

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

«Предел и непрерывность»

Задание 1. Для последовательности, заданной рекуррентной формулой, записать первые 4 члена последовательности.

1.1. $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n-1}}{2}, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 4.$

1.2. $a_{n+1} = \frac{a_{n-1} - a_n}{2}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.3. $a_{n+1} = a_n + (-1)^n a_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.4. $a_{n+1} = (-1)^{n+1} a_n + a_{n-1}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 1.$

1.5. $a_{n+1} = a_n - 3a_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

1.6. $a_{n+1} = 3a_n + a_{n-1}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 1.$

1.7. $a_{n+1} = \frac{a_n + 3a_{n-1}}{2}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

1.8. $a_{n+1} = \frac{3a_n + a_{n-1}}{2}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 2.$

1.9. $a_{n+1} = \frac{a_n + (-1)^n a_{n-1}}{n}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

1.10. $a_{n+1} = \frac{(-1)^n a_n + a_{n-1}}{n}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.11. $a_{n+1} = n(a_n + (-1)^n a_{n-1}), \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 1.$

1.12. $a_{n+1} = n((-1)^{n+1} a_n + a_{n-1}), \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 2.$

1.13. $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n-1}}{n+3}, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 4.$

1.14. $a_{n+1} = \frac{2a_n - a_{n-1}}{n+1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.15. $a_{n+1} = \frac{3a_n + a_{n-1}}{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

1.16. $a_{n+1} = a_n - a_{n-1}, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 2.$

1.17. $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1}, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 1.$

1.18. $a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 0.$

1.19. $a_{n+1} = a_n - 2a_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 3.$

1.20. $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.21. $a_{n+1} = 2a_{n-1} - 3a_n, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 1.$

1.22. $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{1}{a_n} \right), \quad a_1 = 1.$

1.23. $a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.24. $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n - \frac{1}{a_n} \right), \quad a_1 = 2.$

1.25. $a_{n+1} = na_{n-1} - (n-1)a_n, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

1.26. $a_{n+1} = \frac{a_{n-1}}{n} + na_{n-1}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.27. $a_{n+1} = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_n}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 4.$

1.28. $a_{n+1} = \frac{1}{n} (a_n + a_{n-1}), \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

1.29. $a_{n+1} = n(2a_{n-1} - a_n), \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 2.$

1.30. $a_{n+1} = n(3a_{n-1} - 2a_n), \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$

Задание 2. Доказать по определению предела числовой последовательности, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (a_n и a даны в таблице), т.е. для любого $\varepsilon > 0$ указать номер $n_0(\varepsilon)$, что при любом $n > n_0(\varepsilon)$ выполняется $|a_n - a| < \varepsilon$. Заполнить таблицу.

ε	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$
$n_0(\varepsilon)$					

	a_n	a		a_n	a
2.1	$\frac{2n+6}{n+1}$	2	2.16	$\frac{n^2-1}{2n^2+1}$	$\frac{1}{2}$
2.2	$\frac{3n+1}{2n+3}$	$\frac{3}{2}$	2.17	$\frac{n^2+1}{2n^2-1}$	$\frac{1}{2}$
2.3	$\frac{4n+3}{5n-3}$	$\frac{4}{5}$	2.18	$\frac{2n^2-1}{n^2+1}$	2
2.4	$\frac{3n-2}{n+5}$	3	2.19	$\frac{n^2+n}{2n^2+1}$	$\frac{1}{2}$
2.5	$\frac{4n+5}{2n+1}$	2	2.20	$\frac{2n^2-1}{2n^2+1}$	1
2.6	$\frac{1-2n^2}{2n^2+1}$	-1	2.21	$\frac{5n-3}{2n+3}$	$\frac{5}{2}$
2.7	$\frac{4n+1}{1-4n}$	-1	2.22	$\frac{2n^2-1}{n^2+3}$	2
2.8	$\frac{2n+5}{2n-1}$	1	2.23	$\frac{n^2-n}{n^2+2}$	1

2.9	$\frac{6n-1}{2n+6}$	3	2.24	$\frac{n^2+1}{2n^2+3}$	$\frac{1}{2}$
2.10	$\frac{5n-1}{10n+3}$	$\frac{1}{2}$	2.25	$\frac{4n^2-1}{n^2+3}$	4
2.11	$\frac{3n+1}{n+9}$	3	2.26	$\frac{n^2+2}{n^2+10}$	1
2.12	$\frac{4n-1}{8n+7}$	$\frac{1}{2}$	2.27	$\frac{n^2+5}{n^2+1}$	1
2.13	$\frac{6n-1}{3n+2}$	2	2.28	$\frac{2n^2+3}{n^2+1}$	2
2.14	$\frac{3n+5}{n+6}$	3	2.29	$\frac{n^2-1}{2n^2+1}$	$\frac{1}{2}$
2.15	$\frac{6n+3}{4n-1}$	$\frac{3}{2}$	2.30	$\frac{2n^2+1}{4n^2+n}$	$\frac{1}{2}$

Задание 3. Вычислить предел.

3.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 7n - 2}{(n+2)^3 - n^3}$	3.16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + 2n + 5}{n^3 - (n-1)^3}$
3.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5}{(n+2)^2 + (n-4)^2}$	3.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 5n}{(n+1)^3 + 3n^3}$
3.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 3}{(n-1)^3 + 7n^3}$	3.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n}{(n+1)^3 - 2n^3}$
3.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+5)^3 + 3n^3}{2n^3 + 7}$	3.19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 5}{(n+1)^4 - (n-2)^4}$
3.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - (n+1)^4}{5n^3 + 7n}$	3.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 5n - 2}{(n+2)^3 - n^3}$

3.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 + 4n + 1}{(n - 2)^3 - n^3}$	3.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 7}{n^3 - (n + 3)^3}$
3.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 8n}{(n + 1)^2 + (2n + 5)^2}$	3.22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 7n^2 - 8}{(2n - 1)^3 + 5n^3}$
3.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 + 4}{(n + 2)^3 + 2n^3}$	3.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 8n + 5}{(2n + 1)^3 - 3n^3}$
3.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 1)^3 - 4n^3}{3n^3 + 4n - 1}$	3.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n}{(n + 2)^4 - (n - 3)^4}$
3.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n - 1)^4 - (n + 2)^4}{5n^3 + 7}$	3.25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4}{(n + 2)^3 - n^3}$
3.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 7n - 2}{n^3 - (n + 2)^3}$	3.26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 8n}{(n - 3)^3 - n^3}$.
3.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 7}{(2n + 1)^2 + (n - 1)^2}$	3.27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - 3n}{(2n + 3)^3 + 2n^3}$
3.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4n^3 + 5n^2 + 2}{(n - 3)^3 + 4n^3}$	3.28. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 2n + 1}{(n - 2)^3 - 3n^3}$
3.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 - 8n^3}{4n^2 + 5n + 2}$	3.29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 4n^2 + 5}{(n + 1)^4 - (n + 3)^4}$
3.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 2)^4 - (n - 3)^4}{4n^3 + 7n}$	3.30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 4n - 1}{n^3 - (n + 3)^3}$

Задание 4. Вычислить предел.

4.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 2}{3n + 1} \right)^{5n}$	4.16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n + 1}{5n - 1} \right)^n$
---	---

4.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5-n}{6-n} \right)^{n+2}$	4.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 2n + 1}{n^2 - 4n + 2} \right)^n$
4.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 - 2} \right)^{n^2+1}$	4.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-5}{n+4} \right)^n$
4.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{2n^2 - 1} \right)^{3n}$	4.19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{3n}$
4.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n+2} \right)^{7n}$	4.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3}{n^2 - 4n} \right)^n$
4.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+4} \right)^{n+2}$	4.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}$
4.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right)^{2n}$	4.22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+2} \right)^{2n+1}$
4.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 3}{2n^2 - 2n + 1} \right)^{3n}$	4.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n-1} \right)^{4n}$
4.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2-n+n^2}{4-n+n^2} \right)^{2n}$	4.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n-1}$

4.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7} \right)^{2n}$	4.25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3} \right)^{n+1}$
4.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{5n}$	4.26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n}{n^2 - 3n + 5} \right)^{n+1}$
4.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{n^2}$	4.27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n - 1}{n^2 + n + 1} \right)^{n^2}$
4.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 2n + 4}{n^2 - 4n + 3} \right)^n$	4.28. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}$
4.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n-2}{5n+2} \right)^{n-1}$	4.29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3-n}{5-n} \right)^{3n}$
4.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3n - 1}{2n^2 + 7n - 1} \right)^{n^2}$	4.30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-8}{n+3} \right)^{3n+1}$

Задание 5. Вычислить предел.

5.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + 3(n-1)!}{(n+1)!}$	5.16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+1)! + 2n!}{5(n+1)!}$
5.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! + 2n!}{4n!}$	5.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)! + 3n!}{8n!}$

5.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+2(n-1)!}{3(n+1)!-n!}$	5.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+3)!}$
5.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$	5.19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+2)!+3(n+1)!}{(n+2)!-5(n+1)!}$
5.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!-2n!}{3(n+2)!}$	5.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)!}{3n!+5(n-1)!}$
5.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+1)!}{2(n+1)!-n!}$	5.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!-3(n+1)!}{(n+2)!+4n!}$
5.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!+2n!}{3(n+1)!-(n-1)!}$	5.22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n!-2(n+1)!}{(n-1)!+3(n+1)!}$
5.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+2(n+1)!}{2(n+2)!-(n+1)!}$	5.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!-3n!}{(n+2)!}$
5.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6(n+2)!}{(n+2)!-2(n+1)!}$	5.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!+4n!}{(n+2)!}$
5.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)!}{2(n+2)!-(n+1)!}$	5.25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+3)!}$

5.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! - (n+1)!}{2(n+3)!}$	5.26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!}{(n+1)! - 2n!}$
5.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)!}{(n+2)! + 2(n+1)!}$	5.27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + (n+2)!}{(n+3)! - (n+2)!}$
5.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + 2(n+1)!}{(n+3)! - 3(n+2)!}$	5.28. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + 2(n+1)!}{(n+1)! - n!}$
5.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! - 2n!}{2(n+1)! + 3n!}$	5.29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)! - 3n!}{(n+1)! - 2n!}$
5.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n-1)! + 2n!}{(n+1)! - 5n!}$	5.30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+2)! - 7n!}{(n+2)! + 2(n+1)!}$

Задание 6. Вычислить предел.

6.1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^3 - 7x^2 + 12x}$	6.16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + 2x - 4}{x^3 - 1}$
6.2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^3 - 6x^2 + 16}$	6.17. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{2x^2 - 7x + 3}$
6.3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$	6.18. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 27}$

6.4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 + x - 6}$	6.19. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 - 12}$
6.5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 2x - 3}$	6.20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$
6.6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{x^2 - 6x + 5}$	6.21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$
6.7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^2 - 4x + 4}$	6.22. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x}$
6.8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 9x^2}{x^2 - 7x + 12}$	6.23. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{x^3 - 2x^2}$
6.9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - x - 6}$	6.24. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^4 - 4x^2 + 3}{x^2 - 3}$
6.10. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 - 12}$	6.25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - x^2 + x - 1}$
6.11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{x^2 - 9x + 14}$	6.26. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$
6.12. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 - 3x - 4}$	6.27. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^3 + 2x^2 + x + 2}$

6.13. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 8x^2 - 9}{x^2 - 4x - 21}$	6.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2 - 8x + 7}$
6.14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$	6.29. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 + x - 12}$
6.15. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 2}$	6.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 8x + 7}$

Задание 7. Вычислить предел.

7.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+9} - 3}{1 - \sqrt{x+1}}$	7.16. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+13}}{(x-3)}$
7.2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$	7.17. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6} - 4}{2 - \sqrt{x+2}}$
7.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$	7.18. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{2x+3} - 1}$
7.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$	7.19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{x} - 1}$
7.5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{x}}$	7.20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{7}}{x - 2}$
7.6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{x}}$	7.21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 1}$

7.7. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{4 - \sqrt{1-5x}}$	7.22. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{10+x}}{x^2 - 1}$
7.8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{2x-3}}{2-x}$	7.23. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{4+2x}}{\sqrt{2+x} - 1}$
7.9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$	7.24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$
7.10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{3+2x} - \sqrt{4+x}}$	7.25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4+5x} - 3}{2 - \sqrt{x+3}}$
7.11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6} - 4}{2 - \sqrt{x+2}}$	7.26. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4-5x} - 3}{2 - \sqrt{-x+3}}$
7.12. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{4+2x}}{\sqrt{2+x} - 1}$	7.27. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7+x} - 3}{2 - \sqrt{6-x}}$
7.13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{\sqrt{x+2} - 2}$	7.28. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6} - 4}{2 - \sqrt{x+2}}$
7.14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{10+x}}{x + 1}$	7.29. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6}}$
7.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 1}$	7.30. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-1} - \sqrt{8}}{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{10}}$

Задание 8. Вычислить предел.

8.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$	8.16. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{3}} \left(\sqrt[3]{x^4 + 1} - \sqrt[3]{x^4 + 2} \right)$
8.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2} \right)$	8.17. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 11} \right)$
8.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{4x^2 + 1} - \sqrt{4x^2} \right)$	8.18. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$
8.4. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt[3]{7x^2 + 1} - \sqrt[3]{7x^2 + 3} \right)$	8.19. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{3x^2 + 15} - \sqrt[3]{3x^2 + 11} \right)$
8.5. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt[3]{7x^3 + 5} - \sqrt[3]{7x^3 + 1} \right)$	8.20. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt[3]{x^3 + 6} - \sqrt[3]{x^3 + 7} \right)$
8.6. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{7x^2 + 5} - \sqrt[3]{7x^2 + 11} \right)$	8.21. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{3}} \left(\sqrt[3]{x^4 + 5} - \sqrt[3]{x^4 + 1} \right)$
8.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{10}{3}} \left(\sqrt[3]{x^5 + 4} - \sqrt[3]{x^5 + 11} \right)$	8.22. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{x^2 + 5} - \sqrt[3]{x^2 + 1} \right)$
8.8. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{3}} \left(\sqrt[3]{7x^4 + 5} - \sqrt[3]{7x^4 + 7} \right)$	8.23. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{10}{3}} \left(\sqrt[3]{x^5 + 24} - \sqrt[3]{x^5 + 11} \right)$

8.9. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{x^2 + 5} - \sqrt[3]{x^2 - 1} \right)$	8.24. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt[3]{7x^3 + 16} - \sqrt[3]{3x^3 + 7} \right)$
8.10. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt[3]{7x^3 + 6} - \sqrt[3]{7x^3 + 7} \right)$	8.25. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{3}} \left(\sqrt[3]{2x^4 + 5} - \sqrt[3]{2x^4 + 7} \right)$
8.11. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{10}{3}} \left(\sqrt[3]{2x^5 + 4} - \sqrt[3]{2x^5 + 1} \right)$	8.26. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{6x^2 + 5} - \sqrt[3]{6x^2 + 1} \right)$
8.12. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{3}} \left(\sqrt[3]{x^4 + 1} - \sqrt[3]{x^4 + 4} \right)$	8.27. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{x^2 - 5} - \sqrt[3]{x^2 - 1} \right)$
8.13. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{10}{3}} \left(\sqrt[3]{4x^5 + 4} - \sqrt[3]{4x^5 + 1} \right)$	8.28. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{3}} \left(\sqrt[3]{3x^4 + 5} - \sqrt[3]{3x^4 + 4} \right)$
8.14. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{x^2 - 1} - \sqrt[3]{x^2 + 1} \right)$	8.29. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{2x^2 - 5} - \sqrt[3]{2x^2 + 1} \right)$
8.15. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x^2 + 7} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$	8.30. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt[3]{x^3 + 26} - \sqrt[3]{x^3 + 7} \right)$

Задание 9. Вычислить предел.

9.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 27x}{5x^2}$	9.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^3}$
9.2. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} \pi x$	9.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{5x^2}$
9.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{-3x^3}$	9.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x}$
9.4. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 5x}{1 - \cos 4x}$	9.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{3x^3}$
9.5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x} - 1}$	9.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}$
9.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)}{x}$	9.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \frac{\sin^2 x - \sin^2 \frac{\pi}{8}}{x^2 - \left(\frac{\pi}{8}\right)^2}$
9.7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt[3]{(1 - \cos x)^2}}$	9.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^3)}{3 \sin^3 x}$
9.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin(a-x)}{\operatorname{tg}(a+x) - \operatorname{tg}(a-x)}$	9.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \cdot \sin x}$
9.9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x \sin x} - \cos x}$	9.24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

9.10. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{\operatorname{tg} x}$	9.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}$
9.11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2 2x}$	9.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x) - \cos(a-x)}{x}$
9.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x - \cos 2x}{1 - \sin 2x - \cos 2x}$	9.27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^3}$
9.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 5x}$	9.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \operatorname{tg} 5x}{3 \sin^3 x}$
9.14. $\lim_{x \rightarrow 0} 2x \cdot \operatorname{ctg} 8x$	9.29. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \frac{(1 - \cos 3x)^2}{\sin^2 3x - \operatorname{tg}^2 3x}$
9.15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}$	9.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + \sin x} - \sqrt{2 - \sin x}}{\operatorname{tg} 3x}$

Задание 10. Вычислить предел.

10.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{\ln(1 + x^2)}$	10.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{\ln(1 + x)}$
10.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\ln(1 + 3x)}$	10.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\cos 2x - 1}$

10.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{\operatorname{tg}^2 7x}$	10.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{\cos 4x - 1}$
10.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arcsin^2 x}{7x^2}$	10.19. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x(\ln(x+1) - \ln x))$
10.5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{3 \operatorname{arctg}^2(7x)}$	10.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{\arcsin^2 3x}$
10.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \frac{7}{4} x}{e^{-2x} - 1}$	10.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}$
10.7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$	10.22. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(a^{\frac{1}{x}} - 1)$
10.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 2x \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$	10.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \arcsin x}{2x + \operatorname{arctg} x}$
10.9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1 + 3^x)}{\ln(1 + 2^x)}$	10.24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg} ax)}{\sin bx}$
10.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$	10.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{-x}}{\sin \beta x}$

10.11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^4 x}{3x^2 + 5x^4}$	10.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x)}{\sin 3x}$
10.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[5(x+3\pi)]}{e^{7x}-1}$	10.27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\operatorname{arctg} 2x}{e^{5x}-1}$
10.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{3^{-2x}-1} \ln 3$	10.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 5x}{(e^{-3x}-1)^2}$
10.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\ln(e-x)-1}$	10.29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^3+1)}{(e^{2x}-1)^3}$
10.15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x^2+1)}{(2^{5x}-1)^2}$	10.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[\pi(x+2)]}{\ln(1-7x)}$

Задание 11. Вычислить предел.

11.1. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{x - \pi}$	11.16. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi}$
11.2. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\cos 5x}{2x - 3\pi}$	11.17. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x - 2\pi}$
11.3. $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin 2x}$	11.18. $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{\sin x}{3\pi - x}$

11.4. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x}{x - \pi}$	11.19. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2x - \pi}$
11.5. $\lim_{x \rightarrow 5\pi} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin x}$	11.20. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 4x}{2x - 3\pi}$
11.6. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 3x + \sin x}{x - 2\pi}$	11.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\sin 2x}$
11.7. $\lim_{x \rightarrow 4\pi} \frac{\sin 2x}{x - 4\pi}$	11.22. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x - 2\pi}$
11.8. $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin 2x}$	11.23. $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{\sin x}{3\pi - x}$
11.9. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x}{x - \pi}$	11.24. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2x - \pi}$
11.10. $\lim_{x \rightarrow 5\pi} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin x}$	11.25. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} 7x}{2x - 3\pi}$
11.11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\operatorname{ctg} x}$	11.26. $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 4x}{\sin x}$

11.12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{x - \pi}$	11.27. $\lim_{x \rightarrow 4\pi} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x}$
11.13 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x + \sin 2x}{x - \pi}$	11.28. $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{\cos \frac{x}{6}}{3\pi - x}$
11.14. $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 2x}{2x - 5\pi}$	11.29. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x - \pi}$
11.15. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\sin 2x}$	11.30. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\cos 3x}$

Задание 12. Вычислить предел.

12.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x+1) - \ln 2}{x - 1}$	12.11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x+2} - 1}{x^2 - 4}$	12.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{2x - \pi}$
12.2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - 9}{2 - x}$	12.12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln x - \ln 3}{x^2 - 9}$	12.22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{(x+1)^2} - e^{2x}}{x - 1}$
12.3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 2x + \cos x}{x - \pi}$	12.13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(4-x)}{x^2 - 9}$	12.23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{x+2} - 8}{x - 1}$

12.4. $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{\cos x - \cos \frac{x}{3}}{\frac{x}{3} - \pi}$	12.14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+10) - \ln 9}{1 - x^2}$	12.24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4^x - 4}{x^3 - 1}$
12.5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{(x-1)^2} - e^2}{x - 2}$	12.15. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x+3)}{x+2}$	12.25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{x-1}$
12.6. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin \frac{5x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{x - \pi}$	12.16. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(7-x) - \ln 3}{x-4}$	12.26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x+3} - e^5}{2-x}$
12.7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln x - \ln 5}{5-x}$	12.17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2-8)}{x-3}$	12.27. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{x+5} - 27}{x^2 - 4}$
12.8. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{x^2+2} - e^3}{x+1}$	12.18. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\sin 3x + \sin x}{2x - 3\pi}$	12.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x^2+3) - \ln 4}{1-x}$
12.9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(-x) - \ln 2}{x^2 - 4}$	12.19. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{(x-1)^2} - e^{x+1}}{x-3}$	12.29. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(x-4)}{x^2 - 25}$

12.10.

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{e^{x-7} - 1}{7 - x}$$

12.20.

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2 - 4\pi}$$

12.30.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln x - \ln 4}{x - 4}$$

Задание 13. Вычислить предел.

13.1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 2x)^{\frac{1}{\ln(1-3x)}}$	13.11. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{arctg} 3x)^{\operatorname{ctg} x}$	13.21. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arcsin 3x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} x}}$
13.2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} 4x}$	13.12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{arctg} 2x)^{\frac{1}{\ln(1+x)}}$	13.22. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \sin x)^{\frac{1}{\arcsin 3x}}$
13.3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{1-\cos 3x}}$	13.13. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \arcsin x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$	13.23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln(1-2x))^{\frac{1}{x}}$
13.4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5 \operatorname{tg} x)^{\frac{1}{(1-x)^2-1}}$	13.14. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{\sin 2x}}$	13.24. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \arcsin 2x)^{\operatorname{ctg} x}$
13.5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln(1+x))^{\frac{1}{\sin 2x}}$	13.15. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg} x^2)^{\frac{1}{1-\cos x}}$	13.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 2x)^{\frac{1}{\arcsin x}}$
13.6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x^2)^{\operatorname{ctg}^2 x}$	13.16. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arcsin 2x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} 3x}}$	13.26. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln(1-x))^{\frac{1}{\arcsin 3x}}$

13.7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \sin^2 x\right)^{\frac{1}{\beta x^2}}$	13.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin 2x\right)^{\frac{1}{\ln(1-4x)}}$	13.27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \operatorname{arctg} x^2\right)^{\frac{1}{1-\cos 2x}}$
13.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin 3x\right)^{\operatorname{ctg} 3x}$	13.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \sin^2 2x\right)^{\frac{1}{\arcsin x^2}}$	13.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 4 \sin x\right)^{\frac{1}{\ln(1+2x)}}$
13.9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \ln(1-x)\right)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} 2x}}$	13.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - 3 \sin^2 x\right)^{\frac{1}{\sin x^2}}$	13.29. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \arcsin 4x\right)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} x}}$
13.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2 \operatorname{tg} x\right)^{\frac{1}{\sin 3x}}$	13.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \sin 2x\right)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} 5x}}$	13.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \operatorname{arctg}^2 2x\right)^{\frac{1}{\ln(1-x)}}$

Задание 14. Вычислить предел.

14.1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{4x+5}$	14.16. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)^{3-x^2}$
14.2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-x^3}{5-x^3}\right)^{x^2}$	14.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+2}{3x+1}\right)^{4x+3}$
14.3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+7}{x-3}\right)^{2x}$	14.18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right)^{-x^2}$
14.4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3+4}{2x^3-3}\right)^{x+1}$	14.19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-5}{x+2}\right)^{3x+2}$

14.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 + 3}{x^3} \right)^{2x^3}$	14.20. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x + 1}{4x - 3} \right)^{1-x}$
14.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5 - x^2}{2 - x^2} \right)^{x+3}$	14.21. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 2}{3x + 4} \right)^{1-2x}$
14.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 + 3} \right)^{5x-2}$	14.22. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 3}{2x^2 + 1} \right)^{x^2}$
14.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 5}{4x - 3} \right)^{3x+4}$	14.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 - 2}{x^3 + 2} \right)^{x^3+1}$
14.9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 - 3x}{4 - 3x} \right)^{3x+2}$	14.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + 7}{x - 3} \right)^{2x+3}$
14.10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 4} \right)^{1-x^2}$	14.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 3}{3x - 1} \right)^{5+2x}$
14.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3 + 1}{2x^3 + 5} \right)^{2x^3-1}$	14.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + 4}{x - 1} \right)^{3x+4}$
14.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 3}{4x + 2} \right)^{x-2}$	14.27. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 5}{x^2 + 1} \right)^{3-x^2}$
14.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 - 2x}{5 - 2x} \right)^{3x-1}$	14.28. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - 4}{3x^2 + 2} \right)^{2x^2+3}$

14.14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x+1}{5x-1} \right)^{2x+2}$	14.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-7}{x+2} \right)^{3-2x}$
14.15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x-1}{4x+1} \right)^{4-x}$	14.30. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^3+2}{3x^3+1} \right)^{4x^3}$

Задание 15. Вычислить предел.

15.1. $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} e^{\frac{1}{x-2}}$	15.11. $\lim_{x \rightarrow -1 \pm 0} \frac{1}{ x -1}$	15.21. $\lim_{x \rightarrow 3 \pm 0} 2^{\frac{1}{x-3}}$
15.2. $\lim_{x \rightarrow -1 \pm 0} e^{\frac{1}{x+1}}$	15.12. $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \frac{1}{x^2-4}$	15.22. $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} e^{\frac{1}{x^2-1}}$
15.3. $\lim_{x \rightarrow 3 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x-3}$	15.13. $\lim_{x \rightarrow -1 \pm 0} \frac{1}{x^3+1}$	15.23. $\lim_{x \rightarrow -4 \pm 0} \frac{1}{ x -4}$
15.4. $\lim_{x \rightarrow 3 \pm 0} 10^{\frac{1}{x-3}}$	15.14. $\lim_{x \rightarrow -1 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1}$	15.24. $\lim_{x \rightarrow 7 \pm 0} e^{\frac{1}{7-x}}$
15.5. $\lim_{x \rightarrow 5 \pm 0} \frac{1}{x^2-25}$	15.15. $\lim_{x \rightarrow -2 \pm 0} \frac{1}{ x -2}$	15.25. $\lim_{x \rightarrow -2 \pm 0} e^{\frac{1}{x^2-4}}$
15.6. $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}$	15.16. $\lim_{x \rightarrow -2 \pm 0} 7^{\frac{1}{x+2}}$	15.26. $\lim_{x \rightarrow 3 \pm 0} \frac{1}{x^3-27}$

15.7. $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2 - 1}$	15.17. $\lim_{x \rightarrow 3 \pm 0} e^{\frac{1}{3-x}}$	15.27. $\lim_{x \rightarrow -5 \pm 0} \frac{1}{ x - 5}$
15.8. $\lim_{x \rightarrow -1 \pm 0} e^{\frac{1}{1-x^2}}$	15.18. $\lim_{x \rightarrow 6 \pm 0} \frac{1}{ x - 6}$	15.28. $\lim_{x \rightarrow 4 \pm 0} \frac{1}{16 - x^2}$
15.9. $\lim_{x \rightarrow -3 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x + 3}$	15.19. $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} 5^{\frac{1}{1-x}}$	15.29. $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \frac{1}{x^3 - 8}$
15.10. $\lim_{x \rightarrow 3 \pm 0} e^{\frac{1}{x^2 - 9}}$	15.20. $\lim_{x \rightarrow 5 \pm 0} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-5}}$	15.30. $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{4 - x^2}$

Задание 16. Найти область определения функции.

16.1. $y = \log_3 \sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{x+2}$	16.16. $y = \frac{\sqrt{x+5}}{\lg(9-x)}$
16.2. $y = \arccos \frac{1-2x}{3}$	16.17. $y = \lg \lg x$
16.3. $y = \frac{\sqrt[4]{x^2 - 1}}{x}$	16.18. $y = \sqrt{\lg \frac{3x - x^2}{x-1}}$
16.4. $y = \lg(x-1) + \arcsin \frac{x}{2}$	16.19. $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$
16.5. $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$	16.20. $y = \sqrt{(1/3)^{3x-7} - 1}$

16.6. $y = \sqrt{9 - x^2} + \lg \frac{x+1}{x-2}$	16.21. $y = \sqrt{4^{3x-1} - \frac{1}{4}}$
16.7. $y = \lg \frac{x+6}{x^2 - 4x + 3}$	16.22. $y = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{7}\right)^{5-3x}}$
16.8. $y = \arccos \frac{2x-3}{5}$	16.23. $y = \sqrt{2^{2x-3} - 1}$
16.9. $y = \operatorname{arctg} \frac{3-x}{x^2 - 4}$	16.24. $y = \lg(5^{x+10} - 5^{x^2})$
16.10. $y = \arccos \frac{2x}{x^2 + 3}$	16.25. $y = \log_{\frac{x-1}{x+3}} 2$
16.11. $y = \sqrt{3-x} + \arccos \frac{x-2}{3}$	16.26. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{x-1}$
16.12. $y = \sqrt{\frac{x-3}{1-3x+2x^2}}$	16.27. $y = \log_{ x -4} 2$
16.13. $y = \arccos \frac{2x}{1+x}$	16.28. $y = \sqrt[6]{x+x^2-2x^3}$
16.14. $y = \lg \frac{x^2 - 3x + 2}{x+1}$	16.29. $y = \sqrt[4]{x- x } + \lg(x+2)$
16.15. $y = \sqrt{2^x - 3^x}$	16.30. $y = \lg(1 - \sqrt{4 - x^2})$

Задание 17. Найти наименьший положительный период.

17.1. а) $y = \cos(\pi x)$; б) $y = \operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$; в) $y = \sin(2x) + \operatorname{ctg}(4x)$	17.16. а) $y = \sin(3x)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$; в) $y = \cos(4x) + \operatorname{tg}(2x)$
17.2. а) $y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg}(4x)$; в) $y = \sin(4x) + \operatorname{tg}(8x)$	17.17. а) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg}(5x)$; в) $y = \sin(2x) + 2\operatorname{ctg}(4x)$
17.3. а) $y = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(6x)$; в) $y = \cos(4x) - \operatorname{tg}(2x)$	17.18. а) $y = \cos\left(6x + \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(8x)$; в) $y = \sin(3x) + 3\operatorname{ctg}(6x)$
17.4. а) $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(6x)$; в) $y = 2\cos(3x) - \operatorname{ctg}(6x)$	17.19. а) $y = \cos(8x)$; б) $y = \operatorname{tg}\left(6x - \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = \sin(5x) + 2\operatorname{ctg}(10x)$
17.5. а) $y = \sin(5x)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(8x + \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = 2\cos(4x) - \operatorname{tg}(8x)$	17.20. а) $y = \cos(4x)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)$; в) $y = \sin(3x) + 2\operatorname{tg}(6x)$
17.6. а) $y = \sin(7x)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(6x + \frac{\pi}{4}\right)$; в) $y = \cos(3x) + \operatorname{tg}(6x)$	17.21. а) $y = \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(7x)$; в) $y = 2\sin(3x) + \operatorname{ctg}(4x)$

<p>17.7. а) $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(8x)$; в) $y = \cos(6x) + 2\operatorname{ctg}(\pi x)$</p>	<p>17.22. а) $y = 2\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(4x)$; в) $y = \cos(3x) - \operatorname{ctg}(2x)$</p>
<p>17.8. а) $y = -\cos(2\pi x)$; б) $y = \operatorname{ctg}(6x)$; в) $y = 2\sin(6x) - \operatorname{tg}(3x)$</p>	<p>17.23. а) $y = \sin(7x)$; б) $y = \operatorname{tg}(\pi x)$; в) $y = \cos(\pi x) + \operatorname{ctg}(7x)$</p>
<p>17.9. а) $y = \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$; в) $y = \cos(7x) - 2\operatorname{tg}(2x)$</p>	<p>17.24. а) $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(2\pi x)$; в) $y = \sin(\pi x) + 2\operatorname{ctg}(3\pi x)$</p>
<p>17.10. а) $y = 2\cos(10x)$; б) $y = \operatorname{ctg}(4\pi x)$; в) $y = \sin(5x) + 2\operatorname{tg}(4x)$</p>	<p>17.25. а) $y = 3\sin(6x)$; б) $y = \operatorname{ctg}(3\pi x)$; в) $y = \cos(5x) - \operatorname{tg}(10x)$</p>
<p>17.11. а) $y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = 2\operatorname{tg}(3\pi x)$; в) $y = \cos(7x) - \operatorname{ctg}(14x)$</p>	<p>17.26. а) $y = 4\sin\left(7x + \frac{\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(6\pi x)$; в) $y = \cos(4x) - \operatorname{ctg}(12x)$</p>
<p>17.12. а) $y = 2\sin(14x)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi x}{2}\right)$; в) $y = \cos(7x) + 2\operatorname{tg}\left(\frac{5x}{2}\right)$</p>	<p>17.27. а) $y = \sin\left(6x - \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi x}{2}\right)$; в) $y = \cos(3x) - \operatorname{ctg}(6x)$</p>

17.13. а) $y = \cos\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{tg}(7\pi x)$; в) $y = 2\sin(5x) + \operatorname{ctg}(6x)$	17.28. а) $y = 4\sin(3x)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(3\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = \cos(4x) + 2\operatorname{tg}(10x)$
17.14. а) $y = 3\cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg}(2\pi x)$; в) $y = \sin(12x) - \operatorname{tg}(6x)$	17.29. а) $y = 2\sin(7x)$; б) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{9\pi x}{2}\right)$; в) $y = \cos(12x) + 2\operatorname{ctg}(9x)$
17.15. а) $y = 2\sin\left(11x + \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{9\pi x}{2}\right)$; в) $y = \cos(6x) + 2\operatorname{tg}(12x)$	17.30. а) $y = 4\sin\left(7x - \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg}(7\pi x)$; в) $y = \cos(\pi x) + \operatorname{tg}(3\pi x)$

Задание 18. Исследовать на непрерывность данную функцию. Найти точки разрыва и указать их характер. Построить схематично график данной функции.

18.1. $y = \begin{cases} x+1, & x < 1, \\ x^2+x, & 1 \leq x \leq 2, \\ -\frac{1}{4}x-1, & x > 2 \end{cases}$	18.16. $y = \begin{cases} 2x+2, & x < 2, \\ x^2+x, & 2 \leq x \leq 4, \\ -\frac{1}{32}x+1, & x > 4 \end{cases}$
--	---

18.2. $y = \begin{cases} 3x + 3, & x < 3, \\ x^3, & 3 \leq x \leq 4, \\ \frac{64}{x}, & x > 4 \end{cases}$	18.17. $y = \begin{cases} 4x + 4, & 1 < x \leq 2, \\ x^2 + 3, & 2 < x \leq 3, \\ \frac{1}{x}, & x > 3 \end{cases}$
18.3. $y = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 2, \\ 2^{-x}, & 2 < x < 3, \\ x^2, & x \geq 3 \end{cases}$	18.18. $y = \begin{cases} 6x + 6, & x < 6, \\ x^2 + 3, & 6 \leq x < 10, \\ 2^{-x}, & x \geq 10 \end{cases}$
18.4. $y = \begin{cases} 7x + 7, & x \leq 7, \\ x^2 + x, & 7 < x \leq 14, \\ -\frac{x}{8}, & x > 14 \end{cases}$	18.19. $y = \begin{cases} 3x - 1, & x < -1, \\ x^2 - 5, & -1 \leq x < 2, \\ 3^x, & x \geq 2 \end{cases}$
18.5. $y = \begin{cases} x^2, & x < 3, \\ 9x - 18, & 3 \leq x < 4, \\ e^{-x}, & x \geq 4 \end{cases}$	18.20. $y = \begin{cases} 10x + 10, & x < 10, \\ x^2 + x, & 10 \leq x \leq 20, \\ \frac{40}{x} + 2^x, & x > 20 \end{cases}$

18.6. $y = \begin{cases} 5x - 3, & x < 0, \\ 3x^2 - 3, & 0 < x < 1, \\ \frac{1}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$	18.21. $y = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$
18.7. $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0, \\ \frac{1}{x^2}, & 0 < x < 1, \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$	18.22. $y = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 1, \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$
18.8. $y = \begin{cases} 3^{-x}, & x \leq 1, \\ 2x + 1, & 1 < x < 2, \\ x^2 + 2, & x \geq 2 \end{cases}$	18.23. $y = \begin{cases} \ln x, & x \leq 2, \\ 2x - 1, & 2 < x < 3, \\ x^2 - 4, & x > 3 \end{cases}$
18.9. $y = \begin{cases} \sin x, & x < 1, \\ x \cdot \sin 1, & 1 < x < 2, \\ x^2, & x \geq 2 \end{cases}$	18.24. $y = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0, \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2^{-x}, & x > 1 \end{cases}$

18.10. $y = \begin{cases} \frac{2x+1}{x^2-1}, & x < 1, \\ \frac{\sin x}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$	18.25. $y = \begin{cases} \frac{3x}{x+1}, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$
18.11. $y = \begin{cases} 2x+3, & x < 1, \\ x^2+1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2^x, & x > 2 \end{cases}$	18.26. $y = \begin{cases} 3x-1, & x \leq 2, \\ x^2+1, & 2 < x < 3, \\ 2^x+2, & x \geq 3 \end{cases}$
18.12. $y = \begin{cases} \frac{3}{x}, & x < 0, \\ 2^x, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^2+1, & x > 1 \end{cases}$	18.27. $y = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x < 2, \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$
18.13. $y = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x}, & x < 0, \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1, \\ 2, & x > 1 \end{cases}$	18.28. $y = \begin{cases} 2x, & x < 0, \\ \frac{\sin 3x}{x}, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}, \\ 2^{-x}, & x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$

18.14. $y = \begin{cases} 3x, & x \leq 0, \\ \frac{\sin x}{x} - 1, & 0 < x \leq 1, \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$	18.29. $y = \begin{cases} 3x + 1, & x < 0, \\ \frac{\sin x}{x}, & 0 \leq x \leq \pi, \\ x^2 - \pi^2, & x > \pi \end{cases}$
18.15. $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0, \\ 2^x, & 0 \leq x < 1, \\ x^2 + 1, & 1 < x \leq 3 \end{cases}$	18.30. $y = \begin{cases} \frac{1}{x} + x, & x < 0, \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi, \\ x - \pi, & x \geq \pi \end{cases}$

Кафедра высшей математики
РГРТУ