускать через фильтр, об искажении сигналов и других важных характеристиках фильтра. Признаков электрического пробоя не выявлено.

Выводы. По результатам расчета и автоматизированного проектирования разработан вариант физической реализации микроволнового полосового сверхширокополосного стержневого малогабаритного ЭФ 9-го порядка на связанных коаксиально-полосковых резонаторах с центральной частотой 2,45 ГГц, пригодный для передачи больших мощностей в сотни ватт и более. Рассчитаны геометрические размеры фильтра, на основе которых построена 3D-модель. Разработан алгоритм анализа, моделирования и оптимизации, с использованием которого рассчитаны характеристики затухания, КСВН входа/выхода, коэффициент отражения входа/выхода до и после оптимизации, позволяю-

щие разработчику судить о качестве фильтра. Рассчитано также распределение напряженностей электрического и магнитного полей в фильтре. Указанные данные позволяют судить о предельно-допустимой мощности, которую можно пропускать через фильтр, об искажении сигналов и других характеристиках. Признаков электрического пробоя не выявлено. Применение электромагнитного моделирования позволило создать конструкцию ЭФ, отвечающую техническому заданию, при существенном сокращении временных и материальных затрат.

Библиографический список

1. Матей, Д. Л. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи / Д. Л. Матей, А. Янг, Е. М. Т. Джонс. – М.: Связь, 1971. – Т. 1. – 439 с.; 1972. – Т. 2. – 495 с.
2. Зааль, Р. Справочник по расчету фильтров / Р. Зааль. – М.: Радио и связь, 1983. – 752 с.
3. Horton, V.C. The Digital Elliptic Filter - A Compact Sharp-Cut-Off Design for Wide Bandstop or Bandpass Requirements // IEEE Trans. - On MTT. – 1967. – Vol. MTT-15, № 5. – P. 307–314.
4. Hunter, I.C. Theory and Design of Microwave Filter/ I.C Hunter. – London: The Institute of Engineering and Technology, 2006. – 369 p.
5. Банков, С.Е. Проектирование СВЧ устройств и антенн с Ansoft HFSS /С.Е Банков, А.А. Курушин. – М.: ЗАО «РОДНИК», 2009. – 752 с.

УДК 621.397

В.Ф. Одинокоев

ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Предложены методика и алгоритм программного определения символьных передаточных функций линейных цепей LRC-аналогов на основе топологии схем.

Ключевые слова: передаточная функция, линейные цепи, моделирование.

Введение. При имитационном исследовании различных информационно-измерительных систем, содержащих линейные элементы, часто возникает необходимость операторного представления передаточной функции их соединений в виде отношения:

$$H(s) = y(s)/u(s), \quad (1)$$

где $y(s)$ – операторный выходной сигнал (показания приёмника), $u(s)$ – операторный входной сигнал источника; s – оператор Лапласа, (s) – указатель на представление H , y , u как функций

оператора s .

В общем случае линейные цепи, как и сигналы в них, могут быть различной физической природы. Для определенности рассмотрим случай, когда элементы линейных цепей могут быть интерпретированы их эквивалентными электрическими LRC-аналогами: $L = u/di/dt$, $R = u/i$, $C = i/du/dt$, где u и i – зависимые от времени t сигналы любой физической природы, di/dt и du/dt – производные этих сигналов по времени. Для электрических цепей u и i являются соответственно напряжением (в индуктивности – электро-

движущая сила с обратным знаком) и током, в других случаях - это сигналы-аналоги для u и i . При этом источник входного сигнала цепи станет аналогом генератора электрического напряжения, а приемник – аналогом вольтметра.

Традиционные аналитические методы [1] для случаев линейных электронных многозвенных LRC-цепей весьма трудоемки при расчетах. Машинный поиск искомого выражений (1) даже в мощных современных пакетах моделирования типа MATLAB [2] основан на исследовании ряда уравнений, составление, формализация и решение которых, как правило, приводят к многочисленным ошибкам. Опубликованные же LRC-каскады, для которых имеются программы анализа [3], ограничивают диапазон синтеза нестандартных вариантов линейных цепей и соответственно сдерживают совершенствование систем различных классов, содержащих LRC-аналоги.

Таким образом, у инженеров и специалистов имеется насущная потребность в такой методике анализа линейных LRC-аналогов, которая бы максимально соответствовала общепринятым изображениям LRC-схем, не ограничивала сложность LRC-структур и требовала от пользователя минимум математических операций по расчету $H(s)$.

Цель работы – описание методики и алгоритма программного определения передаточных функций линейных LRC-аналогов, удовлетворяющих перечисленным выше требованиям.

Теоретическая часть. Сравнение известных методов определения $H(s)$ линейных LRC-структур показывает, что для достижения поставленной цели перспективным является топологический вариант [4], базирующийся на визуальной оценке классического изображения линейной схемы любой сложности без каких-либо трудоемких математических выкладок. Однако программная реализация этого метода в литературе не найдена. Кроме того, определенным недостатком такого варианта являются скрытые знаки слагаемых числителя в выражении для $H(s)$ [4], что неприемлемо для программного кода. Поэтому ниже предлагается иная, отличная от известной [4], форма записи $H(s)$:

$$H(s) = \frac{\sum(VPmb(q)Dmb(q)) - \sum(VPbm(w)Dbm(w))}{\sum(VPnk(m)Dnk(m))}, \quad (2)$$

где $VPmb(q)$ – вес (произведение эквивалентных проводимостей, далее просто проводимостей) q -го уникального (отличного от других и не содержащего каких-либо повторяющихся элементов схемы) пути $Pmb(q)$ от положительного узла источника до его отрицательного узла через приемник в положительном направлении (от по-

ложительного узла приемника к его отрицательному узлу); $Dmb(q)$ – дополнение при замкнутом пути $Pmb(q)$; $VPbm(w)$ – вес w -го уникального пути $Pbm(w)$ от положительного узла источника до отрицательного узла источника через приемник в отрицательном направлении (от отрицательного узла приемника к его положительному узлу); $Dbm(w)$ – дополнение при замкнутом пути $Pbm(w)$; $VPnk(m)$ – вес m -го уникального пути $Pnk(m)$ от одного из двух выбранных исходных узлов схемы до другого при замкнутом источнике и разомкнутом приёмнике; $Dnk(m)$ – дополнение при замкнутом пути $Pnk(m)$.

Любое из дополнений $Dmb(q)$, $Dbm(w)$, $Dnk(m)$ раскрывается по формуле знаменателя в (2) как сумма произведений весов всех уникальных путей схемы от одного из двух исходных выбранных узлов (начальный – $NaUz$, конечный – $KoUz$) до другого на соответствующие им дополнения.

Из каждой пары узлов источника и приемника в качестве положительных примем наименьшие по номеру узлы. Соответственно узлы с большими номерами каждой пары будут отрицательными узлами.

Любые пути от одного из двух выбранных (исходных) узлов схемы до другого назовем завершенными. Таким образом, все пути, используемые в формуле (2), являются уникальными и завершенными. Причем для определения любой из величин $Dmb(q)$, $Dbm(w)$, $VPnk(m)$, $Dnk(m)$ используются все соответствующие ей уникальные завершенные пути, а для расчета $VPmb(q)$, $VPbm(w)$ – только уникальные завершенные пути, включающие приемник.

Поскольку приемник входит в уникальные завершенные пути $Pmb(q)$ и $Pbm(w)$, но не относится к анализируемой схеме и, значит, не определяет функцию $H(s)$, его проводимость должна быть принята единичной. В этом случае веса $VPmb(q)$, $VPbm(w)$, содержащие проводимость приемника, будут зависеть только от проводимостей самой схемы.

Проблема короткого замыкания. Важным обстоятельством при машинной реализации выражения (2) является недопустимость нулевых R-аналогов (их бесконечных проводимостей), что, однако, противоречит постулату замыкания любых путей при анализе дополнений. Для устранения указанного противоречия предлагается программное изъятие всех замкнутых проводимостей из схемы с одновременным объединением соединённых вместе узлов в один общий, например $NaUz$.

Поиск уникальных путей. Тезисы уни-

кального, завершеного, положительного и отрицательного путей понятны и, следовательно, априори должны относительно легко формализовываться. Возникает другой вопрос: как найти все уникальные завершённые пути от одного узла схемы до другого? Желательно, чтобы программа поиска путей не перебирала все возможные их варианты, так как при увеличении количества элементов схемы число таких вариантов лавинообразно возрастает. Значит, необходимо задать такой способ поиска путей, который бы заведомо не давал лишних направлений, т. е. гарантировал бы минимально необходимые варианты.

Решение этой задачи возможно при последовательной регистрации сначала первых присоединённых к исходному начальному (NaUz) узлу проводимостей и далее – следующих проводимостей, присоединённых к предыдущим с одновременным запоминанием массива узлов каждого из путей. До присоединения любой проводимости к некоторому пути этот путь является непродолженным (или удлиняемым), после присоединения – продолженным (или удлиненным). Из двух узлов любой присоединяемой проводимости один всегда окажется присоединённым к удлиняемому пути, а второй – условно еще не присоединённым (до очередного продолжения этого пути), но оба они войдут в массив узлов продолженного пути. Если при очередном рассмотрении элементов схемы на предмет присоединения встретится одна из уже ранее присоединённых проводимостей (это обязательно произойдет, если продолженный путь замкнется на себя через какие-либо элементы схемы), она легко может быть изъята из списка присоединяемых проводимостей, поскольку её условно неприсоединённый узел при проверке окажется в массиве узлов удлиняемого пути.

Поиск дополнений. При замыкании любого уникального завершённого пути с целью определения его дополнения исходная схема изменится за счет отбрасывания закороченных проводимостей и объединения соединённых узлов. Если оставшаяся схема содержит более одного узла, она должна быть проанализирована на наличие уникальных путей от одного из двух выбранных узлов до другого и дополнений этих путей, т. е. возможны вложенные циклы (итерации) при анализе исходной схемы. Если после очередного упрощения схема будет содержать только один узел, дополнение для любого рассматриваемого пути по определению [4] равно 1.

Пример. Для иллюстрации сказанного рассмотрим рисунок 1, где Ist – источник, Pri – приемник; рядом с узлами и внутри проводимостей

даны их номера.

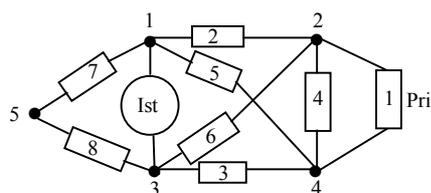


Рисунок 1 – Схема проводимостей с источником и приемником

Поиск уникальных завершённых путей $Pmb(q)$, $Pbm(w)$ начнем от меньшего (положительного) узла 1 (начальный узел NaUz всех искоемых путей $Pmb(q)$, $Pbm(w)$) источника, к его большему узлу 3 (минус источника или конечный узел KoUz искоемых путей), учитывая направления прохождения через приемник (положительное направление – от узла 2 приемника к его узлу 4, отрицательное – наоборот). Проводимости, присоединённые к исходному узлу 1, следующие: 2 (узел 2 этой проводимости пока условно не присоединён ни к чему), 5 (для неё условно неприсоединённый узел – 4) и 7 (неприсоединённый узел – 5). Таким образом, имеем три начальных участка (три пока не продолженных пути), исходящих из узла 1: присоединённые проводимости 2, 5 и 7. Рассмотрим первый путь – через проводимость 2 (назовем его путь 2). Следующим после узла 1 на этом пути является узел 2. Присоединёнными к этому узлу (последнему узлу в последнем элементе удлиняемого пути) проводимостями являются 1 (неприсоединённый узел – 4), 4 (неприсоединённый узел – 4), 6 (неприсоединённый узел – 3) и (формально) 2 (неприсоединённый узел – 1). Из всех продолжений исходного пути 2 только присоединяемая проводимость 2 имеет в данный момент условно неприсоединённый узел 1, уже входящий в массив узлов (узлы 1 и 2) удлиняемого пути 2. Поэтому далее следует анализировать только три варианта продолжения пути 2 – через проводимости 1, 4 и 6, что дает такие продолженные уникальные пути (по проводимостям): 2-1 (положительное направление в приемнике), 2-4 и 2-6.

Предлагаемый пример достаточно прост, и может возникнуть сомнение: зачем рассматривать проводимость 2 как продолжение самой себе? Ответ станет ясен, если усложнить схему и включить параллельно проводимости 2 хотя бы еще одну проводимость, например, 2.1. В этом случае проводимость 2.1 увеличит количество присоединённых к узлу 1 проводимостей и количество вариантов продолжения пути 2 – к проводимостям 1, 4, 6 добавится проводимость 2.1. Но последняя образует обратную связь от

узла 2 к узлу 1, т. е. к началу удлиняемого пути 2, в то время как продолженные пути всегда должны вести к конечному узлу 3. Поэтому проводимость 2.1 не может являться продолжением пути 2. Определить это машинным способом легко, если учесть, что проводимость 2.1 уже имеет на момент присоединения к пути 2 условно неприсоединенный узел 1, входящий в массив узлов (1 и 2) удлиняемого пути 2. Так как проводимость 2 (как и проводимости 1, 2.1, 4, 6) имеет узел 2, по отношению к которому находятся все присоединяемые проводимости, формально она оказывается подобной любым другим присоединяемым проводимостям и, следовательно, должна быть включена в анализ вариантов продолжения исходного пути 2.

Для второго из начинающихся в узле 1 рисунка 1 путей (через проводимость 5 – путь 5) аналогично находим следующие продолжения: проводимости 1, 4, 3, 5. Последняя проводимость имеет на момент присоединения условно неприсоединенный узел 1, уже входящий в массив узлов (1 и 4) удлиняемого пути 5, и, таким образом, исключается из анализа. Получаем такие продолженные уникальные пути: 5-1 (отрицательное направление), 5-4, 5-3.

В итоге два исходных (от узла 1) пути 2 и 5 дают шесть продолженных уникальных путей: 2-1, 2-4, 2-6, 5-1, 5-4, 5-3. Два из них (2-6 и 5-3) являются завершенными, так как заканчиваются другим узлом источника. Поскольку на данном этапе осуществляется поиск уникальных завершенных путей в числителе уравнения (2), то пути 2-6 и 5-3 должны быть в дальнейшем изъяты из рассмотрения, так как не включают приемник сигнала.

Третий исходный путь от узла 1 (через проводимость 7) имеет только одно продолжение – проводимость 8 (путь 7-8 является при этом завершенным). Этот путь, не замыкающийся через приемник, также должен быть изъят впоследствии из анализа.

Очередные удлинения уникальных путей 2-1, 2-4, 5-1, 5-4 производятся по изложенному алгоритму. Завершенных уникальных путей через приемник, определяющих числитель выражения (2), оказывается всего два. Это продолженные (для 2-1 и 5-1) пути: 2-1-3 и 5-1-6. Путь 2-1-3 является первым ($q=1$) положительным уникальным завершенным путем $Pmb(q) = Pmb(1)$, соответственно его вес равен $VPmb(1)$. Аналогично путь 5-1-6 является первым ($w=1$) отрицательным уникальным завершенным путем $Pbm(w) = Pbm(1)$, его вес – $VPbm(1)$.

После замыкания, например, пути 2-1-3, от-

брасывания закороченных проводимостей (1, 2, 4, 5, 6) и объединения соединенных узлов (1, 2, 3, 4) в один узел 1 получаем следующую схему для определения дополнения $Dmb(q)=Dmb(1)$ этого пути – рисунок 2.

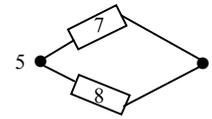


Рисунок 2 – Рисунок 1 после замыкания пути 2-1-3

Схема содержит два узла, т. е. дополнение $Dmb(1)$ для пути $Pmb(1)$ (2-1-3) не равно 1. Необходимо еще один цикл (вложенная итерация) расчетов дополнения $Dmb(1)$. Выбираем новые узлы $NaUz$ и $KoUz$ с целью поиска уникальных завершенных путей схемы рисунка 2 и их дополнений. Для определенности условимся, что указанные узлы выбираются для меньшей по номеру из оставшихся проводимостей схемы (для рисунка 2 это проводимость 7): начальный узел – 1, конечный – 5. Искомые уникальные завершенные пути данной схемы очевидны: проводимости 7 [путь $Pnk(m) = Pnk(1)$] и 8 [путь $Pnk(2)$]. Замыкание любого из последних путей приводит к схеме с одним узлом, поэтому дополнения $Dnk(1)$, $Dnk(2)$ путей $Pnk(1)$ и $Pnk(2)$ по определению равны единице. Таким образом, по формуле знаменателя в (2) дополнение $Dmb(1)$ примет вид:

$$Dmb(1) = VPnk(1) Dnk(1) + VPnk(2) Dnk(2) = \\ = (\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1.$$

Поскольку других исходных уникальных завершенных путей схемы рисунка 1, кроме 2-1-3, в прямом направлении через приемник нет, положительную составляющую выражения для числителя в (2) можно представить следующим образом:

$$\Sigma(VPmb(q)Dmb(q)) = VPmb(1)Dmb(1) = \\ = (\text{вес пути } 2-1-3) \times ((\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1).$$

Замыкание второго уникального завершеного через приемник (в отрицательном направлении) пути 5-1-6 не меняет схему рисунка 2, поэтому для отрицательной составляющей числителя в (2) имеем:

$$\Sigma(VPbm(w)Dbm(w)) = VPbm(1)Dbm(1) = \\ = (\text{вес пути } 5-1-6) \times ((\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1).$$

Для определения знаменателя в (2) на рисунке 1 необходимо закоротить источник и изъять приемник, что дает рисунок 3.

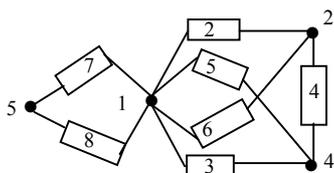


Рисунок 3 – Рисунок 1 после замыкания источника и изъятия приемника

В соответствии с принятым выше правилом выбора двух исходных узлов $NaUz$ и $KoUz$ такими будут узлы 1 и 2 (проводимость с меньшим номером последней схемы – 2). Соответственно первым путем от узла 1 к узлу 2 окажется путь через проводимость 2. После его замыкания, изъятия закороченных проводимостей 2, 6 и объединения связанных узлов (1, 2) получаем рисунок 4 для поиска дополнения пути 2 рисунка 3.

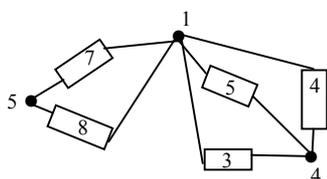


Рисунок 4 – Рисунок 3 после замыкания проводимости 2

В схеме рисунка 4 вновь выбираем исходные узлы – 1 и 4. Первым уникальным завершённым путем от узла 1 к узлу 4 является проводимость 3. После её замыкания и изложенного выше упрощения схемы получаем рисунок 2. Он дает уже известные пути 7 и 8 и дополнения к ним, равные единице. Другие пути (4 и 5) на рисунке 4 исследуются аналогично. Таким образом, для исходного уникального завершённого пути (через проводимость 2) рисунка 3 имеем первую составляющую суммы в знаменателе (2):

Слагаемое знаменателя (2) для пути 2=
 $=VPnk(1)Dnk(1) = (\text{вес пути } 2) \times ((\text{вес пути } 3) \times ((\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1) + (\text{вес пути } 4) \times ((\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1) + (\text{вес пути } 5) \times ((\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1))$.

Отметим, что при определении указанного слагаемого использованы три похожих алгоритма: замыкание пути 3 схемы 4 с выбором узлов 1 и 5 схемы 2, замыкание пути 4 схемы 4 с выбором узлов 1 и 5 схемы 2, замыкание пути 5 схемы 4 с выбором узлов 1 и 5 схемы 2. Во всех перечисленных вариантах меняются только начальные условия.

Отметим также, что в положительных и отрицательных слагаемых числителя и в найденном слагаемом знаменателя имеется одно и то же выражение:

$$((\text{вес пути } 7) \times 1 + (\text{вес пути } 8) \times 1).$$

Очевидно, что если и в остальных составляющих знаменателя (2) будет указанное выражение, оно сократится. Это следует ожидать, потому что проводимости 7 и 8 не входят в цепи передачи сигнала от источника к приемнику и, следовательно, не определяют передаточную функцию $H(s)$.

Аналогично изложенному (для пути 2) рассматриваются остальные пути от узла 1 к узлу 2 рисунка 3.

Как видно из вышесказанного, никакие два пути от любого узла (из двух выбранных) к другому не будут повторением друг друга. Поэтому данный алгоритм поиска завершённых путей с проверкой условно неприсоединённых узлов присоединяемых проводимостей на предмет принадлежности к предыдущим участкам любого удлиняемого пути в принципе не может дать лишних вариантов. Веер образующихся путей постепенно захватывает все имеющиеся в схеме проводимости, не пропуская ни одной, поэтому будут учтены все возможные допустимые пути между исходными узлами схемы.

Выбор уникальных завершённых путей $Pmb(q)$ и $Pbm(w)$ из всех найденных прост: $Pmb(q)$ включает приёмник в направлении "меньший узел – больший узел", а $Pbm(w)$ – в направлении "больший узел – меньший узел".

Проблема итераций. Как показывает пример, если оставшаяся после замыкания любого исходного пути схема содержит много узлов и элементов, новых образующихся путей и дополнений может быть несколько. Причем любое дополнение само раскрывается через очередные новые пути и дополнения к ним. Это в общем случае приводит к множественным вложенным циклам (итерациям) поиска дополнений. Поскольку очередная итерация прерывает предыдущую, необходимо запоминать все найденные ранее величины, чтобы затем продолжить прерванный цикл. Наиболее простой путь сохранить знания о предыдущих операциях сводится к использованию на каждой итерации нового модуля поиска путей и дополнений с уникальными именами и своими исходными данными, не уничтожая предыдущие итерационные модули. По завершении работы последнего модуля управление передаётся в предыдущий итерационный модуль, продолжающий прерванный ранее анализ какого-либо пути и/или дополнения. Число таких функциональных модулей (по числу вложенных циклов итераций) зависит от исследуемой схемы. Очевидно, что все эти модули представляют собой копирование одной и той же трафаретной подпрограммы под новым названием, что должно осуществляться программой ав-

томатически.

Проблема начальных участков. Нетрудно заметить, что при обнаружении в конце любого рассматриваемого пути некоторой проводимости, которая может продолжить этот путь, исходный путь увеличивается и соответственно вес новой присоединенной проводимости нужно умножить на вес предыдущих участков удлиняемого пути. Это значит, что любые операции по выявлению продолжений путей повторяются, начиная со вторых (от исходного начального узла NaUz) присоединённых проводимостей. Первые же (присоединённые к начальному узлу) проводимости должны быть найдены особой подпрограммой, поскольку каких-либо предыдущих участков, а значит и их весов, в данном случае просто нет. Роль этой подпрограммы состоит в тривиальном назначении любой найденной (присоединённой к узлу NaUz) проводимости статуса начального участка возможно многих разветвляющихся в дальнейшем путей, вес которого оказывается равным значению этой (присоединенной к узлу NaUz) проводимости.

Порядок функционирования программы. Любая программа начинается с главного модуля. В нашем случае первой задачей главного модуля (например, ProgrPeredFunk) является описание элементов анализируемой схемы и их связей. Это легко сделать при использовании структур в качестве типа исходных данных, если таковые имеются в выбранном языке программирования. Такой тип позволяет задать имена и различные параметры элементов схемы. Одним из таких языков является MATLAB. В нем имена элементов (структур) и полей его параметров разделяются точкой. Так, например, для источника сигналов в рассматриваемой схеме можно указать (знак % – комментарии; Uz1, Uz2 – поля структуры Ist источника):

```
Ist.Uz1=[1]; % Меньший узел источника – плюс
% источника, [ ] – оператор конкатенации.
Ist.Uz2=[3]; % Большой узел источника – минус
% источника.
```

Для массива (например, MaProSx) проводимостей схемы кроме их полей необходимо указать номера структур этих проводимостей (в круглых скобках). Так, для приемника (проводимость 1) имеем:

```
MaProSx(1).Nom=[1]; % Номер проводимости.
MaProSx(1).Ves=[1]; % Вес проводимости.
MaProSx(1).Uz1=[2]; % Меньший узел
% проводимости.
MaProSx(1).Uz2=[4]; % Большой узел
% проводимости.
```

По аналогии с MaProSx(1) описываются все остальные проводимости (с новыми номерами,

весами и узлами).

Поскольку расчет функции $H(s)$ для целей имитационного исследования сложных систем ведется один раз с последующей числовой специализацией применительно к конкретной схеме, создаваемая программа должна моделировать $H(s)$ в общей форме. Пакет MATLAB для этого требует указать все символьные переменные (для рисунка 1):

```
syms s R2 L3 C4 R5 L6 L7 L8,
```

где **syms** – команда, **s** – оператор Лапласа; R2, R5 – резистивные аналоги элементов 2 и 5; L3, L6, L7, L8 – индуктивные аналоги элементов 3, 6, 7 и 8; C4 – емкостный аналог элемента 4.

Так как поиск уникальных путей всегда начинается от источника, выбор первых двух исходных узлов в общей форме очевиден:

```
NaUz=Ist.Uz1; % Присвоение переменной
% NaUz номера узла из поля Uz1
% структуры Ist.
KoUz=Ist.Uz2; % Присвоение переменной
% KoUz номера узла из поля Uz2
% структуры Ist.
```

Выбранные узлы NaUz, KoUz и массив MaProSx проводимостей схемы позволяют вызвать процедуру (назовем её PoiskPuNaUz) поиска исходных участков путей (первых присоединенных к узлу NaUz проводимостей). Некоторые из этих путей (в массиве MaPuUz) должны быть впоследствии продолжены, другие (в массиве MaPuSx) оказываются завершёнными. Кроме MaPuUz и MaPuSx, процедура PoiskPuNaUz формирует массивы MaVePuUz и MaVePuSx весов указанных путей и массив MaMaUzPu массивов узлов всех путей PuUz, используемых в дальнейшем для проверки уникальности формируемых путей.

Если массив MaPuUz после завершения работы программы PoiskPuNaUz оказывается не пустым, вызывается процедура (с именем, например, PoiskPuUz) продолжения исходных путей MaPuUz. Поскольку узел NaUz не используется в программе PoiskPuUz, ей передается только узел KoUz и результаты работы процедуры PoiskPuNaUz для модификации (массив MaPuUz будет уменьшаться, а массивы MaPuUz, MaVePuUz, MaMaUzPu, MaPuSx и MaVePuSx – увеличиваться). Если новый массив MaPuUz снова не окажется пустым, повторно вызывается та же программа PoiskPuUz. Далее, вновь проверяется полученный массив MaPuUz и, возможно, еще раз вызывается PoiskPuUz. Результатом циклического вызова процедуры PoiskPuUz является опустошение массива MaPuUz и максимизация длины MaPuSx.

Следующим этапом работы становится вы-

явление положительных (массив $MaPmb$) и отрицательных (массив $MaPbm$) путей в $MaPuSx$, замыкающихся через приемник. Это делается с помощью другой процедуры (например, $PoiskPuIsPr$), которая формирует также массивы весов $MaVPmb$ и $MaVPbm$ завершенных путей, необходимых для расчета $H(s)$. Исходными данными для $PoiskPuIsPr$ являются упомянутые массивы $MaPuSx$, $MaVePuSx$, а также наибольший узел $MaProSx(1).Uz2$ приемника, используемый в $PoiskPuIsPr$ для определения знака пути.

Далее для каждого из путей Pmb и Pbm с номерами $nPmb$, $nPbm$ в массивах $MaPmb$ и $MaPbm$ необходимо вычислить соответствующие дополнения Dmb и Dbm . Поскольку такая операция имеет, как сказано выше, вложенные циклы, то в главном модуле для каждого очередного анализируемого пути Pu из Pmb и Pbm иницируется только начальная итерация с номером $nIt=1$, после чего вызывается подпрограмма (например, $FuDo$) формирования и вызова первого итерационного модуля (условное имя $Poisk1DoPu$). Последний осуществляет короткое замыкание всех проводимостей рассматриваемого (для которого ищется дополнение) пути Pu , изъятие их из схемы (обнуление соответствующих элементов массива проводимостей), объединение соединенных узлов (назначение образованному единственному узлу номера, меньшего из имеющихся в закорачиваемом пути), увеличение (если полученная схема содержит более одного узла) номера nIt итерации и (через $FuDo$) формирование и вызов следующего модуля $Poisk2DoPu$ для работы с очередной схемой и т. д. Исходными данными для вызова $FuDo$ являются текущий (для каждого вызова свой) массив $MaProSx$ завершенных путей, путь Pu , для которого определяется дополнение, номер nIt и начальный узел $NaUz$. Результатом выполнения подпрограммы $FuDo$ является дополнение Do для пути Pu (например, дополнение $Dmb(nPmb)$ для пути $Pu=MaPmb\{nPmb\}$; здесь $\{nPmb\}$ – указатель на номер $nPmb$ пути $Pu=MaPmb\{nPmb\}$ в массиве $MaPmb$, а $\{nPmb\}$ – указатель на содержимое ячейки $nPmb$ массива $MaPmb$).

После определения всех дополнений Dmb Dbm в главном модуле производится расчет числителя передаточной функции и осуществляется переход к поиску составляющих знаменателя в $H(s)$. Для этого замыкается источник (объединяются его узлы) и исключается приемник (первый элемент массива $MaProSx$ проводимостей схемы обнуляется). Поскольку замыкание источника формально эквивалентно замыканию пути через источник, то знаменатель передаточной функции

оказывается дополнением для этого пути.

На рисунке 5 показаны основные этапы нахождения передаточной функции.

Инициализация элементов схемы: $Ist.Uz1=[1]; Ist.Uz2=[3]; \dots$
Задание исходных начального ($NaUz$) и конечного ($KoUz$) узлов уникальных путей: $NaUz=Ist.Uz1; KoUz=Ist.Uz2;$
Задание символьных переменных: $syms s \dots$
Поиск первых присоединенных к узлу $NaUz$ проводимостей: $[MaPuUz, MaVePuUz, MaMaUzPu, MaPuSx, MaVePuSx] \dots = PoiskPuNaUz(NaUz, KoUz, MaProSx);$
Поиск очередных присоединяемых к путям проводимостей: $[MaPuUz, MaVePuUz, MaMaUzPu, MaPuSx, MaVePuSx] \dots = PoiskPuUz(MaPuUz, MaVePuUz, MaMaUzPu, MaPuSx, \dots, MaVePuSx, MaProSx, KoUz);$
Сортировка путей $MaPuSx$ на положительные ($MaPmb$) и отрицательные ($MaPbm$): $[MaPmb, MaVPmb, MaPbm, MaVPbm] = \dots PoiskPuIsPr(MaPuSx, MaVePuSx, MaProSx(1).Uz2);$
Определение дополнений Dmb путей $Pu=MaPmb\{nPmb\};$ $Dmb(nPmb)=FuDo(nIt, Pu, MaProSx, NaUz);$
Определение суммы $SuVPmbDmb$ произведений весов $VPmb$ путей Pu на их дополнения Dmb .
Определение дополнений Dbm путей $Pu=MaPbm\{nPbm\};$ $Dbm(nPbm)=FuDo(nIt, Pu, MaProSx, NaUz);$
Определение суммы $SuVPbmDbm$ произведений весов $VPbm$ путей Pu на их дополнения Dbm .
Определение числителя передаточной функции: $TislPerFun=SuVPmbDmb - SuVPbmDbm;$
Уничтожение приемника сигналов: $MaProSx(1)=[];$
Задание формального пути Pu через источник для поиска его дополнения: $Pu=Ist;$
Определение дополнения $ZnPerFun$ для пути $Pu=Ist$: $ZnPerFun=FuDo(nIt, Pu, MaProSx, NaUz);$
Определение передаточной функции $PerFun$: $PerFun=TislPerFun/ZnPerFun;$
Упрощение символьной функции $PerFun$: $collect(simple(PerFun));$

Рисунок 5 – Основные этапы нахождения передаточной функции

Поэтому далее проводится поиск всех уникальных завершенных путей Pnk между выбранными узлами новой схемы, из которых начальный узел $NaUz$ есть $Ist.Uz1$, а конечный соответствует другому узлу меньшей по номеру прово-

димости, присоединенной к $Ist.Uz1$ в новой схеме. Это позволяет рассчитать веса $VPnk$ и дополнения Dnk . Полученные значения Dnk и $VPnk$ нужны для определения знаменателя в $H(s)$.

Следует отметить, что после введения программой в формулу (2) числителя и знаменателя, найденное выражение для $H(s)$ не сокращено и не сгруппировано по степеням оператора Лапласа. Поэтому главный модуль должен заканчиваться вызовом функций обработки символьных результатов.

Экспериментальная проверка. Для проверки предложенного алгоритма использовался упомянутый пакет MATLAB. Выполнение программы в нем для символьных вычислений должно проводиться в два этапа. На первом этапе после получения символьного выражения $H(s)$ (программное имя `PerFun`) как отношения числителя и знаменателя в (2) вызывается функция `simple(PerFun)` (`PerFun` – фактический аргумент функции `simple`) для предварительного упрощения `PerFun`. На втором этапе используется модуль `collect(simple(PerFun))` [здесь `simple(PerFun)` – результат вызова процедуры `simple(PerFun)` как фактический аргумент функции `collect`] для окончательной компоновки формулы. Результат группировки слагаемых по степеням оператора отображается в главном командном окне MATLAB.

Проверку проходили две схемы. Первая схема включала аналог источника напряжения (узлы 1 и 3), аналог приемника напряжения (проводимость 1 с весом 1, узлы 2 и 4), резистивный аналог (проводимость 2 с весом $1/R2$, узлы 1 и 2), индуктивный аналог (проводимость 3 с весом $1/(s*L3)$, узлы 3 и 4) и емкостный аналог (проводимость 4 с весом $s*C4$, узлы 2 и 4). Данная упрощенная схема позволяет легко проверить теоретические и экспериментальные данные: теоретическое (найденное по схеме) значение $H(s)=1/(1+s^2C4L3+sC4R2)$; экспериментальное программное значение `PerFun=`
`=1/(C4*L3*s^2+C4*R2*s+1)`.

Вторая схема повторяла рисунок 1 со следующими элементами (далее приводятся номера проводимости и – через дефис – их вес):

1 - 1; 2 - $1/R2$; 3 - $1/(s*L3)$; 4 - $s*C4$; 5 - $1/R5$;
 6 - $1/(s*L6)$; 7 - $1/(s*L7)$; 8 - $1/(s*L8)$.

Экспериментальные программные результа-

ты для второй схемы следующие:

$$\text{PerFun} = ((L6*R5 - L3*R2)*s) / ((C4*L3*L6*R2 + C4*L3*L6*R5)*s^3 + (L3*L6 + C4*L3*R2*R5 + C4*L6*R2*R5)*s^2 + (L3*R2 + L6*R5)*s + R2*R5).$$

Как и предсказывалось, элементы 7 и 8 не входят в данное выражение для передаточной функции. Если в последней формуле положить $1/R5=0$, $1/(s*L6)=0$, получим предыдущий результат $1/(C4*L3*s^2+C4*R2*s+1)$, что частным образом также подтверждает правильность работы программы.

Изменим нумерацию узлов случайным образом, соблюдая правила их указания в структурах элементов схемы: 1 на 3, 2 на 1, 3 на 4, 4 на 2. Результаты оказываются аналогичными вышеприведенным.

Выводы. Предложенные методика и алгоритм программного определения передаточных функций линейных цепей используют принципиальные схемы в их классическом изображении, не требуют рутинных математических преобразований и не ограничивают сложность анализируемой структуры. Могут быть использованы для исследования узлов радиотехнических и информационно-измерительных систем [5,6], блоков автоматики и LRC-аналогов сетей и графов.

Библиографический список

1. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: учеб. для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования / Ф. Е. Евдокимов. – 9-е изд. стереотип. – М.: Издательский центр "Академия", 2004.
2. Дьяконов В.П. MATLAB.* / R20006 / R2007: самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2008.
3. Дьяконов В.П. Simulink 5/6/7: самоучитель. – М.: ДМК-Пресс, 2008.
4. Мэзон С. и Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы / Пер. с англ. А. А. Соколова и И. В. Соловьева; под ред. проф. П. А. Ионкина. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963.
5. Акулинин В.И., Одинокоев В.Ф. Анализ цифро-аналогового преобразователя с избыточной нелинейностью // Изв. ВУЗов. Приборостроение. 1973. Т. XVI, № 9. С. 5-8.
6. Одинокоев В.Ф. Управляемый генератор сигналов для информационно-измерительных систем // Вестник РГРТА. 2012. №1 (вып. № 39) часть 1. С. 35-42.

УДК 621.317.755

С.Г. Гуржин, А.А. Дунаев, Л.П. Жалненкова
**АДАПТИВНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ
БИОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ**

Исследуются сравнительные возможности корреляционного анализа биоэлектрических сигналов; показано, что предложенные адаптивные модификации метода взвешенных условных средних позволяют существенно повысить точность оценок или уменьшить количество вычислений и длительность эпохи анализа.

Ключевые слова: биоэлектрические сигналы, адаптивный корреляционный анализ, модификации метода взвешенных условных средних.

Введение. Всестороннее исследование биоэлектрических сигналов (БЭС) с целью изучения их биотропных параметров и диагностических признаков имеет ряд следующих важных особенностей.

Величины биоэлектрических сигналов весьма малы и составляют микровольты и милливольты, на них накладываются шумы и помехи, случайные по своему характеру изменения, которые перекрывают их амплитудные и частотные диапазоны и мешают выделению формы БЭС.

Для БЭС характерны также нестационарность характеристик во времени; сложность формы; периодичность и квазипериодичность, т.е. повторяемость; информационные параметры сигналов изменяются в широких пределах; имеется ряд информационно весьма важных сегментов, которые можно выделить на сигнале.

Диапазоны частот и амплитуд БЭС, таких как ЭКГ – электрокардиограмма, ЭЭГ – электроэнцефалограмма, ЭМГ – электромиограмма и др., могут перекрываться и иметь различные соотношения [1].

Особый интерес представляют данные по определению периодических ритмов (суточных и других регуляторных процессов) у больных с отдельными вариантами ишемической болезни сердца (ИБС), острым инфарктом миокарда и застойной сердечной недостаточностью на почве поражения клапанного аппарата сердца и кардиосклероза [2].

Большая часть диагностически важной информации в медико-биологических исследованиях содержится именно в форме биоэлектрического сигнала, тщательный анализ которой проводится на имеющемся интервале наблюдения. Таким образом, на этапе получения БЭС и на

этапе первичной обработки весьма важно точно выделить и регистрировать именно форму сигнала.

Эффективным способом, позволяющим решать эти задачи, является корреляционный анализ, в частности метод условного среднего [2].

Оптимальные методы корреляционного анализа биоэлектрических сигналов основаны на априорном знании точного вида корреляционных функций или спектральных свойств полезного сигнала, что на практике редко выполняется, и поэтому их далеко не всегда можно использовать при оперативном анализе [3].

Современные методы обработки биоэлектрических сигналов реализуются либо на ЭВМ, либо на микропроцессорной технике, при этом их стоимость и сложность определяются, в основном, структурой и количеством выполняемых операций. Одним из перспективных путей повышения эффективности корреляционного [4], спектрального и других видов статистического анализа является разработка адаптивных методов, пригодных для исследования достаточно широкого класса БЭС [5].

Цель работы – повышение эффективности корреляционного анализа БЭС на основе совершенствования метода взвешенных условных средних и расширения области его применения.

Теоретическая часть. Рассмотрим случай, когда биоэлектрический сигнал можно представить в виде суммы:

$$z(t) = x(t) + v(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – полезный сигнал; $v(t)$ – аддитивная помеха.

Адаптация метода корреляционного анализа по взвешенным условным средним [6] к виду плотности распределения анализируемого про-

цесса может проводиться в режиме реального времени. В непрерывном или дискретном варианте оценку нормированной корреляционной функции (НКФ) исследуемого биоэлектрического сигнала $z(t)$ можно получить из условия минимума среднего квадрата отклонений условных средних $\bar{z}(t_i + \tau)$ значений процесса $z(t + \tau)$ от линейной регрессии $\bar{z}(t + \tau) = b_0 + b_1 \cdot z(t)$, т.е.

$$Q = \sum_{i=1}^m [\bar{z}_i(t_i + \tau) - b_0 - b_1 a_i]^2 = \min, \quad (2)$$

где m – количество интервалов Δa_i .

Условное среднее процесса $\bar{z}(t_i + \tau)$ при условии, что в момент t_i процесс $z(t)$ принял значение z_{ij} в интервале $\Delta a_i = x_{i+1} - x_i$ в момент времени t_{ij} , равно

$$\bar{z}_i(t_i + \tau) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}(t_{ij} + \tau), \quad (3)$$

где $z(t_{ij} + \tau)$ – последовательность промежуточных величин, являющихся условными мгновенными значениями процесса $z(t + \tau)$ при условии, что процесс $z(t)$ принял значение z_{ij} в интервале $\Delta a_i = x_{i+1} - x_i$ в момент времени t_{ij} ; i – номер интервала, $i = 1 \div m$; j – номер попадания в данный i -й интервал;

$$n = \sum_{i=1}^m n_i \text{ – общий объем выборки;}$$

$$n_i = \sum_{j=1}^{n_i} \delta_{ij} \text{ – объем выборки по } i\text{-му интервалу;}$$

x_i – назначенные пороговые уровни;

δ_{ij} – символ Кронекера,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1; & x_i \leq z(t_{ij}) \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Эквивалентное среднее значение внутри интервала $\Delta a_i = x_{i+1} - x_i$ равно:

$$a_i = \bar{a}_{iy} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}, \quad (4)$$

где z_{ij} – значения процесса $z(t)$, попавшие в i -интервал в произвольно заданные моменты времени t_j (как равноотстоящие, так и не равноотстоящие), в чем и состоит принципиальное отличие данного метода адаптации от известных методов умножения и взвешенных условных средних [6].

Для определения оценок коэффициентов b_0

и b_1 продифференцируем (2) по b_0 , b_1 и решим полученные уравнения:

$$b_1 = \sum_{i=1}^m \bar{z}_1(t_i + \tau) \tilde{N}_{iy}, \quad (5)$$

где для каждого интервала эквивалентные весовые коэффициенты равны:

$$C_{iy} = \bar{C}_i = \frac{\bar{a}_{iy} - \bar{a}}{\sum_{i=1}^m (\bar{a}_{iy} - \bar{a})^2}. \quad (6)$$

Это кососимметричные весовые коэффициенты, сумма которых равна нулю, где $\bar{a} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{a}_{iy}$ – среднее значение по всему объему выборки.

Коэффициент b_1 связан с нормированным коэффициентом корреляции соотношением

$$\rho_z(\tau) = \frac{\sigma_{z(t)}}{\sigma_{z(t+\tau)}} b_1. \quad (7)$$

Примем, что дисперсия (мощность) сигнала за время анализа не изменяется и одинакова для обеих реализаций, т.е. $\sigma_{z(t)} = \sigma_{z(t+\tau)}$, тогда:

$$\begin{aligned} \rho_z(\tau) = b_1 &= \sum_{i=1}^m \bar{z}(t_i + \tau) C_{iy} = \\ &= \sum_{i=1}^m \frac{C_{iy}}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} z(t_{ij} + \tau) \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (8)$$

Формула (8) определяет алгоритм вычисления оценки нормированной корреляционной функции (НКФ) в виде весового суммирования условных значений процесса $z(t + \tau)$, сдвинутого во времени на величину задержки τ относительно процесса $z(t)$.

Покажем несмещенность оценки НКФ и ее состоятельность. Для этого найдем математическое ожидание оценки при $n = 1$ и линейном виде условного математического ожидания. Для стационарных процессов условное математическое ожидание не зависит от t . Поэтому можно считать, что:

$$M[x(t_{ij} + \tau)] = m_x + \rho_x(\tau)(x_i - m_x). \quad (9)$$

При адаптивном анализе независимо от вида распределения процесса $x(t)$ эквивалентное среднее a_i является оценкой математического ожидания \bar{a}_i в данном интервале. Тогда математическое ожидание весовых коэффициентов равно:

$$M[C_i] = \bar{C}_i = \frac{\bar{a}_i - \bar{a}}{\sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a})^2}. \quad (10)$$

Учитывая это, получаем:

$$M[\hat{\rho}_x(\tau)] = \sum_{i=1}^m \bar{C}_i \cdot m_x(a_i) = \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a}) m_x + \rho_x(\tau) \sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a})(\bar{x}_i - m_x)}{\sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a})^2} \quad (11)$$

Первое слагаемое в числителе этого выражения будет равно нулю, так как $\sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a}) = 0$.

Прибавим и вычтем \bar{a} во вторых скобках второго слагаемого и учтем, что $\bar{x}_i = \bar{a}_i$, тогда:

$$M[\hat{\rho}_x(\tau)] = \hat{\rho}_x(\tau) \left[1 + \frac{(\bar{a} - m_x) \sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a})}{\sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a})^2} \right] = \rho_x(\tau) \quad (12)$$

Таким образом, оценка НКФ (8) при принятых допущениях является несмещенной.

Можно показать, что оценка (8) является асимптотически несмещенной при любом виде условного математического ожидания, так как при адаптации распределение эквивалентных уровней a_i стремится к распределению процесса $x(t)$.

Найдем верхнюю границу дисперсии оценки (8) и покажем, что она стремится к нулю при увеличении объема выборки n . Общую формулу дисперсии от (8) можно представить в соответствии с теорией оценок при условии стационарности процесса следующим образом:

$$D[\hat{\rho}_x(\tau)] = \frac{1}{n^2} \sum_{j,\gamma} \sigma_j \sigma_\gamma \cdot \rho_{j\gamma}, \quad (13)$$

где σ_j^2 – дисперсия оценки НКФ, соответствующая j или γ полным наборам интервалов;

$\rho_{j\gamma}$ – нормированный коэффициент корреляции между оценками, полученными в j -м и γ -м полном наборе интервалов.

Если процесс стационарен, то

$$\sigma_\gamma^2 = \sigma_j^2 = D[\hat{\rho}_x(\tau)] \quad (14)$$

и

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^m C_i C_k \sigma_{x_i} \sigma_{x_k} \rho_{ik} + \sum_{i,k} \bar{x}_i \bar{x}_k \sigma_{C_i} \sigma_{C_k} \rho_{ik} \quad (15)$$

Если процесс $x(t)$ – гомоскедастический, тогда:

$$\sigma_{x_i}^2 = \sigma_{x_k}^2 = \sigma_x^2 [1 - \rho_x^2(\tau)] = \sigma_1^2 \quad (16)$$

При условии $\Delta a_i = \Delta a_k$ находим:

$$\sigma_{C_i}^2 = \sigma_{C_k}^2 = \frac{\sigma_{C_i}^2}{\left[\sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a})^2 \right]} = \sigma_2^2 \quad (17)$$

Учитывая, что $|\rho_{ik}| \leq 1$, будем иметь:

$$D[\hat{\rho}_x(\tau)] \leq \frac{1}{n^2} \left\{ \left[\sum_{i,k} |C_i| \right]^2 \sigma_1^2 + \left[\sum_{i,k} |x_i| \right]^2 \sigma_2^2 \right\} \sum_{j,\gamma} \rho_{j\gamma} \quad (18)$$

Квадрат суммы абсолютных значений весовых коэффициентов в (18) при любом числе уровней k и способе определения C_i , соответствующем (4) и (6), всегда меньше бесконечности.

Поскольку корреляция между оценками НКФ, полученными в j -м и γ -м полных циклах, стремится к нулю при разности $(j - \gamma)$, стремящейся к бесконечности, то предел дисперсии оценки НКФ (18) при указанных условиях равен нулю, т.е. оценка (8) является состоятельной.

Дисперсия оценки (8) при анализе процессов по некоррелированным парам выборок с произвольными распределениями равна:

$$D[\hat{\rho}_x(\tau)] = \frac{12(m-1)\sigma_x^2}{A^2(m+1)n} [1 - \rho_x^2(\tau)], \quad (19)$$

где A – анализируемый диапазон процесса $x(t)$.

Экспериментальные исследования. Для предложенного алгоритма составлена программа на Си++ и были проведены расчеты НКФ для нормального и равномерно распределенного сигналов. Анализ формулы (19) показывает, что существует зона минимума дисперсии оценки НКФ при изменении числа m уровней x_i от 2 до 12. В результате расчетов можно сделать вывод, что при числе уровней $m = 2 \div 8$ дисперсия оценки уменьшается примерно на 20 %.

Заключение. Предложен алгоритм оценки НКФ с адаптацией к произвольному заранее неизвестному виду распределения сигналов по взвешенным условным средним. Дисперсия оценки НКФ (8) примерно в два раза меньше, чем по методу умножения, и в 4 раза меньше, чем по методу условного среднего при равной длительности анализа или равном объеме некоррелированных пар выборок. В предлагаемом способе число операций сложения примерно в два раза меньше числа операций умножения при анализе БЭС для практически используемых объемов выборок ($n > 100$). Поэтому по сравне-

нию с классическим методом умножения нахождение адаптивной оценки (8) требует значительно меньших вычислительных затрат.

Библиографический список

1. Баевский Р.М., Иванов Г.Г., Чирейкин Л.В. и др. Анализ variability сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем: методические рекомендации // Вестник аритмологии. 2001. №24. С. 65-87.
2. Дунаев А.А. Оперативный корреляционно-спектральный анализ измерительных сигналов по взвешенным условным средним. М.: Горизонт, 1998. 106 с.
3. Дунаев А.А., Езенкова Л.П. Комплексный статистический анализ биологических сигналов: межвуз. сб. науч. тр. «Информатика и прикладная математи-

ка». Рязань: РГУ, 2008. С. 46-49.

4. Беркутов А.М., Гуржин С.Г., Дунаев А.А., Прошин Е.М. Повышение эффективности регистрации формы электрокардиосигнала корреляционной обработкой в цифровой осциллографии // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2002. №7. С. 7-13.

5. Барсук Н.С., Гуржин С.Г., Дунаев А.А. Повышение точности регистрации формы биоэлектрических сигналов на фоне помех методами оперативного корреляционного анализа // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2003. №7. С. 47-56.

6. Гуржин С.Г., Дунаев А.А., Жалненкова Л.П. Комплексный статистический анализ variability сердечного ритма на основе модифицированного метода взвешенных условных средних // Биомедицинская радиоэлектроника. 2012. №7. С. 44-48.

УДК 009.932

С.С. Садыков, Е.А. Захарова, Ю.А. Буланова

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НОВООБРАЗОВАНИЙ МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКРЫТЫХ МАРКОВСКИХ ПОЛЕЙ

Описывается применение случайных марковских моделей (СММ) для описания маммограмм и поиска патологий, образовавшихся с течением времени. Предложены 3 вида моделей, характеризующих разные типы молочных желез. Проанализированы различные текстурные признаки второго порядка, вычисленные по матрице Харалика. Предложен алгоритм идентификации новообразований молочных желез с использованием СММ.

Ключевые слова: маммограмма, патология, случайная Марковская модель, матрица Харалика, текстурные признаки, идентификация новообразований.

Введение. Маммография – единственный скрининговый метод выявления доброкачественных и злокачественных патологий на ранней стадии [1].

Идентификация новообразований на маммограмме в настоящее время проводится врачом-рентгенологом вручную, основываясь на собственном опыте, так сказать, на глаз. Таким образом, врач может выделить 5 признаков новообразований: плотность ткани, тип ткани, связь с протоком, васкуляризация, полиферация. Однако некоторые новообразования внешне очень похожи друг на друга, что иногда не позволяет врачу правильно идентифицировать их формы и типы.

Использование информационных технологий увеличивает возможность правильного выявления области новообразований, их идентификации.

Как известно, важной задачей классификации объектов является выбор метода классификации. Одним из распространенных способов является алгоритм Байеса – метод максимизации апостериорной вероятности. На нем основаны такие алгоритмы, как К-средних, нечетких С-средних, некоторые нейронные сети и так далее [2].

Имея дело с реальными маммографическими снимками и различными патологическими новообразованиями, состоящими из сложной совокупности текстур, невозможно априорно подобрать структурные элементы и вычислить текстурные признаки, которые полностью описывали бы данную текстуру и классифицировали ее без применения дополнительных методов. Этот недостаток коснулся также и перечисленных выше методов. Методы, которые устранили данный недостаток, основаны на стохастических

моделях. В данной работе применяется модель случайного марковского поля как обобщенная модель, характеризующая молочную железу.

Целью работы является исследование случайных марковских моделей для описания маммограмм, поиска новообразований и последующей идентификации новообразований.

Описание алгоритма. Работу алгоритма идентификации можно описать следующей последовательностью действий.

Была выбрана тестовая маммограмма из базы данных MIAS [2] $F_{m \times n}$ - снимок молочной железы в форме жировой инволюции (медиолатеральная косая проекция), где $m \times n$ – размер изображения. Такое изображение содержит грудную мышцу, находящуюся в левом или правом верхнем углу, самый светлый участок на маммограмме; фон – самый темный участок и саму молочную железу – равномерно серый участок маммограммы. Следовательно, можно сказать, что маммограмма состоит из трех полей яркости, т.е. из трех областей, внутри которых яркость почти не меняется, и которые отделены друг от друга резкими границами-контурами [3, 4]. Такую маммограмму будем называть «идеальной» и соответствующей тестовой Марковской модели, параметры которой взяты из [5, 6]. Области фона и грудной мышцы в данной работе не анализируются.

Требуется элементы матрицы $F_{m \times n}$ разделить на 3 множества: M – множество, состоящее из векторов, соответствующих пикселям грудной мышцы; R – множество, состоящее из векторов, соответствующих пикселям фона и G – множество векторов, соответствующих пикселям области, на которой изображена молочная железа.

Пусть распределение яркостей на тестовой маммограмме происходит по нормальному закону распределения:

$$p(i) = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{2 \times \pi}} \times e^{-\frac{|x-x_{cp}|^2}{2 \times \sigma^2}}, \quad (1)$$

где σ — среднеквадратическое отклонение (СКО), x_{cp} – средняя яркость изображения.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \times \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (x(i, j) - x_{cp})^2}. \quad (2)$$

Построение одноуровневой марковской модели области молочной железы заключается в сканировании изображения $F_{m \times n}$ скользящим окном слева направо, сверху вниз и его разбиении на прямоугольные сектора d ($m \times n$ – размер изображения, d – высота и ширина окна) [7, 8]. Исследования показали, что для марковской модели молочной железы d равно 128. Таким обра-

зом, получаем контурную карту маммограммы.

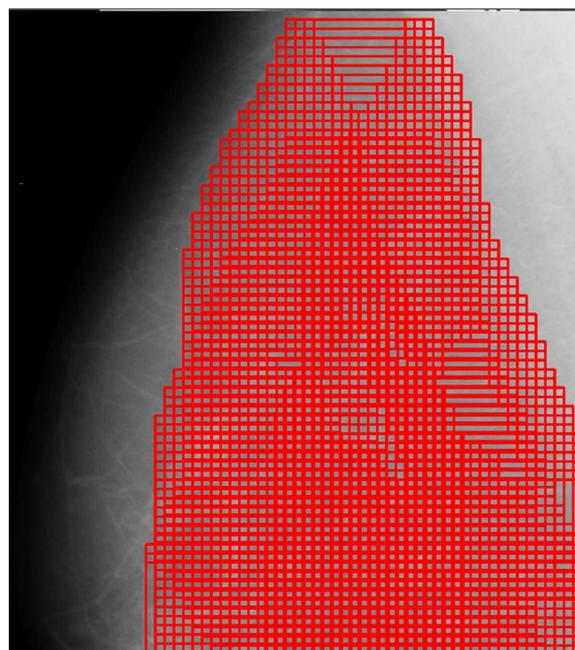


Рисунок 1 – Контурная карта модели маммограммы

Компоненты марковской модели для набора участков $S = \{1, \dots, m\}$, где S – множество секторов, m – количество секторов, на которое разбито изображение.

$$N_m = \{N_s | s \in S\}, \quad (3)$$

где N_m – окрестность сектора m , N_s – окрестность каждого пикселя s .

Для каждого сектора рассчитываем набор параметров $F_m \{a, \sigma\} = \{F_s | s \in S\}$ случайная величина принимает значение p из множества меток $L = \{l_1, \dots, l_k\}$.

Следовательно, каждый сектор представляет собой вектор признаков (таблица 1).

Таблица 1

Координаты центра прямоугольника	Средняя яркость (a)	СКО (σ)
(x_1, y_1)	42.39	2.55
...
(x_n, y_n)	90.97	34.5

Таким образом, описывается вектор суперсостояний, в которых пребывает система в начальный момент времени t_0 .

Полученная модель Ω маммограммы с помощью случайных марковских полей выглядит следующим образом:

$$\Omega^t = [a_1^1, \sigma_1^1, \dots, a_i^m, \sigma_i^m] i \in [0, L], m \in S, t = 0, \quad (4)$$

где t – начальный момент времени.

Для проверки работы модели искусственно вносим в нее изменения, далее получаем вектор

состояний модели в момент времени t_1 , сравниваем его с начальным вектором, на выходе получая вектора тех областей, которые изменились с течением времени, и маркируем эти участки.

$$Z_k - M[\Omega^{t_0} - \Omega^{t_1}], \quad (5)$$

где Z_k – множество маркеров, k – количество измененных состояний, M – оператор сравнения состояний.

Учитывая вышесказанное, авторами было смоделировано 3 типа «нормальных» молочных желез: жировая инволюция (характерная для пожилых женщин), железисто-жировая (относится к типу женщин от 45-55 лет), молочная железа с преобладанием плотной железистой ткани (является признаком молодых женщин). Для каждой модели был сформирован вектор-признаков, каждый элемент которого имеет доверительные пределы, отличающиеся от других типов молочных желез.

Для изменившихся участков изображения рассчитываем матрицу смежности (Харалика) [9, 10, 11]. Пусть выделенный сектор имеет N_x значений по оси OX и M_y — по оси OY, при этом $N, M \in [0, 255]$ – квантованные значения яркости. Эта матрица содержит относительные частоты p_{ij} наличия на изображении соседних элементов, расположенных на расстоянии d друг от друга, с яркостями $i, j \in G, G \in [0, 255]$, где G – множество значений яркостей полутонового изображения. Таким образом, для одного сектора изображения рассчитывается 4 матрицы смежности в направлениях $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$, затем по ним рассчитывается 16 признаков второго порядка:

$$b1 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (P(i, j)^2), \quad (6)$$

где $b1$ – второй угловой момент, характеризующий степень однородности, $i, j \in [0..N]$, $P(i, j)$ – вероятность совместного появления яркостей i и j .

$$b2 = \sum_{n=1}^{N-1} n^2 \times \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P(i, j), \quad (7)$$

где $b2$ – контраст, $i, j \in [0..N], n \in [1..N-1]$.

$$b3 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (i - j)^2 \times P(i, j), \quad (8)$$

где $b3$ – разностный момент.

$$b4 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (1 + (i - j)^2)^{-1} \times P(i, j), \quad (9)$$

где $b4$ – обратный разностный момент.

$$b5 = \sum_{i=2}^{2 \times N} i \times P_{|x+y|}(i), \quad (10)$$

где $b5$ – суммарное среднее, характеризующее среднее значение яркости соседних точек.

$$b6 = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P(i, j) \times \log(P(i, j)), \quad (11)$$

где $b6$ – энтропия – мера «беспорядочности» изображения, характеризующая сложность и зернистость изображения.

$$b7 = - \sum_{i=2}^{2 \times N} P_{|x+y|}(i) \times \log(P_{|x+y|}(i)), \quad (12)$$

где $b7$ – суммарная энтропия характеризует меру «беспорядочности» соседних точек.

$$b8 = - \sum_{i=0}^{N-1} P_{|x-y|}(i) \times \log(P_{|x-y|}(i)), \quad (13)$$

где $b8$ – разностная энтропия.

$$b9 = - \sum_{i=0}^{N-1} P_{|x-y|}(i) * (i - b8)^2, \quad (14)$$

где $b9$ – разностная вариация.

Обработка	GLCM-0	GLCM-45	GLCM-90	GLCM-135	Текстурные признаки	Результаты																
	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163
144	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
145	0	3584	0	8412	0	2846	254	20	1	0	3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
146	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
147	0	226	0	2846	0	5330	2139	310	19	4	0	2	1	0	1	2	0	1	0	2	1	1
148	0	13	0	254	0	2139	4038	2118	292	21	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
149	0	1	0	20	0	310	2118	4322	2048	278	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
150	0	3	0	1	0	19	292	2048	3758	1807	304	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
151	0	0	0	0	0	4	21	278	1807	3486	2002	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
152	0	2	0	3	0	0	0	23	304	2002	8868	1851	370	37	0	0	0	0	0	0	0	0
153	0	1	0	0	0	2	0	0	0	30	1851	2574	1564	388	10	1	0	0	0	1	0	0
154	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	370	1564	2292	1685	71	19	0	0	0	0	0	0
155	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	37	388	1685	5920	1616	586	20	3	0	0	0	0
156	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	10	71	1616	1888	1717	114	5	0	0	0	0	0
157	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	1	19	586	1717	5946	2084	149	2	0	0	0	0
158	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	114	2084	4860	1844	189	10	0	0
159	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	5	149	1844	3928	1762	185	9	0
160	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	189	1762	3680	1781	226	3	0
161	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	10	185	1781	3724	1958	59	0
162	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	226	1958	6298	1783	0	0

Рисунок 2 – Пример формирования матрицы GLCM в направлении 135

Таким образом, формируется вектор признаков выделенной области $I[v_1, v_2, \dots, v_{16}]$, а на следующем этапе полученные векторы-признаки сравниваются с эталонными векторами $V_3[v_{3,1}, v_{3,2}, \dots, v_{3,16}]$ – признаками из базы знаний, при этом вычисляются минимумы средних сумм квадратов отклонений [12]

$$\sigma_k = \min \sum_i^M \sum_j^N (v_i - v_{3,j})^2, \quad (15)$$

Вычисляя признаки для различных расстояний и углов, можно получить многомерный вектор признаков текстур различных новообразований.

Заключительным этапом является вывод типа найденного новообразования.

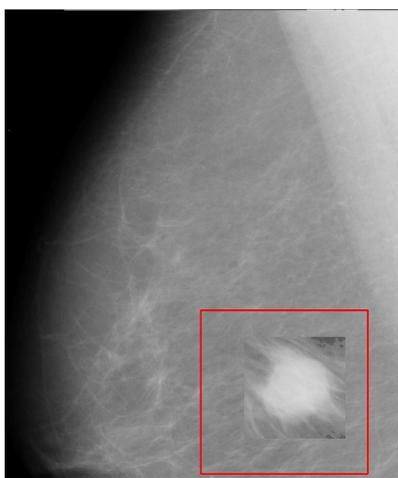


Рисунок 3 – Результат выделения новообразования

Заключение. Результаты исследований показали, что применение случайных марковских моделей наилучшим образом подходит для описания малоконтрастных маммографических снимков. Для работы было смоделировано 3 вида молочных желез, которые характеризуются «нормой»: жировая инволюция, фиброзно-жировая, и молочная железа с преобладанием плотной железистой ткани. Каждая модель характеризовалась 3 областями (грудная мышца, фон, область молочной железы), которые для разного вида имели отличные друг от друга характеристики вектора-признаков. Проведены опыты выделения патологических областей с течением времени, по которым можно сделать вывод – моделирование маммограмм с использованием СММ необходимо для контроля динамики развития новообразований, особенно это касается рака молочной железы на ранней стадии.

Использование большого числа текстурных характеристик показывает четкую связь между числовыми значениями этих признаков и визуальными особенностями текстуры. В экспериментах по классификации восьми разных типов текстур получена точность классификации, превышающая 95 %.

Библиографический список

1. Садыков С.С., Захарова Е.А., Буланова Ю.А. Технология выделения кисты на маммограмме // Вестник РГРТУ. – 2013. – № 1 (выпуск 43). – С.7-11.
2. Ахметшин А.М., Федоренко А.Е. Сегментация низкоконтрастных изображений с применением иерархической модели Марковского случайного поля // Искусственный интеллект. – 2002. – № 4. – С. 414-421
3. Деньшиков К.К. Имитатор инфракрасных фонов облачного неба для исследования помехозащищенности оптико-электронных САР // Известия вузов. Приборостроение. – 1969. – № 10. – С. 38–42.
4. Лаевский В.Е. Алгоритм построения одноуровневых марковских полей // Известия Томского политехнического университета. 2006. Т. 309, № 8. С. 293.
5. Ara V. Nefian, A. Hidden Markov Model-Based Approach for Face Detection and Recognition // PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 1999.
6. Джосан О.В. Использование скрытых марковских моделей для детектирования радужки на изображении лица // International Conference Graphicon 2006, Novosibirsk Akademgorodok. 2006. С.
7. Panjwani D., Healey G. Markov random field models for unsupervised segmentation of textured color images // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 17(10):939–954, 1995.
8. Cross G. R. and Jain A. K. Markov Random Field Texture Models // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1983.
9. Haralick R. M., Shanmugan K., Dinstein I. Textural Features for Image Classification // IEEE Transactions on systems, man and cybernetics, vol. SMC-3, No. 6, November 1973, pp. 610-621.
10. Dhanashree Gadkari Image Quality Analysis Using GLCM // Master of Science in Modeling and Simulation in the College of Arts and Sciences at the University of Central Florida. Florida. 2004. p. 113.
11. Tweed T., Miguet S. Automatic detection of regions of interest in mammographies based on a combined analysis of texture and histogram // In ICPR, volume 02, pages 448–452, Los Alamitos, CA, USA, 2002. IEEE Computer Society.
12. Садыков С.С., Буланова Ю.А., Захарова Е.А., Каряев В.В. Автоматизация обнаружения новообразований на маммографических снимках // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". 2012. Т. 2. С. 376-379.

УДК 621.396.626

*Е.С. Штрунова***ПРОЦЕДУРА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЗИЦИЙ НАСТРАИВАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЧАСТИЧНО АДАПТИВНОЙ ФАР**

Проведен анализ влияния пространственных параметров активных шумовых помех на расположение настраиваемых элементов весового вектора фазированной антенной решетки. Предложена процедура определения расположения настраиваемых элементов в частично адаптивной ФАР. Отмечено, что применение алгоритма защиты радиолокационной системы на основе данной процедуры позволит уменьшить количество вычислительных операций в 1,5 – 1,7 раза по сравнению с полной адаптацией.

Ключевые слова: активные шумовые помехи, фазированная антенная решетка, частичная адаптация.

Введение. Необходимость разработки и совершенствования методов и алгоритмов защиты радиолокационных систем (РЛС) от активных помех связана с постоянным развитием средств радиоэлектронного подавления (РЭП). Активные шумовые помехи (АШП) являются наиболее универсальными маскирующими помехами для задач РЭП [1]. Увеличение энергетического потенциала станций помех за счет применения фазированных антенных решеток (ФАР) привело к успешному применению многоточечных по пространству АШП, действующих по боковым лепесткам диаграммы направленности (ДН) антенны РЛС. В РЛС одним из подходов для подавления такого вида помех является адаптивное формирование нулей ДН ФАР в направлении источников помех.

Изменение числа, вида и параметров АШП, движение постановщиков помех с большими скоростями приводит на практике к пространственной нестационарности помеховой обстановки.

Необходимость частичной адаптации обусловлена использованием в РЛС крупноапертурных ФАР. Применение адаптации с предварительным формированием лучей связано с диаграммообразующим преобразованием, что удорожает конструкцию ФАР, поэтому предпочтительным является адаптация с управлением лишь частью элементов. При таком способе адаптации важно определить расположение элементов ФАР, которыми следует управлять, чтобы получить наилучшую эффективность при принятых ограничениях на количество управляемых элементов, а оно, в свою очередь, зависит от числа источников АШП. В многоэлементных ФАР при применении частичной адаптации

отношение общего количества степеней свободы к адаптивным составляет от 10:1 до 50:1 [2].

Цель работы – разработка процедуры выбора позиций настраиваемых элементов в ФАР с адаптацией части антенных элементов, позволяющая синтезировать алгоритм формирования ДН ФАР с оперативным выбором номеров элементов при изменении параметров помеховой обстановки.

Предлагаемый принцип адаптации ФАР. Форма и параметры ДН ФАР зависят от вида амплитудно-фазового распределения (АФР) электромагнитного поля в раскрыве приемной антенны, формирование которого осуществляется с помощью адаптивного подбора комплексного вектора весовых коэффициентов (ВВК) передачи элементарных излучателей.

Для поиска ВВК используют такие критерии эффективности, как минимум среднеквадратической ошибки, максимум отношения средней мощности сигнала к средней мощности помехи, максимум отношения правдоподобия, минимум дисперсии помехи.

В радиолокационной задаче обнаружения в качестве критерия эффективности алгоритмов защиты РЛС целесообразно использовать максимум коэффициента улучшения отношения сигнал-(АШП+шум) (ОСПШ). Для случая применения N -элементной ФАР он представляется в виде отношения квадратичных форм [3]:

$$\mu_{\text{опт}}(\mathbf{W}) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} w_i w_k \rho_{ci,k}}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} w_i w_k \rho_{mii,k}} = \frac{\mathbf{W}^H \mathbf{R}_c \mathbf{W}}{\mathbf{W}^H \mathbf{R}_{\text{шш}} \mathbf{W}},$$

где \mathbf{W} – комплексный N -мерный ВВК $\mathbf{W} = (w_0, w_1, \dots, w_{N-1})^T$; $\mathbf{R}_c, \mathbf{R}_{\text{шш}}$ – N -мерная межканальная корреляционная матрица (КМ) сигнала и аддитивной смеси АШП и шума соответственно, $\mathbf{R}_{\text{шш}} = (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) / (1 + \lambda_{\text{ш/п}})$; \mathbf{R}_n – межканальная КМ АШП; \mathbf{I} – КМ шума (единичная); N – знак эрмитова сопряжения (транспонирование и комплексное сопряжение), $\lambda_{\text{ш/п}}$ – отношение шум-АШП на входе системы обработки.

Элементы межканальной КМ отраженного от цели сигнала и АШП с аппроксимацией углового спектра резонансной и гауссовской кривой для линейной эквидистантной ФАР можно представить следующими выражениями:

$$\rho(i, k)_c = \exp\{-\pi \Delta q_{cx} d_x |i - k|\} \exp\{-i \varphi_c\},$$

$$\rho(i, k)_n = \exp\{-\pi^2 [\Delta q_{nx} d_x (i - k)]^2 / 2,8\} \exp\{-i \varphi_n\},$$

где $\Delta q_{cx} d_x, \Delta q_{nx} d_x$ – относительная ширина углового спектра вдоль координаты x сигнала и АШП соответственно, d_x – межэлементное расстояние по координате x , $\Delta q_{c, nx} = L / \lambda_{c, n}$, L – линейный размер ФАР по координате x , $\lambda_{c, n}$ – длина волны сигнала и АШП соответственно, φ_c, φ_n – фаза КМ сигнала и помехи соответственно.

Для плоской ФАР с прямоугольным раскрытием при действии одного источника АШП межканальные коэффициенты корреляции ρ_c, ρ_n , образующие КМ сигнала и АШП, имеют вид:

$$\rho_c(i, m, j, k) = \exp[-\pi (|i - m| d_x \Delta q_{cx} + |j - k| d_y \Delta q_{cy})] \times \exp\{-i \varphi_c\},$$

$$\rho_n(i, m, j, k) = \exp[-\pi^2 / 2,8 [(i - m) d_x \Delta q_{nx} + (j - k) d_y \times \Delta q_{ny}]^2] \exp\{-i \varphi_n\},$$

где $\varphi_c = 2\pi [\sin \theta_c ((i - m) d_x \cos \alpha_c + (j - k) d_y \sin \alpha_c)] / \lambda_c$, $\varphi_n = 2\pi [\sin \theta_n ((i - m) d_x \cos \alpha_n + (j - k) d_y \sin \alpha_n)] / \lambda_n$.

На рисунке 1, а, б представлены амплитудное и фазовое распределения на раскрытии линейной эквидистантной ФАР при адаптивной настройке ДН соответственно, характерные для исходной диаграммы покая – 1, при действии источника АШП с $\Delta q_{nx} d_x = 0,001 - 2$, при действии 2-х АШП с одинаковой шириной углового спектра $\Delta q_{nx} d_x = 0,001$ и угловым расстоянием между 1-й и 2-й АШП $\Delta \varphi_{1,2} = 0,1 - 3$.

Выбор расположения настраиваемых элементов основывался на определении наиболее влияющих элементов ФАР на формирование требуемой ДН.

Изменение мощности помехи и сигнала на выходе устройства обработки в результате изменения значения l -го элемента ВВК ФАР показывает частная производная коэффициента улучшения ОСПШ по весовому коэффициенту w_l . Поэтому в качестве настраиваемых элементов

применяются элементы, соответствующие максимальной частной производной коэффициента улучшения ОСПШ $\max \left\{ \frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_i} \right\}, i=0..N-1$. Сле-

довательно, если $\left| \frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_j} \right| > \left| \frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_k} \right|$, то для адаптации применяется j -й элемент, k -й остается неизменным.

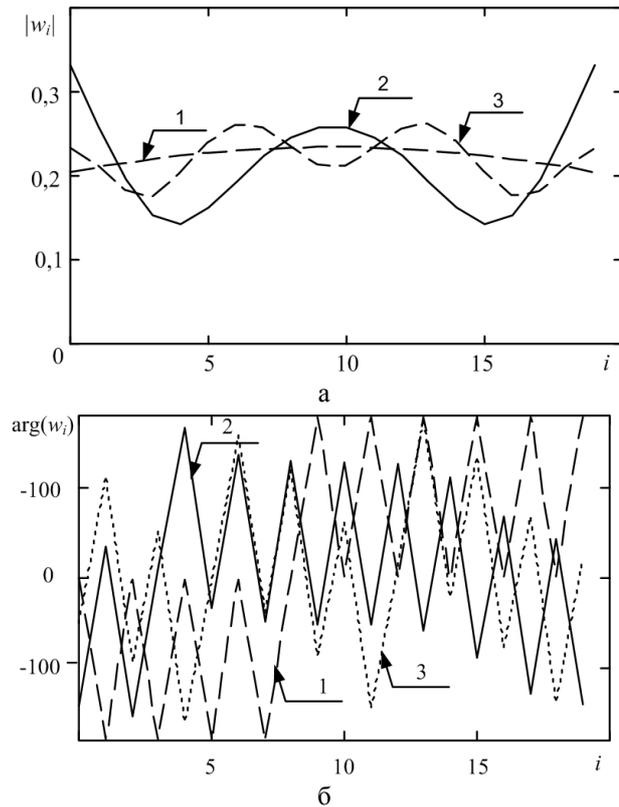


Рисунок 1

Процедура выбора расположения настраиваемых элементов ФАР выполняет оценку частных производных целевой функции по элементам ВВК. Возмущающие сигналы воздействуют одновременно на все весовые коэффициенты. Сигналы с выходов элементов ФАР проходят весовую обработку с измененными весовыми коэффициентами, суммируются, образуя выходной сигнал ФАР. Этот сигнал поступает на блок формирования целевой функции. Одновременно на этот же блок поступает априорная информация о помеховой обстановке, которую целесообразно оценивать в пассивном режиме работы РЛС. Сформированная целевая функция умножается на каждое из возмущений $\Delta |w_i| e^{i \arg(\Delta w_i)}$. Сигнал с выхода умножителя поступает в накопитель, а далее в схему выбора максимума частной производной, где и определяются номера настраиваемых элементов.

Для линейной N -й ФАР с учетом свойства

эрмитовости КМ АШП и сигнала, отраженного от цели, частная производная коэффициентов прохождения сигнала и аддитивной смеси АШП и шума по w_l соответственно:

$$\frac{\delta K_c}{\delta w_l} = 2(w_l \rho_{c,l,l} + w_0 |\rho_{c,0,l}| \cos \phi_{c,0,l} + \dots + w_{N-1} |\rho_{c,N-1,l}| \times \cos \phi_{c,N-1,l}),$$

$$\frac{\delta K_{\text{шм}}}{\delta w_l} = 2(w_l \rho_{\text{шм},l,l} + w_0 |\rho_{\text{шм},0,l}| \cos \phi_{\text{шм},0,l} + \dots + w_{N-1} \times |\rho_{\text{шм},N-1,l}| \times \cos \phi_{\text{шм},N-1,l}),$$

где $\rho_{i,l}$ – элемент i -й строки l -го столбца КМ,

$$\rho_{i,l} = |\rho_{i,l}| e^{-j\phi_i} = |\rho_{i,l}| (\cos \phi_{i,l} + i \sin \phi_{i,l}).$$

Частная производная коэффициента улучшения ОСПШ по l -му весовому коэффициенту примет вид:

$$\frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_l} = \frac{\frac{\delta K_c}{\delta w_l} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} w_i w_k \rho_{\text{шм},i,k} - \frac{\delta K_{\text{шм}}}{\delta w_l} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} w_i w_k \rho_{c,i,k}}{\left(\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} w_i w_k \rho_{\text{шм},i,k} \right)^2}.$$

Учитывая, что градиент функционала состоит из частных производных по каждой из составляющей ВВК [4]

$$\nabla_{\mathbf{w}}(\mu) = \left(\frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_0}, \frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_2}, \dots, \frac{\delta \mu(\mathbf{W})}{\delta w_{N-1}} \right)^T,$$

воспользуемся им для определения степени влияния изменения расположения управляющих элементов при адаптации ФАР

Градиенты коэффициента улучшения ОСПШ по номеру настраиваемого элемента ФАР с нечетным ($N = 11$) количеством элементов представлены при действии АШП из совмещенной (рисунок 2,а) и вынесенной (рисунок 2,б) точек пространства для $\Delta q_{\text{пх}} d_x = 0,01..0,25$. В [5] отмечено влияние четности числа элементов ФАР на определение положения настраиваемых элементов.

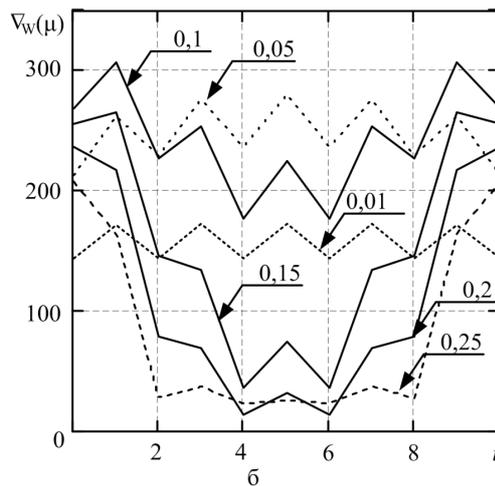
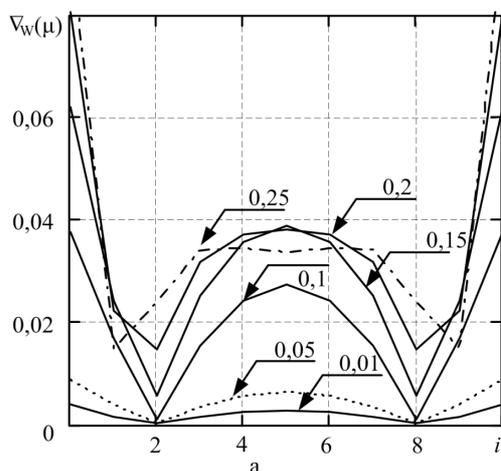


Рисунок 2

Из рисунка 2,а видно, что при действии АШП по основному лепестку ДН большее влияние на коэффициент улучшения ОСПШ оказывает изменение крайних и центральных элементов ФАР. В отличие от случая, когда относительная ширина углового спектра АШП $\Delta q_{\text{пх}} d_x$ практически не влияет на выбор адаптивных номеров элементов, при действии АШП из вынесенной точки пространства (рисунок 2,б) увеличение $\Delta q_{\text{пх}} d_x$ приводит к возрастанию степени влияния крайних элементов.

В рассматриваемом случае при действии одной АШП по основному лепестку ДН число настраиваемых элементов можно уменьшить до 6, а при действии АШП по боковым лепесткам – до 4–6 в зависимости от относительной ширины углового спектра АШП.

С учетом зависимости расположения настраиваемых элементов от параметров АШП, взаимного направления прихода отраженного от цели сигнала и помехи обоснованно применение блока анализа сигнально-помеховой обстановки (СПО). На рисунке 3 представлена структурная схема системы подавления помех на базе частично адаптивной антенной решетки.

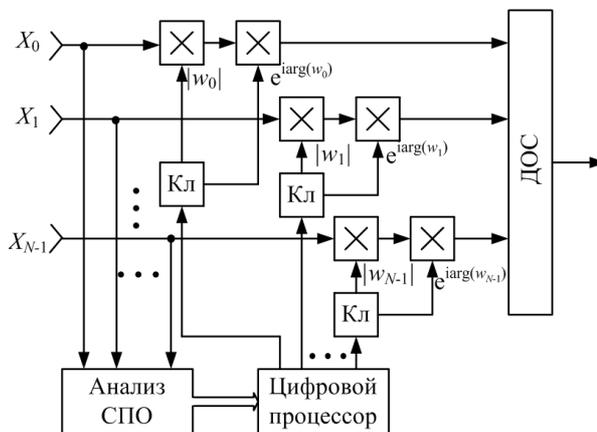


Рисунок 3

Цифровой процессор в системе подавления помех выбирает номера настраиваемых весовых коэффициентов управлением ключа (Кл), в зависимости от оцененных параметров АШП и производит их расчет.

Пространственная избирательность с помощью адаптивного формирования ДН определяется множителем решетки [6]. Для плоской ФАР факторизация множителя решетки позволяет упростить задачу формирования требуемого ВВК. При этом весовой коэффициент для плоской ФАР определяется:

$$w_{nm} = w_{xn} w_{ym},$$

где w_{xn} , w_{ym} – весовые коэффициенты векторов \mathbf{W}_x , \mathbf{W}_y , задающих АФР по осям x и y соответственно.

В связи с этим обобщим результаты, полученные для линейной ФАР, применительно к плоской ФАР с прямоугольным раскрытием. Таким образом, наибольшее влияние на формирование ДН плоской ФАР, максимизирующей коэффициент улучшения ОСПШ, при действии АШП по основному лепестку ДН будут иметь угловые и центральные элементы. На фоне АШП из вынесенной точки пространства степень влияния угловых элементов возрастает при расширении углового спектра АШП. При $\Delta q_{\text{пх}} d_x = 0,01 \dots 0,05$ частные производные КУ ОСПШ по нечетным элементам превышают частные производные по остальным элементам, а при $\Delta q_{\text{пх}} d_x$ больше 0,05 степень влияния угловых элементов возрастает.

Полученные результаты позволяют синтезировать алгоритм частичной адаптации, используя меньшее количество настраиваемых элементов по сравнению с алгоритмом полной адаптации.

Синтез алгоритма формирования ДН. Задача частичной адаптации с регулированием части элементов сводится к условной оптимизации функционала [4]. Функция Лагранжа для линейной ФАР с количеством элементов N при условии постоянства весовых коэффициентов $w_{1\text{const}}, \dots, w_{N-2\text{const}}$ примет вид:

$$\mu_{\text{част}} = \mathbf{W}^H \mathbf{R}_{\text{вх}} \mathbf{W} - \mathbf{M}^T (\mathbf{W} - \mathbf{W}_{\text{const}}),$$

где \mathbf{M} – вектор-столбец, состоящий из множителей Лагранжа $\mathbf{M} = (0, \mu, \dots, \mu, 0)^T$; $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{const}}$ – условие ограничения,

$$\mathbf{W}_{\text{const}} = (0, w_{1c}, \dots, w_{N-2c}, 0)^T.$$

ВВК определяется из системы через неизменные коэффициенты w_{1c}, \dots, w_{N-2c} : $2\mathbf{R}_{\text{вх}} \mathbf{W} - \mathbf{M} = 0$.

В зависимости от применяемых настраиваемых элементов ДН частично адаптивной линейной ФАР система примет вид:

$$\begin{cases} \hat{\rho}_{0,0} w_0 + \hat{\rho}_{0,N-1} w_{N-1} = \frac{-\mu (\hat{\rho}_{0,1} w_{1c} + \dots + \hat{\rho}_{0,N-2} w_{N-2c})}{2} \\ \hat{\rho}_{1,0} w_0 + \hat{\rho}_{1,N-1} w_{N-1} = \frac{-\mu (\hat{\rho}_{1,1} w_{1c} + \dots + \hat{\rho}_{1,N-2} w_{N-2c})}{2} \\ \dots \\ \hat{\rho}_{N-1,0} w_0 + \hat{\rho}_{N-1,N-1} w_{N-1} = \frac{-\mu (\hat{\rho}_{N-1,1} w_{1c} + \dots + \hat{\rho}_{N-1,N-2} w_{N-2c})}{2} \end{cases}$$

Для адаптации крайних элементов линейной N -элементной ФАР множитель решетки имеет вид:

$$h(u) = w_0 + w_{1c} e^{iu} + w_{2c} e^{i2u} + \dots + w_{N-2c} e^{i(N-2)u} + w_{N-1} e^{i(N-1)u}.$$

Ввиду симметрии амплитудного распределения относительно центра ФАР (рисунок 1) возможно адаптировать только половину весовых коэффициентов. Тогда множитель решетки по направляющим косинусам u примет вид:

$$h(u) = w_0 (1 + e^{i(N-1)u}) + w_{1c} (e^{iu} + e^{i(N-2)u}) + \dots + w_{N/2-1} \times (e^{i(N/2-1)u} + e^{iN/2u}).$$

Если центральные из них оставить постоянными, а крайние подстраивать, то множитель решетки будет определяться:

$$h(u) = w_0 (1 + e^{i(N-1)u}) + w_{1c} (e^{iu} + e^{i(N-2)u}) + w_{2c} (e^{i2u} + e^{i(N-3)u}) + w_{3c} (e^{i3u} + e^{i(N-4)u}) + w_{N/2-1c} \times (e^{i(N/2-1)u} + e^{iN/2u}). \quad (1)$$

Таким образом, для случая, характерного для выражения (1), необходимо определить только 2 весовых коэффициента. При адаптивном формировании найденные значения этих коэффициентов равны симметричным им относительно центра ФАР элементам.

На рисунке 4 представлен множитель решетки $N = 10$ при действии АШП с направления $\alpha_{\text{п}} = 40$ $\alpha_{\text{п}} = 30$ соответственно: 1 – неадаптивный, 2 – при адаптации 2-х первых элементов.

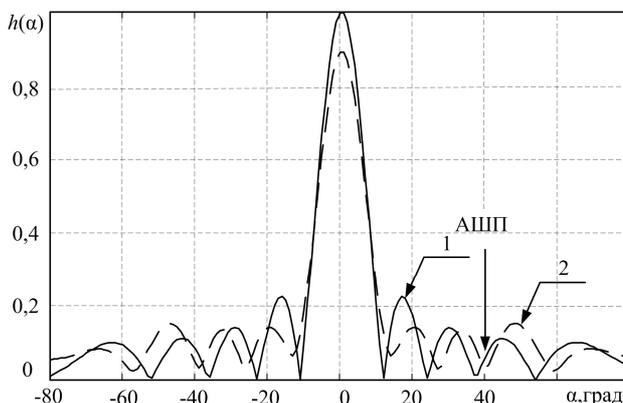


Рисунок 4

Учитывая свойство эрмитовости оценочной КМ помехи, объем вычислительных операций при реализации алгоритмов защиты в условиях априорной неопределенности параметров помех составляет:

1) $V = 0,5MN(N+1) + N^2(1,5N+2)$ комплексных умножений (КУ) – для оптимального алгоритма при непосредственном обращении КМ помехи, где M – количество выборок, $M \approx 2N$;

2) $Nk(1,75N+2,25) + N^2(N+1)$ КУ – для оптимального при рекуррентном обращении КМ, $k \approx 2J$, k – количество выборок;

3) $V = 0,5MN(N+1) + (N-m)^2(1,5(N-m)+2)$ КУ – для алгоритма с управлением $(N-m)$ элементами, где m – количество постоянных весовых коэффициентов.

Для линейной ФАР с $N = 10$ при действии одного источника АШП на РЛС применение частичной адаптации с регулированием части элементов позволяет сократить количество вычислительных операций в 1,5–1,7 раза по сравнению с полной адаптацией ФАР по оптимальному алгоритму [7].

Заключение. Применение процедуры определения расположения настраиваемых элементов позволяет адаптивно подстраивать номера настраиваемых элементов в зависимости от сложившейся помеховой обстановки. Применение алгоритма защиты радиолокационной системы на основе предложенной процедуры позволит уменьшить количество вычислительных опера-

ций в 1,5 – 1,7 раза по сравнению с полной адаптацией.

Библиографический список

1. Перунов Ю.М., Фомичев К.И., Юдин Л.М. Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием / под ред. Ю.М. Перунова. – М.: Радиотехника, 2008. – 416 с.

2. Зароцинский О.И., Кулешов И.Н. Адаптация в больших антенных решетках // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1979. – Т. 22, № 2. – С. 47-53.

3. Murakami T., Jonson R.S. Clutter suppression by use of weighted pulse trains // RCA Review. – 1971. – V. 32. – №3. – P. 402 – 428.

4. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М.: Наука, 1991. – 200 с.

5. Штрунова Е.С. Влияние расположения управляющих элементов частично адаптивной ФАР на эффективность алгоритмов защиты РЛС от активных шумовых помех // Методы и устройства обработки сигналов в радиотехнических системах: межвуз. сб. научн. тр. – Вып. 6. – Рязань: РГРТУ, 2012. – С. 110-114.

6. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. – 240 с.

7. Штрунова Е.С. Повышение скорости адаптации ФАР РЛС в условиях радиоэлектронного подавления // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ-2013»: материалы 9-й межнар. молодежной научно-техн. конф. – Севастополь: СевНТУ, 2013. – С. 87.

УДК 621.396.969

А.В. Степашкин

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ БОРТОВЫХ СИСТЕМАХ ВТОРИЧНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ С ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ

Рассматривается метод многопозиционной обработки ответных сигналов цели в бортовых системах вторичной радиолокации при различных условиях обеспечения фазовой и временной синхронизации позиций. Оцениваются преимущества данных систем над однопозиционными системами вторичной радиолокации. Предлагается вариант построения многопозиционной системы на базе бортовой системы вторичной радиолокации для перспективных летательных аппаратов.

Ключевые слова: вторичная радиолокация, многопозиционная бортовая система, распределение Мизеса.

Введение. В настоящее время накоплен огромный опыт построения бортовых средств обнаружения целей как для военного, так и гражд-

данского применения, для которых требуется значительное увеличение точностных характеристик. При выполнении совместных тактиче-

ских групповых действий современных летательных аппаратов перспективным направлением развития становится применение принципов многопозиционной радиолокации [1].

В системах вторичной обработки сигналов для определения местоположения летательного аппарата по наземным маякам также широко применяется многопозиционная обработка принимаемых сигналов [2]. Вместе с тем в области применения средств вторичной радиолокации для идентификации обнаруженных целей многопозиционная обработка в настоящее время не используется, хотя потребность наращивания потенциала данных систем имеется.

Целью работы является исследование возможностей многопозиционной обработки сигналов в бортовых системах вторичной радиолокации.

Постановка задачи. Рассмотрим многопозиционную бортовую систему вторичной радиолокации (МП БСВРЛ) для решения задач идентификации целей (Ц), обнаруженных первичными бортовыми или наземными средствами. Структурная схема МП БСВРЛ приведена на рисунке 1.

Данная система состоит из M позиций, среди которых имеются одна или несколько передаточных позиций, остальные – приемные. С целью повышения скрытности и помехозащитности МП БСВРЛ будем рассматривать систему с одной передающей позицией, излучающей соответствующие запросные сигналы.

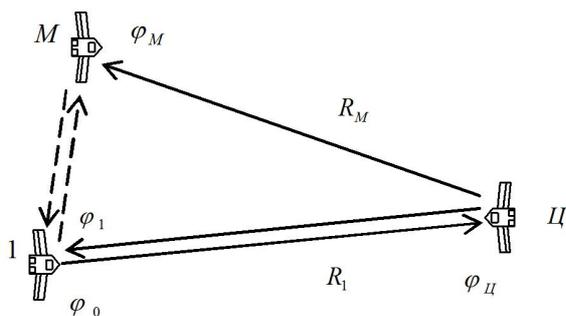


Рисунок 1 – Структурная схема МП БСВРЛ

Для работы МП БСВРЛ необходима временная синхронизация позиций, а для когерентной обработки ответных сигналов – фазовая синхронизация, которые реализуются:

– средствами спутниковой навигации по местоположению позиций и времени излучения запросного сигнала с использованием бортовой аппаратуры передачи данных (терминалов) [1,2,3];

– за счет измерения каждой позицией параметров синхросигнала, передаваемого аппаратурой передачи специальных синхросигналов од-

новременно с излучением запросного сигнала [5,6].

Очевидно, чем выше точность синхронизации, тем шире возможности МП БСВРЛ, но тем сложнее и дороже соответствующая бортовая аппаратура.

Для исследования возможностей МП БСВРЛ в зависимости от обеспечиваемого качества системы фазовой синхронизации ставится задача определения зависимости характеристик обнаружения МП БСВРЛ от параметра, характеризующего точность фазовой синхронизации позиций.

Для решения указанной задачи запишем аналитические выражения обрабатываемых сигналов каждой позицией МП БСВРЛ с учетом имеющихся фазовых ошибок системы синхронизации, затем проведем синтез алгоритма обнаружения ответных сигналов цели, используя метод оценки максимального правдоподобия [4]. Для полученного алгоритма проведем анализ характеристик обнаружения в зависимости от качества системы фазовой синхронизации.

Синтез алгоритма обнаружения МП БСВРЛ. Обрабатываемые ответные сигналы цели представляют собой импульсные последовательности, спектральные отсчеты которых можно записать в виде [7]:

$$\underline{S}_m(j\omega, R_m) = \underline{S}_{0m}(j\omega, R_m) e^{-j\varphi_m} \sum_{i=1}^K C_i e^{-j\omega\tau_{\text{код}i}}, \quad (1)$$

где $\underline{S}_{0m}(j\omega, R_m)$ – спектр одиночного радиоимпульса, принимаемого m -й позицией на дальности R_m , K – число импульсов в соответствии с заданной структурой ответного сигнала, C_i – весовые коэффициенты, характеризующие кодовую импульсную последовательность, $\tau_{\text{код}i}$ – временная задержка, характеризующая положение импульсов кода, φ_m – начальная фаза принимаемого сигнала m -й позицией.

Для совместной многопозиционной обработки сигналов всех приемных позиций необходима организация соответствующего информационного или сигнального обмена между ними с учетом первичной обработки сигналов. При данной обработке можно учитывать или не учитывать фазы принятых сигналов φ_m . В случае полностью известных фаз принимаемых сигналов каждой позицией возможна когерентная обработка сигналов, в то время как при отсутствии информации о начальных фазах возможна только обработка информации.

Учитывая, что ответчик цели не обрабатывает фазу запросного сигнала и автоматически формирует ответный сигнал, излучаемый с оди-

наковой начальной фазой, то возможность построения системы фазовой синхронизации между позициями позволяет обеспечить когерентный прием, для которого характерно:

$$\varphi_m = \frac{2\pi c}{\lambda} t_{\text{зад}}(R_m) + \delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (2)$$

где $t_{\text{зад}}(R_m)$ – время задержки сигналов, зависящее от дальности до цели R_m , $\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}$ – ошибка фазовой синхронизации для m -й позиции, которая определяется характеристиками используемых бортовых систем для синхронизации.

Таким образом, значение фазы сигнала, принимаемого в каждой позиции, можно представить в виде суммы постоянной величины, зависящей от пространственных параметров многопозиционной системы, а также случайной фазовой ошибки, определяемой параметрами системы синхронизации. При анализе воспользуемся аппроксимацией функции плотности распределения фазовых ошибок распределением Мизеса с параметром распределения Δ и нулевым математическим ожиданием, описываемым следующим выражением [6]:

$$W(\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}, \Delta) = \frac{\exp(\Delta \cos \delta\varphi_{m \text{ СИНХ}})}{2\pi I_0(\Delta)}, \quad (3)$$

$$\Delta \geq 0, \quad -\pi \leq \delta\varphi_{m \text{ СИНХ}} \leq \pi,$$

где I_0 – модернизированная функция Бесселя нулевого порядка.

Для любого параметра Δ можно определить среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибки σ_{φ_m} , вносимой системой фазовой синхронизации:

$$\sigma_{\varphi_m}^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}^2 W(\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}, \Delta) d\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}. \quad (4)$$

Графическая зависимость СКО фазовой ошибки $\sigma_{\delta\varphi_m}$ от параметра Δ , полученная в соответствии с выражением (4), показана на рисунке 2.

Параметр Δ можно рассматривать как характеристику концентрации распределения в окрестности нулевого значения $\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}$, при этом параметр $1/\Delta$ в распределении Мизеса играет ту же роль, что и дисперсия в нормальном распределении. Распределение Мизеса в отличие от нормального приводит к более удобным вычислениям в задачах оценки максимального правдоподобия [6].

Учитывая характеристики направленности антенн ответчика цели (в том числе алгоритм направленного ответа), спектр принимаемых

сигналов m -й позицией будет иметь вид [4]:

$$\Psi_m(j\omega, R_m, \varphi_m) = \underline{S}_m(j\omega, R_m, \varphi_m) \underline{g}_m, \quad (5)$$

где \underline{g}_m – нормированная диаграмма направленности антенны ответчика цели в направлении m -й позиции.

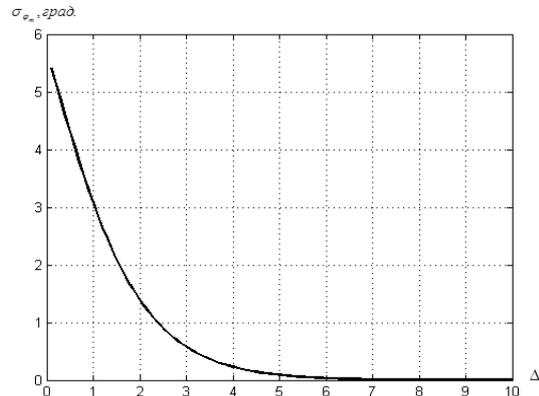


Рисунок 2 – Зависимость среднеквадратического отклонения фазовой ошибки от параметра Δ

Алгоритм обнаружения ответных сигналов цели при многопозиционной обработке получим путем вычисления отношения правдоподобия для спектральных отсчетов сигналов на выходе позиций МП БСВРЛ и сравнением полученного значения с выбранным порогом обнаружения для принятия решения [4].

Запишем спектральные отсчеты дискретного преобразования Фурье принятых к совместной обработке сигналов системы МП БСВРЛ, полагая, что от всех позиций были переданы необходимые результаты предварительной обработки БПФ сигнала первой позиции:

$$\begin{aligned} \Psi_s(s\Delta\omega, \vec{R}, \vec{\varphi}) &= \\ &= [\Psi_{1s}(s\Delta\omega, R_1, \varphi_1) \quad \dots \quad \Psi_{Ms}(s\Delta\omega, R_M, \varphi_M)]^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где

N – объем выборки отсчетов БПФ,

\vec{R} – вектор расстояний от позиций до цели,

$\vec{\varphi}$ – вектор фаз принятых сигналов каждой позицией,

$\Delta\omega$ – интервал дискретизации по частоте, s – номер отсчета БПФ,

$$\Psi_{ms}(s\Delta\omega, R_m, \varphi_m) = \underline{S}_{0s}(s\Delta\omega, R_m) \underline{g}_m \times$$

$$\times \exp\left\{j\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t_{\text{зад}}(R_m)\right)\right\} \exp(j\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}) =$$

$$= \underline{\Psi}_{0ms}(s\Delta\omega, R_m) \exp(j\delta\varphi_{m \text{ СИНХ}}), \quad s = \overline{0, N-1}$$

– спектр опорного сигнала m -й позиции.

Для дальнейших расчетов представим спектр опорного сигнала в виде квадратурных

составляющих [8]:

$$I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega) = S_{0s}(s\Delta\omega, R_m) \underline{g}_m \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t_{\text{зад}}(R_m)\right),$$

$$Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega) = S_{0s}(s\Delta\omega, R_m) \underline{g}_m \sin\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t_{\text{зад}}(R_m)\right),$$

$$m = \overline{1, M}, s = \overline{0, N-1}, \quad (7)$$

где

c – скорость света,

λ – длина волны ответного сигнала,

N – объем выборки отсчетов БПФ.

Обозначим квадратурные составляющие дискретных спектральных отсчетов принятого сигнала на выходе АЦП m -й приемной позиции:

$I\chi_{sm}(s\Delta\omega)$ – синфазная составляющая,

$Q\chi_{sm}(s\Delta\omega)$ – квадратурная составляющая.

Рассмотрим случай отсутствия внешних помех. В этом случае на входы приемников каждой позиции влияют только собственные шумы, которые в общем случае являются белыми стационарными гауссовскими процессами и взаимно независимы для всех приемных позиций. Обратная матрица энергетических шумов со значением спектральной плотности шума N_0 имеет вид:

$$f(s\Delta\omega) = \frac{1}{N_0} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Для синтеза алгоритма оптимального обнаружителя запишем функцию условного отношения правдоподобия [4] для заданных ошибок фазовой синхронизации $\delta\varphi_{m\text{СИНХ}}$, $m = \overline{1, M}$:

$$\Lambda(\vec{\varphi}) = \exp\left\{ \operatorname{Re} \frac{\Delta\omega}{2\pi} \times \sum_{s=0}^{N-1} \left(\underline{\Psi}_s^*(s\Delta\omega, \vec{R}, \vec{\varphi}) f(s\Delta\omega) \underline{\chi}_s(s\Delta\omega) - \frac{\Delta\omega}{4\pi} \sum_{s=0}^{N-1} \left(\underline{\Psi}_s^*(s\Delta\omega, \vec{R}, \vec{\varphi}) f(s\Delta\omega) \underline{\Psi}_s(s\Delta\omega, \vec{R}, \vec{\varphi}) \right) \right) \right\}. \quad (9)$$

Безусловное отношение правдоподобия $\tilde{\Lambda}$ найдем из выражения (9) путем усреднения по $\delta\varphi_{m\text{СИНХ}}$ с учетом плотности вероятности распределения (3) и независимости фазовых ошибок каждой позиции [4,9]:

$$\tilde{\Lambda} = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta\omega}{4\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M \Psi_{0sm}^2(s\Delta\omega, R_m)\right)}{(2\pi I_0(\Delta))^M} \times \prod_{m=1}^M I_0(Z_m) \quad (10)$$

где обозначено:

$$Z_m(R_m, \Delta) =$$

$$\begin{aligned} & \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) I\chi_{sm}(s\Delta\omega) \right)^2 + \\ & + \left[\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) Q\chi_{sm}(s\Delta\omega) \right]^2 + \\ & + \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \times \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) Q\chi_{sm}(s\Delta\omega) \right)^2 + \\ & + \left[\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I\chi_{sm}(s\Delta\omega) Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \right]^2 - \\ & - \Delta^2 \end{aligned} \quad (11)$$

С учетом монотонности статистики (10) перейдем к логарифму безусловного отношения правдоподобия:

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda} = & \left(-\frac{\Delta\omega}{4\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M |\Psi_{0sm}(s\Delta\omega, R_m)|^2 \right) - \\ & - M \cdot \operatorname{Ln}(2\pi \cdot I_0(\Delta)) + \sum_{m=1}^M \operatorname{Ln} I_0(Z_m(R_m, \Delta)). \end{aligned} \quad (12)$$

Из выражения (11) видно, что величина $Z_m(R_m, \Delta)$ зависит от расстояния m -й позиции до цели. Анализируя разложение в ряд [9] функции $\operatorname{Ln} I_0(Z_m(R_m, \Delta))$, для больших расстояний R_m данная функция линейная, а для малых расстояний R_m – квадратичная. Рассматривая сумму случайных независимых величин $\operatorname{Ln} I_0(Z_m(R_m, \Delta))$, в общем случае статистику $\tilde{\lambda}$ можно считать случайной величиной, имеющей гамма – распределение, которое при больших M стремится к нормальному закону распределения, а при малых M – к распределению хи - квадрат.

Сравнивая рассчитанное значение $\tilde{\lambda}$ для принятых позициями МП БСВРЛ сигналов $X_1(t) - X_M(t)$ с заданным порогом h , будем принимать решение $\xi = 1$ (цель идентифицирована) – в случае превышения порога h либо решение $\xi = 0$ (цель не идентифицирована) – в противном случае.

Пороговое значение h определяется исходя

из требований обеспечения вероятности правильного декодирования ответного сигнала цели P_o и вероятности ложного декодирования $F_{лт}$.

В общем случае схема обработчика статистики и принятия решений показана на рисунке 3.

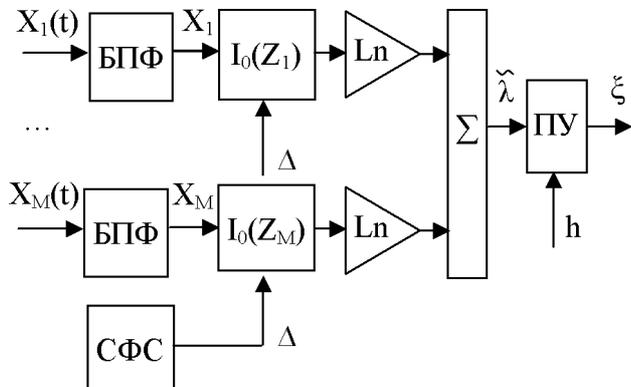


Рисунок 3 – Схема обработчика статистики и принятия решений

Какая-либо позиция, излучившая запросный сигнал для идентификации цели, может излучать с использованием бортовых средств передачи сигналов [1] также синхросигнал, обеспечивающий временную синхронизацию момента излучения и приема сигналов. Ответные сигналы цели, при их наличии, принимаются и обрабатываются каждой позицией в спектральной области по отсчетам БПФ - преобразователя, а также передаются другим приемным позициям по каналам передачи информации с целью совместной обработки и принятия решения ξ . Таким образом, информация о цели может формироваться в каждой приемной позиции, а также может быть передана при ведении групповых действий ведущей позиции и наземным средствам поражения.

В зависимости от применяемых систем фазовой синхронизации (СФС), точность которых можно характеризовать с учетом (4) параметром Δ , в системе МП БСВРЛ может обеспечиваться квазикогерентная или некогерентная обработка принятых сигналов.

Исследование возможностей многопозиционной обработки сигналов в МП БСВРЛ.

Полагая статистику $\tilde{\lambda}$ гауссовской случайной величиной, определим ее статистические параметры – дисперсию и математическое ожидание для случаев наличия ответного сигнала цели и его отсутствия, а также характеристики обнаружения [4]:

– математическое ожидание статистики $\tilde{\lambda}$ при отсутствии сигнала равно:

$$\tilde{\lambda}_{шт} = \left(-\frac{\Delta\omega}{4\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M |\Psi_{0sm}(s\Delta\omega, R_m)|^2 \right) - M \text{Ln}(2\pi); \tag{12}$$

– математическое ожидание статистики $\tilde{\lambda}$ при наличии сигнала равно:

$$\tilde{\lambda}_{сшт} = \left(-\frac{\Delta\omega}{4\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M |\Psi_{0sm}(s\Delta\omega, R_m)|^2 \right) - M \text{Ln}(2\pi I_0(\Delta)) + \left\{ \begin{aligned} & \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 + \\ & + \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 + \\ & + 2 \left[\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \times \right. \\ & \left. \times Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \right] - \Delta^2 \end{aligned} \right\}; \tag{13}$$

– дисперсия статистики $\tilde{\lambda}$ при отсутствии сигнала равна:

$$\sigma_{\tilde{\lambda}_{шт}}^2 = (M \text{Ln} I_0(\Delta))^2 + \left(\frac{I_1(\Delta)}{I_0(\Delta)} \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \right)^2 \times \left[\begin{aligned} & \sum_{m=1}^M \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \sigma_{NI_m}^2 + \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \sigma_{NQ_m}^2 \end{aligned} \right]; \tag{14}$$

где

I_1 – модернизированная функция Бесселя первого порядка,

$\sigma_{NI_m}^2$ – дисперсия синфазных составляющих спектральных отсчетов шума, действующего на выходе АЦП m-й позиции,

$\sigma_{NQ_m}^2$ – дисперсия квадратурных составляющих спектральных отсчетов шума, действующего на выходе АЦП m-й позиции;

– дисперсия статистики $\tilde{\lambda}$ при наличии сигнала равна:

$$\sigma_{\tilde{\lambda}_{сшт}}^2 = \sum_{m=1}^M \left(\frac{I_1^2 \sqrt{U_m}}{I_0^2 \sqrt{U_m} \cdot U_m} \right) \times$$

$$\left(\left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \left(\sum_{s=0}^{N-1} (I_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \sigma_{NI_m}^2) + 2\sigma_{\varphi_m}^2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 \right) \right) + \\ \times \left[\sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \right]^2 \times \\ \times \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \right)^4 \sum_{s=0}^{N-1} \left(I_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \sigma_{NI_m}^2 + \right. \\ \left. + Q_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \sigma_{NQ_m}^2 \right) + \\ + \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 \times \\ \times \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \right)^2 \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \sigma_{NQ_m}^2 \right) \quad (15)$$

где обозначено:

$$U_m = \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 + \\ + \left(\Delta + \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} I_{\Psi_{0ms}}^2(s\Delta\omega, R_m) \right)^2 + \\ + \left[\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \right]^2 + \\ + \left[\frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} Q_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) I_{\Psi_{0ms}}(s\Delta\omega, R_m) \right]^2 - \\ - \Delta^2; \quad (16)$$

– вероятность ложной тревоги для порога h_0 равна:

$$F_{lm} = 0,5 \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{h_0 - \tilde{\lambda}_{III}}{\sqrt{2}\sigma_{III}} \right] \right\}; \quad (17)$$

– вероятность правильного обнаружения для заданной (16) вероятности ложной тревоги равна:

$$P_o = 0,5 \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{h_0 - \tilde{\lambda}_{CIII}}{\sqrt{2}\sigma_{CIII}} \right] \right\} = 0,5 \left\{ 1 - \right. \\ \left. - \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{2}\sigma_{\tilde{\lambda}_{III}} \operatorname{erf}^{-1} [1 - 2F_{lm}] + \tilde{\lambda}_{III} - \tilde{\lambda}_{CIII}}{\sqrt{2}\sigma_{\tilde{\lambda}_{CIII}}} \right] \right\}. \quad (18)$$

Таким образом, нами определены статисти-

ческие параметры и характеристики обнаружения для алгоритма обнаружения (12) применительно к многопозиционной бортовой системе вторичной радиолокации, которые зависят от точностных характеристик системы фазовой синхронизации, определяемых параметром Δ .

Задаваясь отношением сигнал-шум на входе каждой приемной позиции через отношение энергии принятого сигнала к спектральной плотности шума N_0 , действующего на входе данной позиции:

$$q_{exm}^2 = \frac{\Delta\omega}{2\pi N_0} \sum_{s=0}^{N-1} |\Psi_{0sm}(s\Delta\omega, R_m)|^2, \quad (19)$$

через полученные статистические параметры (12) – (16) можно получить [4] выражение для отношения сигнал-шум на выходе системы МП БСВРЛ:

$$q_{вых}^2 = \frac{\left(M \operatorname{Ln}(I_0(\Delta)) - \sum_{m=1}^M \operatorname{Ln} I_0(\Delta + q_{exm}^2) \right)^2}{\sum_{m=1}^M \left(\frac{I_1^2(\Delta + q_{exm}^2)}{I_0^2(\Delta + q_{exm}^2)} \right) q_{exm}^2}. \quad (20)$$

Зависимость отношения сигнал-шум на выходе трехпозиционной системы МП БСВРЛ от параметра Δ показана на рисунке 4.

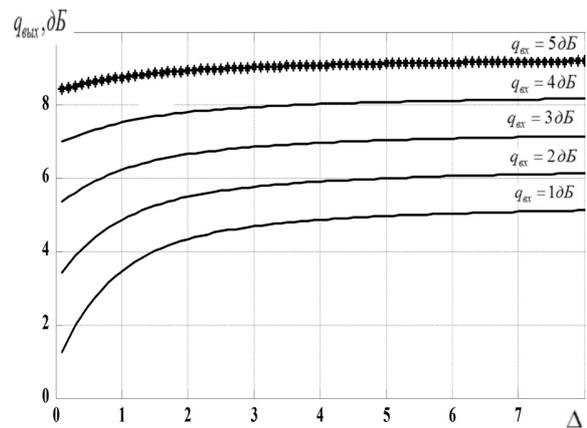


Рисунок 4 – Зависимость отношения сигнал – шум на выходе системы МП БСВРЛ от параметра Δ

Из рисунка 4 видно, что при отсутствии фазовой синхронизации (совместная некогерентная обработка первичных данных от приемных позиций МП БСВРЛ) существенного выигрыша в отношении сигнал – шум нет. В этом случае происходит качественное улучшение характеристик обнаружения только за счет увеличения числа приемных позиций. Например, для трехпозиционной системы выигрыш в отношении сигнал-шум в сравнении с однопозиционными системами вторичной радиолокации, применяемыми в настоящее время на практике [1], составляет до 3 дБ и существенно снижается при малых отношениях сигнал-шум на входе системы.

Вместе с тем для рассмотренной трехпозиционной системы при выполнении требований обеспечения фазовой синхронизации с параметром Δ больше 3 (СКО фазовых ошибок синхронизации должно быть не хуже $0,5^\circ$) выигрыш в отношении сигнал-шум при многопозиционной когерентной обработке сигналов приемных позиций МП БСВРЛ составляет около 3,5 дБ, в том числе для малых значений сигнал-шум на входе системы.

На практике организация точных систем фазовой синхронизации для подвижных позиций МП БСВРЛ является технически сложной и экономически может оказаться нецелесообразной. Вместе с тем построение квазикогерентных МП БСВРЛ с использованием систем частичной фазовой синхронизации (СКО фазовых ошибок синхронизации порядка $3 - 5^\circ$) для модернизации существующих комплексов бортового радиооборудования [3] весьма оправдано в связи с возможностями использования имеющихся навигационных спутниковых систем (СНС) [1] и получаемого выигрыша при квазикогерентной многопозиционной обработке принятых сигналов в отношении сигнал-шум на выходе системы порядка 2 дБ для малых отношений сигнал-шум на входе системы (на примере трехпозиционной системы).

При увеличении числа позиций системы МП БСВРЛ приведенные выше выигрыши в отношении сигнал-шум на выходе системы также увеличиваются.

Заключение. Проведено исследование возможностей многопозиционной обработки для бортовой системы вторичной радиолокации. Получен алгоритм оптимального обнаружения ответных сигналов цели, принимаемых позициями МП БСВРЛ, который учитывает параметры системы фазовой синхронизации позиций.

Для синтезированного алгоритма обнаружения определены статистические параметры и характеристики обнаружения ответных сигналов цели, для которых проведена оценка зависимости параметра отношения сигнал-шум на выходе МП БСВРЛ от параметра Δ на примере трехпозиционной системы (рисунок 4) для различных значений отношения сигнал-шум на входе системы.

Согласно проведенного исследования, построение систем МП БСВРЛ на базе имеющихся однопозиционных бортовых систем вторичной радиолокации при модернизации или разработке новых перспективных летательных аппаратов позволит существенно улучшить качество обнаружения ответных сигналов цели. Кроме того, данные системы будут обладать и рядом других

преимуществ [1,3,4], характерных для широко исследованных многопозиционных радиолокационных систем, таких как скрытность излучения, помехозащищенность, живучесть и др.

Учитывая реальные технические возможности в части организации системы фазовой синхронизации для подвижных позиций и экономическую целесообразность использования данных систем, актуальным в настоящее время может быть построение некогерентных (фазовая синхронизация позиций не требуется) или квазикогерентных систем МП БСВРЛ. При этом по результатам проведенного анализа получаемый при квазикогерентной обработке в трехпозиционной системе выигрыш по сравнению с однопозиционными системами в отношении сигнал-шум на выходе системы составит от 2 до 3,5 дБ в зависимости от значения отношения сигнал-шум на входе системы. При некогерентной обработке указанный выигрыш значительно снижается для малых значений сигнал-шум на входе системы.

При перспективном развитии технических решений в части улучшения характеристик и снижения стоимости систем фазовой синхронизации возможно также существенное улучшение характеристик системы МП БСВРЛ.

Библиографический список

1. Канащенков А.И., Меркулов В.И., Самарин О.Ф. Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможности и ограничения. - М.: ИПРЖР, 2002.
2. Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т. и др. Радиозлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. / под ред. Я.Д. Ширмана. - М.: Радиотехника, 2007.
3. Антипов В.Н., Меркулов В.И., Самарин О.Ф., Чернов В.С. Основные направления развития авиационных бортовых РЛС // Успехи современной радиоэлектроники. 2009, №10. С. 7 – 28.
4. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. - М.: Радио и связь, 1993.
5. Murat Akcakaya, Arye Nehorai. MIMO Radar Detection and Adaptive Design Under a Phase Synchronization Mismatch // IEEE Transactions on signal processing. 2010, vol. 58, №10.
6. E. Fishler et al. Spatial diversity in radars – models and detection performance // IEEE Transactions on signal processing. 2006, vol. 54, №3.
7. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов – 5-е изд. испр. и доп. - М.: Дрофа, 2006.
8. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006.
9. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / под ред. Г.Я. Пирогова. - М.: Наука, 1978.