

Вариант 1 (тренировочное ЕГЭ по математике)

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 50. Найдите его площадь.

Ответ _____

- 2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ _____

- 3** В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 30$, $SA = 34$. Найдите длину отрезка AC .

Ответ _____

- 4** Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трёхзначным кодом, все цифры которого различны и нечётны. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность того, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

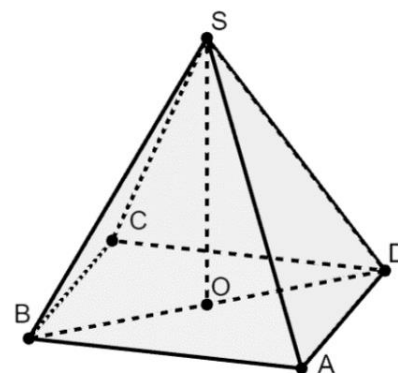
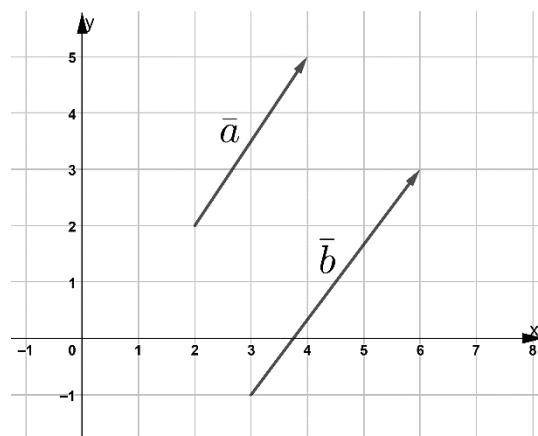
Ответ _____

- 5** Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,5. Найдите отношение вероятностей событий «стрелок поразит ровно пять мишеней» и «стрелок поразит ровно четыре мишени».

Ответ _____

- 6** Решите уравнение $8^{3-2x} = 0,64 \cdot 10^{3-2x}$.

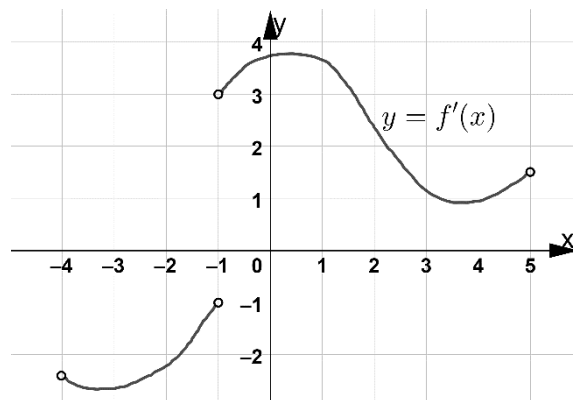
Ответ _____



7 Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{8})^2}{10+\sqrt{96}}$.

Ответ _____

8 Функция $f(x)$ определена и непрерывна на полуинтервале $[-4; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ _____

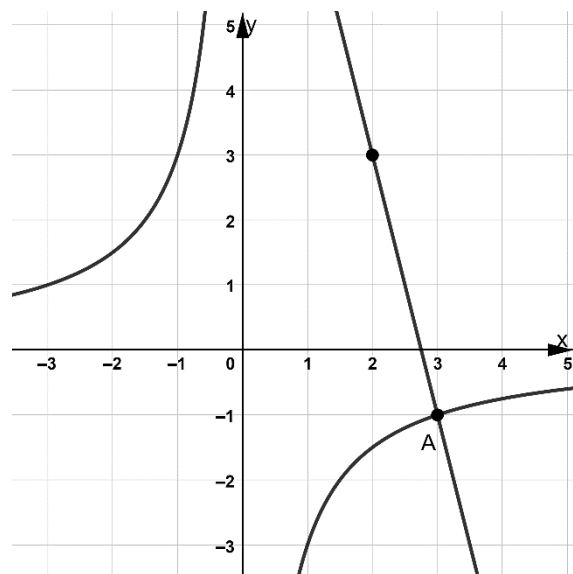
9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 0,7 \text{ м/с}^2$. Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2\ell a}$, где ℓ – пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 35 м/с .

Ответ _____

10 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 12% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ _____

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ _____

12 Найдите наибольшее значение функции $y = (x - 2)^2(x - 4) + 5$ на отрезке $[1; 3]$.

Ответ _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sqrt{2 \sin^2 x - 2 \sin x + 7} = \sqrt{\sin x + 9}$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.
- 14** Точка M – середина ребра BC параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
а) Докажите, что плоскость AMB_1 параллельна прямой $A_1 C$.
б) Найдите расстояние между прямой $A_1 C$ и плоскостью AMB_1 , если параллелепипед прямоугольный, $AB = 8$, $AD = 8$ и $AA_1 = 4$.
- 15** Решите неравенство $\sqrt{x + \frac{2}{3}} \left(\log_2 \log_{\frac{1}{2}} |1 + x| \right) \leq 0$.
- 16** Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 15000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 15000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3000Q + 1000000$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей ($0 < t < 10000$) с каждой произведенной единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 3000Q - 1000000 - tQ$ рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.
Фирма производит такое количество товара, при котором ее прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?
- 17** Биссектриса AM острого угла A равнобедренной трапеции $ABCD$ делит боковую сторону CD пополам. Отрезок DN перпендикулярен отрезку AM и делит сторону AB в отношении $AN:NB = 5:1$.

а) Докажите, что прямые BM и CN перпендикулярны.

б) Найдите длину отрезка MN , если площадь трапеции равна $3\sqrt{2}$.

18 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(x^2 - 7 + \ln(x - a))^2 = (x^2 - 7)^2 + \ln^2(x - a)$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 3]$.

19 Каждое из четырех последовательных натуральных чисел, последние цифры которых не равны нулю, поделили на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна S .

а) Может ли $S = 16\frac{5}{6}$?

б) Может ли $S = 569\frac{29}{126}$?

в) Найдите наибольшее целое значение S , если каждое из исходных чисел было трехзначным.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

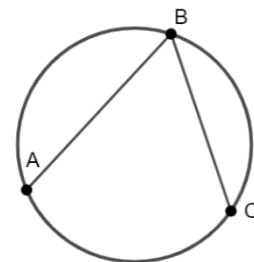
Вариант 2 (тренировочное ЕГЭ по математике)

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Найдите вписанный угол ABC , опирающийся на дугу AC , длина которой равна $\frac{11}{36}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.

Ответ _____

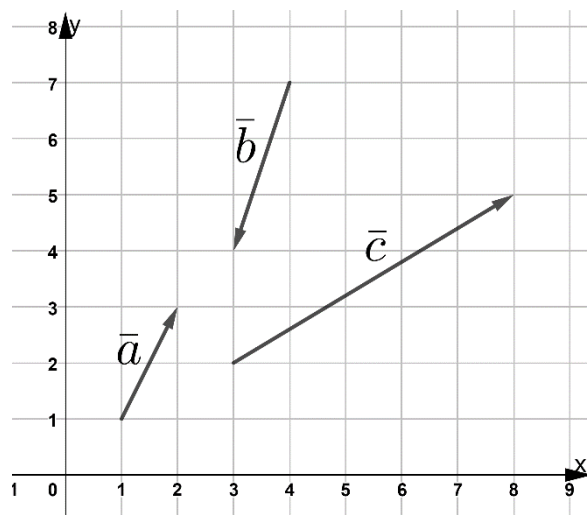


- 2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Найдите значение выражения $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ _____

- 3** Объём первого цилиндра равен 6 м^3 . У второго цилиндра высота в два раза меньше, а радиус основания в три раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра (в м^3).

Ответ _____



- 4** У Дины в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Дина наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.

Ответ _____

- 5** Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,3. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

Ответ _____

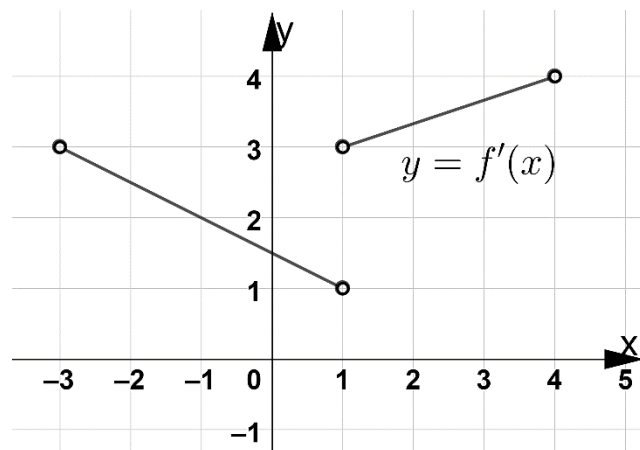
- 6** Решите уравнение $\log_7(x + 9) = \log_7(2x - 11)$.

Ответ _____

7 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{6\frac{3}{7}} - \sqrt{2\frac{6}{7}}\right) : \sqrt{\frac{5}{63}}$.

Ответ _____

8 Функция $f(x)$ определена и непрерывна на интервале $(-3; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ _____

9 Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $\ell = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 8 километров? Ответ выразите в метрах.

Ответ _____

10 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

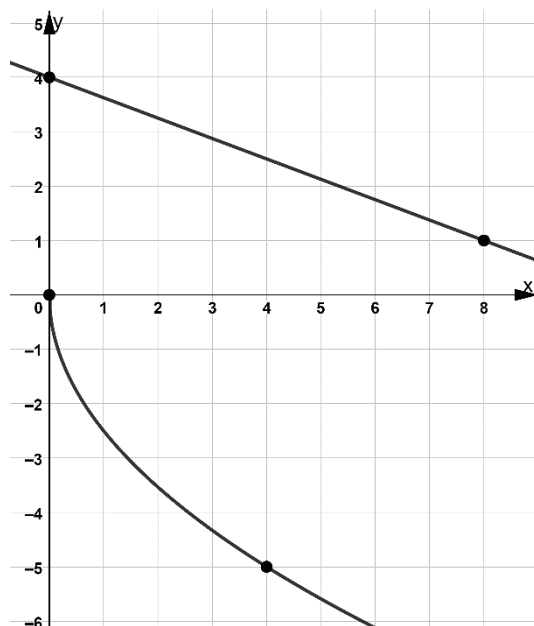
Ответ _____

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .

Ответ _____

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 9}$.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $(3 \operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{7 \cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right].$$

14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с равными сторонами AB и BC . Точка K – середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM:MC = 1:3$.

а) Докажите, что прямая KM перпендикулярна прямой AC .

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

15 Решите неравенство $\frac{3^{|x|} \cdot 2^x - 2^x - 8 \cdot 3^{|x|} + 8}{2\sqrt{x} - 2} \geq 0$.

16 Строительство нового завода стоит 350 млн руб.

Затраты на производство x тыс. единиц продукции на этом заводе равны $0,2x^2 + x + 24$ млн руб в год. Если продукцию завода продавать по цене p тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн руб.) за один год составит $px - (0,2x^2 + x + 24)$. Когда завод будет построен, фирма каждый год будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей.

В первый год после постройки завода цена продукции $p = 9$ тыс. руб. за единицу. Каждый следующий год цена продукции будет увеличиваться на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

17 Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A . На продолжении стороны AD за точку D взята точка N , такая, что $CN = CD$, а на продолжении стороны CD за точку D взята такая точка M , что $AD = AM$.

а) Докажите, что $BM = BN$.

б) Найдите MN , если $AC = 7$, $\sin \angle BAD = \frac{7}{25}$.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\log_{x+1}(a + x - 6) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $(-1; 1]$.

19 С трехзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

а) Могло ли в результате такой операции получиться число 201?

б) Могло ли в результате такой операции получиться число 251?

в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 600 до 999 включительно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Ответы

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Вар 1	75	18	32	0,017	0,6	0,5	2	-10	0,875	18	-0,25	5
Вар 2	55	-3	27	0,1	0,51	20	3	3	5	45	-20	-3

№	Вариант 1	Вариант 2
13	а) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{17\pi}{6}$	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{35\pi}{6}$
14	$\frac{8}{3}$	$\arcsin \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{14}}$
15	$\left\{-\frac{2}{3}\right\} \cup \left[-\frac{1}{2}; 0\right)$	$[0; 1) \cup [3; +\infty)$
16	6000 рублей	4 года
17	$\frac{3}{2}$	$\frac{336}{25}$
18	$(-\infty; -1) \cup \{\sqrt{7} - 1\} \cup (2; \sqrt{7})$	$\left[\frac{27}{4}; 7\right) \cup (7; 9]$
19	а) да, например, $\frac{12}{2} + \frac{13}{3} + \frac{14}{4} + \frac{15}{5} = 16\frac{5}{6}$ б) нет в) 2004	а) да, например, $610, \frac{610-7}{3} = 201$ б) нет в) 40