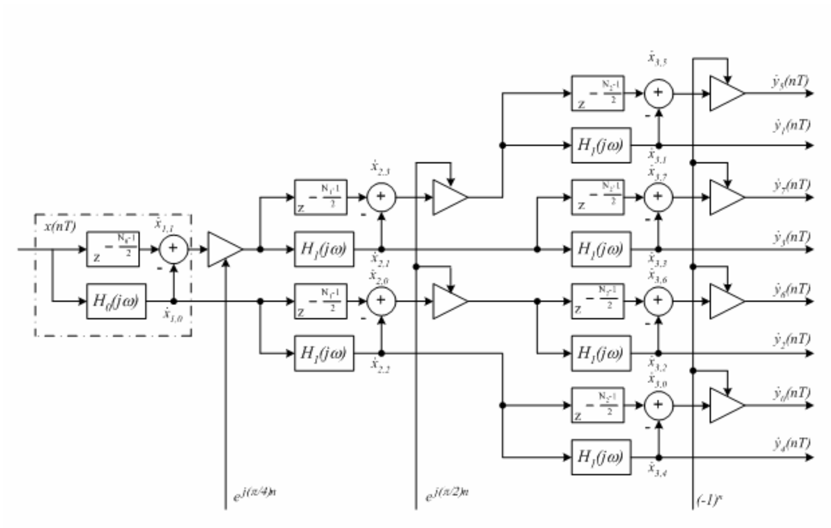
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.В. ВИТЯЗЕВ, А.А. ЗАЙЦЕВ

ОСНОВЫ МНОГОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Учебное пособие



Рязань 2006

УДК 621.372.542

Основы многоскоростной обработки сигналов: Учеб. пособие. Ч. 2 / В.В. Витязев, А.А. Зайцев; Рязан. гос. радиотехн. ун-т Рязань, 2006. 104 с.

Рассматриваются методы синтеза цифровых систем анализа-синтеза сигналов на основе многоскоростной обработки с применением эффектов прореживания по времени и по частоте. Приводятся классификация и описание методов синтеза банков цифровых фильтров-демодуляторов и наборов полосовых фильтров. Представлена методика оптимального проектирования цифровых систем частотной селекции сигналов. Формулируется постановка задачи прямого и обратного оптимального проектирования на цифровых сигнальных процессорах заданного семейства. Описание методов синтеза и методики оптимального проектирования сопровождается примерами расчета.

Предназначено для студентов дневного отделения, обучающихся по специальностям: 210402 – «Средства связи с подвижными объектами» и 220201 – «Управление и информатика в технических системах». Может быть полезно студентам и аспирантам всех радиотехнических и телекоммуникационных специальностей.

Табл. 13. Ил. 30. Библиогр.: 22 назв.

Сигнал, фильтрация, децимация, интерполяция, метод, алгоритм, оптимизация, цифровая, многоскоростная, оптимальное проектирование.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра телекоммуникаций и основ радиотехники РГРТУ (зам. зав. кафедрой, канд. техн. наук С.Л. Соколов)

В и т я з е в Владимир Викторович
З а й ц е в Алексей Анатольевич
Основы многоскоростной обработки сигналов
Редактор М.Е. Цветкова
Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать .Формат бумаги 60 х 84 1/16.
Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 6,5.
Уч.-изд. л. 6,5. Тираж 50 экз. Заказ
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Цифровые системы частотной селекции сигналов с прореживанием по времени и по частоте

1.1. Цифровые системы анализа-синтеза и банки фильтров: постановка задачи, подходы к решению

Цифровые системы анализа-синтеза сигналов и разделители каналов, как было показано в части 1 настоящего учебного пособия [1], строятся на базе однотипных подсистем — набора цифровых полосовых фильтров с равноразнесенными центральными частотами. Из всего множества возможных реализаций подсистем анализа-синтеза, состоящих из набора полосовых фильтров, выделим одну, в одинаковой степени ориентированную на построение как полосных вокодеров, так и трансмультиплексоров — преобразователей вида уплотнения каналов. Общую структурную схему цифровой подсистемы анализа-синтеза, опираясь на введенные ранее понятия и обозначения в [1], представим в виде, показанном на рис. 1.1. Подсистема анализа содержит M цифровых фильтров-демодуляторов (ЦФДМ) и M компрессоров, понижающих частоту дискретизации в ν раз, а подсистема синтеза — M экспандеров, повышающих частоту дискретизации в ν раз, M цифровых фильтров-модуляторов (ЦФМ) и смеситель (См), объединяющий выходы отдельных каналов в общий выход подсистемы.

Входной сигнал $x(nT_1)$ подсистемы анализа состоит из M равноразнесенных по частоте компонент, каждая из которых выделяется квадратурным однополосным фильтром, настроенным на соответствующую полосу частот, и трансформируется в НЧ область с помощью квадратурного демодулятора. Полученная на выходе i-го фильтра-демодулятора комплексная огибающая $\dot{y}_i(nT_1)$ i-й компоненты, занимающая относительно узкую полосу частот, подвергается процедуре прореживания отсчетов сигнала посредством компрессора частоты дискретизации.

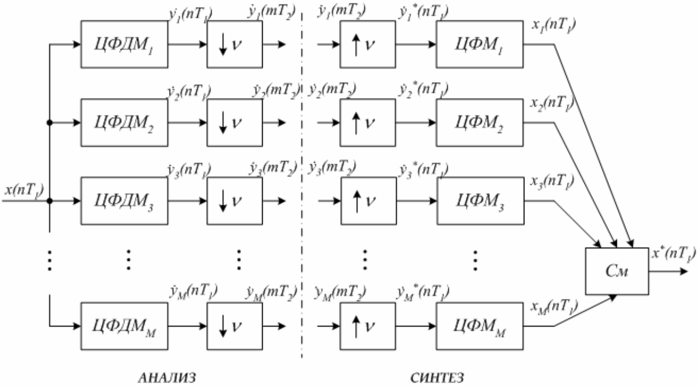


Рис. 1.1. Общая структура подсистемы анализа-синтеза

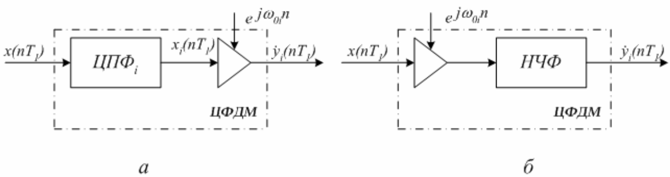


Рис. 1.2. Структурная схема цифрового фильтра-демодулятора с использованием: а — квадратурного однополосного фильтра; б — предварительной трансформации в НЧ область

Структура ЦФДМ, построенная на базе квадратурного однополосного фильтра (рис. 1.2, а), является не единственным решением проблемы совмещения операций частотной селекции и демодуляции узкополосного сигнала. В представленном на рис. 1.2, б варианте построения структуры ЦФДМ частотной селекции i -й компоненты предшествует преобразование спектра входного сигнала $x(nT_1)$ посредством умножения его текущих отсчетов на комплексную функцию $e^{j\omega_{0i}n}$. Эта операция трансформирует полосу частот i -й компоненты входного сигнала в НЧ область, а последующий двухканальный НЧ фильтр (НЧФ) выделяет комплексную огибающую i -й компоненты $\dot{y}_i(nT_1)$. Важным достоинством структуры ЦФДМ с предварительной трансформацией спектра входного сигнала является сведение задачи полосовой фильтрации к задаче НЧ фильтрации: вместо M различных полосовых фильтров в каждом канале используется один и тот же НЧ фильтр. Однако подобный подход не всегда дает положительный эффект. Если полосовые фильтры всех M каналов имеют общий вход и работают с одной и той же последовательностью входных данных $x(nT_1)$, а следовательно, могут иметь общую память данных (при синтезе в классе КИХ-цепей – цепей с конечной импульсной характеристикой), то НЧ фильтры работают с различными последовательностями комплексных входных данных и соответственно реализация всей подсистемы анализа потребует $2M$ -кратного увеличения емкости оперативной памяти данных. С другой стороны, подсистема анализа, построенная на базе квадратурных однополосных фильтров, требует $2M$ -кратного увеличения емкости памяти коэффициентов, а в отдельных случаях, как следствие, и всей емкости памяти программ. Поэтому выбор схемы построения набора ЦФДМ зависит от условий конкретной технической реализации: в одних случаях более жестким оказывается ограничение на емкость оперативной памяти данных, в других — на емкость памяти программ и коэффициентов.

Сигнал $\dot{y}_i(mT_2)$ на входе i -го канала подсистемы синтеза является по существу прореженной комплексной огибающей i -й частотной компоненты формируемого сигнала $x^*(nT_1)$. Повышение частоты дискретизации комплексной огибающей $\dot{y}_i(mT_2)$ по каждому i -му каналу выполняется экспандером частоты дискретизации путем простого добавления $(\nu-1)$ нулей между двумя соседними отсчетами. Далее с помощью цифрового фильтра-модулятора ЦФМ$_i$, работающего на повышенной в ν раз частоте дискретизации ($f_{кв1} = \nu f_{кв2}$), осуществляется интерполяция отсчетов комплексной огибающей $\dot{y}_i(nT_1)$ каждой i -й компоненты выходного сигнала. Полученные значения комплексной огибающей $\dot{y}_i^*(nT_1)$ используются для модулирования «поднесущей» частоты ω_{0i}, $i=\overline{1,M}$, и формирования M равноразнесенных по частоте компонент $x_i(nT_1)$ синтезируемого сигнала $x^*(nT_1)$.

Заметим, что общая структура подсистемы синтеза является дуальной по отношению к структуре подсистемы анализа: одна подсистема получается из другой путем зеркального отображения и изменения направления движения потоков данных на противоположное. Поэтому при исследовании методов построения подсистем анализа-синтеза достаточно ограничиться только одним типом подсистем. В дальнейшем наше внимание будет сосредоточено на исследовании эффективных способов построения подсистем анализа сигналов по двум основным причинам. Во-первых, подсистемы анализа имеют более широкую область применения (достаточно назвать анализаторы спектра и панорамные приемники) и непосредственно отвечают целям и задачам частотной селекции сигналов. Во-вторых, при описании дуальных систем анализа-синтеза в работах других авторов [2, 3, 4] значительно большее внимание уделялось построению подсистем синтеза сигналов.

Задача построения M -канального частотного селектора сигналов (подсистемы анализа) состоит в разработке эффективной структуры набора из M цифровых фильтров-демодуляторов с равноразнесенными центральными частотами полосы пропускания. Считаются заданными частота дискретизации входного сигнала $f_{кв1}$ и требования частотной избирательности, которые являются однотипными для всех фильтров и описываются следующей совокупностью параметров: показателем узкополосности β ; показателем прямоугольности АЧХ α ; допустимой неравномерностью АЧХ в полосе пропускания $\varepsilon_{1доп}$; допустимым уровнем боковых лепестков в зоне непрозрачности $\varepsilon_{2доп}$ [1].

Проблема заключается в поиске такой структуры набора фильтров-демодуляторов, которая бы не только обеспечивала воспроизведение с заданной точностью требуемых характеристик по каждому частотному каналу, но и отличалась наилучшими показателями в смысле минимизации общих аппаратных затрат, т.е. решала бы поставленную задачу частотной селекции при наименьшем количестве параллельно работающих процессоров обработки сигналов и наименьшем числе СБИС памяти программ и данных.

Описание и сравнительный анализ различных методов синтеза M -канального цифрового частотного селектора сигналов проведем для заданных форм представления спектральной структуры входного сигнала, ориентируясь на четыре конкретных примера (рис. 1.3).

Пример 1. Частота дискретизации входного действительного сигнала $f_{кв1}$ = 10 кГц. Число каналов M = 16. Каждый фильтр-демодулятор ЦФДМ$_i$ относительно центральной частоты $\omega_{0i} = i\pi / M - \pi / 2M$, $i = \overline{1, M}$, имеет следующие параметры частотной избирательности: показатель прямоугольности АЧХ α =0,5; показатель узкополосности $\beta = 8M$ =128; допустимые значения отклонений АЧХ $\varepsilon_{1доп} = 10^{-2}$; $\varepsilon_{2доп} = 10^{-3}$.

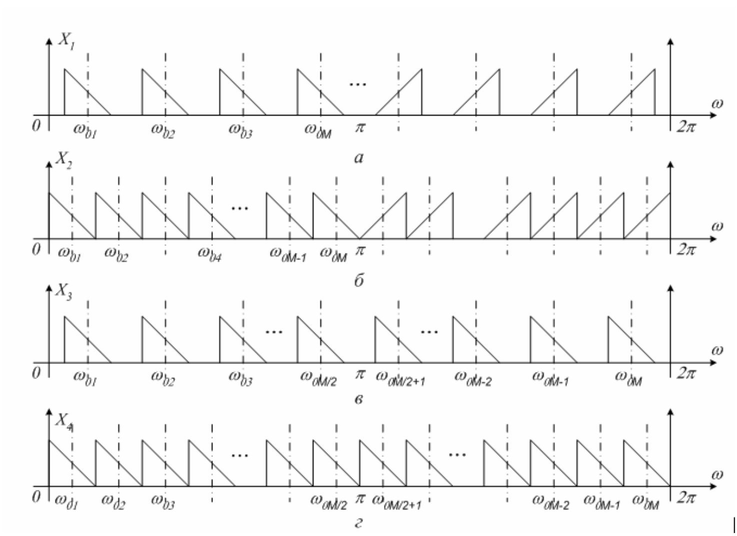


Рис. 1.3. Спектральная форма представления M -компонентного входного сигнала: а — действительный сигнал с защитным интервалом между каналами; б — то же, без защитного интервала между каналами; в — комплексный сигнал с защитным интервалом между каналами; г — то же, без защитного интервала между каналами

Пример 2. Частота дискретизации входного действительного сигнала $f_{кв1}$ = 10 кГц. Число каналов M = 32. Каждый фильтр-демодулятор ЦФДМ$_i$ относительно центральной частоты $\omega_{0i} = i\pi / M - \pi / 2M$, $i = \overline{1, M}$, имеет следующие параметры частотной избирательности: показатель прямоугольности АЧХ α =10; показатель узкополосности $\beta = 4(1 + 1/2a)M = 42M = 134{,}4$; допустимые значения отклонения АЧХ $\varepsilon_{1доп} = 10^{-2}$; $\varepsilon_{2доп} = 10^{-3}$.

Пример 3. Частота дискретизации входного комплексного сигнала $f_{кв1}$ = 10 кГц. Число каналов M =32. Каждый фильтр-демодулятор ЦФДМ$_i$ относительно центральной частоты $\omega_{0i} = i2\pi / M - \pi / M$, $i = \overline{1, M}$, имеет следующие параметры частотной избирательности: показатель прямоугольности АЧХ α =0,5; показатель узкополосности

$\beta = 4M$ =128; допустимые значения отклонений АЧХ $\varepsilon_{1доп} = 10^{-2}$; $\varepsilon_{2доп} = 10^{-3}$.

Пример 4. Частота дискретизации входного комплексного сигнала $f_{кв1}$ = 10 кГц. Число каналов M =64. Каждый фильтр-демодулятор ЦФДМ$_i$ относительно центральной частоты $\omega_{0i} = i2\pi / M - \pi / M$, $i = \overline{1, M}$, имеет следующие параметры частотной избирательности: показатель прямоугольности АЧХ α =10; показатель узкополосности $\beta = 2(1 + 1/2a)M = 2{,}1M = 134{,}4$; допустимые значения отклонений АЧХ $\varepsilon_{1доп} = 10^{-2}$; $\varepsilon_{2доп} = 10^{-3}$.

В примерах 1 и 2 строится система, работающая с действительным входным сигналом, M выделяемых компонент которого занимают полосу частот $0 \le \omega \le \pi$ (M составляющих, расположенных в полосе частот $\pi < \omega < 2\pi$ (рис. 1.3, а, б), являются зеркально-симметричными первой группе составляющих и, как следствие, информативно «избыточными»). Для примеров 1 и 3 предполагается, что между соседними частотными каналами имеется «защитный» интервал, ширина которого равна ширине полосы канала (рис. 1.3, а, в), а для примеров 2 и 4 «защитный» интервал занимает незначительную часть полосы канала, что позволяет вдвое увеличить число каналов в том же диапазоне рабочих частот (рис. 1.3, б, г). В примерах 3 и 4 строится система, работающая с комплексным входным сигналом, M выделяемых компонент которого занимают всю полосу частот $0 \le \omega \le 2\pi$. Это обстоятельство дает возможность увеличить вдвое общее число частотных каналов при прочих равных условиях.

Различные методы построения структуры M-канальной системы частотной селекции сигналов отличаются различной эффективностью с позиции минимизации общих вычислительных и аппаратных затрат с ростом числа каналов M. С целью иллюстрации зависимостей оценок затрат на реализацию системы от числа каналов M каждый из представленных выше примеров будет рассмотрен дополнительно для случая увеличения числа M в 32 раза.

Поскольку решается задача синтеза набора из M однотипных фильтров, естественно предположить, что затраты на реализацию всей системы будут расти с ростом числа каналов M. Вопрос только состоит в том, с каким коэффициентом пропорциональности и в какой зависимости от числа каналов M будут расти эти затраты по отношению к затратам на реализацию одного фильтра. Ответ на этот вопрос дают оценки вычислительных затрат и емкости памяти данных, полученные для различных методов синтеза набора фильтров-демодуляторов в известных работах [2, 5, 6, 7]. В настоящей главе дается обобщение этих работ с позиции общей методики анализа, принятой в [1].

Множество подходов к решению задачи построения системы цифровой частотной селекции сигналов (фактически набора фильтров-демодуляторов в рассматриваемом случае) можно разделить на два класса: методы синтеза во временной области и методы синтеза в частотной области (рис. 1.4). При синтезе во временной области каждый фильтр-демодулятор ЦФДМ$_i$, $i = \overline{1, M}$, реализуется по одной из структур, представленных на рис. 1.2, как обычный полосовой или НЧ фильтр с импульсной характеристикой $h_i(nT_1)$, обеспечивающей воспроизведение заданной функции передачи $H_i(\omega)$ (синтез рассматривается только в классе КИХ-цепей). При синтезе в частотной области разделению каналов предшествует операция перехода из временной области в частотную с помощью дискретного преобразования Фурье.

Рис. 1.4. Методы синтеза системы цифровой частотной селекции сигналов

Прямая параллельная форма построения системы характеризуется тем, что фильтр-демодулятор каждого i-го канала реализуется независимо от других каналов как отдельный фильтр с заданными свойствами частотной избирательности. Так как предполагается, что на выходе фильтра частота дискретизации понижается в ν раз, общая структура построения каждого i-го отдельно взятого канала системы полностью совпадает со структурой построения полосового фильтра-дециматора.

При этом для построения структуры фильтра-демодулятора (в дальнейшем будем подразумевать без дополнительного упоминания, что ЦФДМ строится с понижением частоты дискретизации выходного сигнала в ν раз) может быть использован любой из эффективных методов синтеза, рассмотренный в [1]. (Это прежде всего относится к структуре ЦФДМ, представленной на рис. 1.2, б, которая позволяет свести задачу полосовой фильтрации к задаче НЧ фильтрации и, как следствие, — к простому способу построения многоступенчатых структур). Очевидно, что затраты, связанные с реализацией прямой параллельной формы построения системы, пропорциональны числу каналов M и тем меньше, чем более эффективна в смысле минимизации затрат структура отдельно взятого фильтра-демодулятора.

Многоступенчатая форма построения системы развивает идею многоступенчатости структуры одиночного фильтра-дециматора с последовательным понижением частоты дискретизации на случай реализации параллельного набора фильтров-демодуляторов. Общая структура системы приобретает пирамидальный вид. В вершине пирамиды используется набор из небольшого числа $M_1 << M$ широкополосных фильтров предварительной селекции, разбивающих весь диапазон рабочих частот на ряд поддиапазонов. Каждый из поддиапазонов, трансформируемый в область низких частот, после понижения частоты дискретизации выходного сигнала фильтров предварительной селекции вновь разбивается на ряд более узких поддиапазонов, и, наконец, набор из M относительно простых фильтров-демодуляторов, работающих на предельно низкой частоте дискретизации в основании пирамиды, доводит процесс обработки до логического конца — разделения всего диапазона рабочих частот на M полос с выделением по каждому i-му каналу, $i = \overline{1, M}$, прореженной в ν раз комплексной огибающей i-й компоненты входного сигнала. Как будет показано далее, использование многоступенчатой формы построения системы частотной селекции сигналов позволяет заметно уменьшить общие затраты на реализацию, несмотря на введение дополнительных каскадов предварительной обработки, требующих «дополнительных» затрат.

Полифазная форма построения системы с применением ДПФ-преобразования (дискретного преобразования Фурье) является по существу эффективным способом реализации прямой параллельной формы, позволяющим операцию разделения частотных каналов свести к алгоритму ДПФ, а функцию спектрального окна преобразования (форму частотных характеристик фильтров-демодуляторов) задавать с помощью параллельного набора полифазных фильтров.

Синтез в частотной области предполагает использование тех же подходов, что и синтез во временной области. Отличие заключается в том, что для реализации набора ЦФДМ применяются алгоритм двойного отображения с помощью БПФ-преобразования (быстрого преобразования Фурье) и метод усечения боковых лепестков в зоне непрозрачности фильтра [5]. Особое место среди методов синтеза в частотной области занимает подход к построению структуры системы частотной селекции сигналов с позиции кратковременного анализа Фурье [8]. В рамках этого подхода M -канальная система частотной селекции интерпретируется как M -канальный анализатор Фурье, форма спектрального окна которого определяется заданной формой частотной характеристики фильтров-демодуляторов, а значения коэффициентов Фурье на выходе каждого из каналов вычисляются по N -мерным (где N — порядок фильтра) перекрывающимся выборкам входного сигнала в темпе, определяемом частотой дискретизации на выходе системы. Если операцию, связанную с формированием спектрального окна ДПФ-преобразования, возложить на набор полифазных фильтров предварительной обработки, то полученная структура будет в точности совпадать с полифазной формой построения системы во временной области с применением ДПФ-преобразования.

1.2. Методы синтеза структуры банка фильтров – демодуляторов во временной области

1.2.1. Прямая параллельная форма

Рассмотрим последовательно известные подходы к решению поставленной задачи синтеза по классификационной схеме, принятой на рис. 1.4.

Возможны два варианта построения прямой параллельной формы M -канальной системы частотной селекции сигналов. По первому варианту построения системы (рис. 1.5, а) i -я полоса частот выделяется с помощью квадратурного однополосного фильтра с импульсной характеристикой $h_i(nT_1) = h(nT_1)e^{j\omega_{0i}n}$, где $h(nT_1)$ — импульсная характеристика эквивалентного по свойствам частотной избирательности низкочастотного фильтра, и трансформируется в НЧ область. Частота дискретизации комплексной огибающей на выходе i -го канала

$\dot{y}_i(mT_2)$ уменьшается в ν раз: $T_2 = \nu T_1$. Операция преобразования частот аналогично выполняется для всех M каналов. По второму варианту построения системы i-я полоса частот предварительно трансформируется в НЧ область посредством квадратурной «демодуляции» входного сигнала относительно i-й центральной частоты ω_{oi}, $i = \overline{1, M}$, и затем выделяется с помощью одноступенчатой (рис. 1.5, б) или многоступенчатой (рис. 1.5, в) структуры низкочастотного фильтра-дециматора с общим коэффициентом прореживания отсчетов комплексной огибающей $\dot{y}_i(mT_2)$, равным $\nu = T_2 / T_1$. В зависимости от принятого способа построения многоступенчатой структуры фильтра-дециматора в каждом отдельно взятом канале возможно достижение различной степени эффективности общей структуры системы в смысле минимизации вычислительных затрат и емкости памяти.

В соответствии с принятыми ранее критериями оценки вычислительных затрат R_T и емкости памяти данных S общие затраты на реализацию M-канальной системы по варианту 1 составят

$$R_T = (2N + 4)\frac{f_{кв1}}{\nu}M \;;\quad S = N\,, \tag{1.1}$$

где N — порядок фильтра-демодулятора. Порядок N может быть оценен по следующему выражению:

$$N = \alpha\beta L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \approx -\frac{2}{3}\alpha\beta \lg(10\varepsilon_1\varepsilon_2)\,,$$

устанавливающему его зависимость от параметров частотной избирательности фильтра [1].

Для двухступенчатой структуры фильтра-демодулятора с использованием параллельной формы построения общие вычислительные затраты в единицу времени R_T и затраты памяти S на реализацию M-канальной системы по варианту 2 составят

$$R_T = \left[(2N_1 + 2\nu_1) + \frac{2N_2}{\nu_2}\right]\frac{f_{кв1}}{\nu_1}M \;;\quad S = \left(\frac{2N_1}{\nu_1} + \frac{2N_2}{\nu_2}\right)M \tag{1.2}$$

где N_1, ν_1 — порядок фильтра-демодулятора и коэффициент прореживания первой ступени преобразования; N_2, ν_2 —порядок фильтра-демодулятора и коэффициент прореживания второй ступени преобразования соответственно.

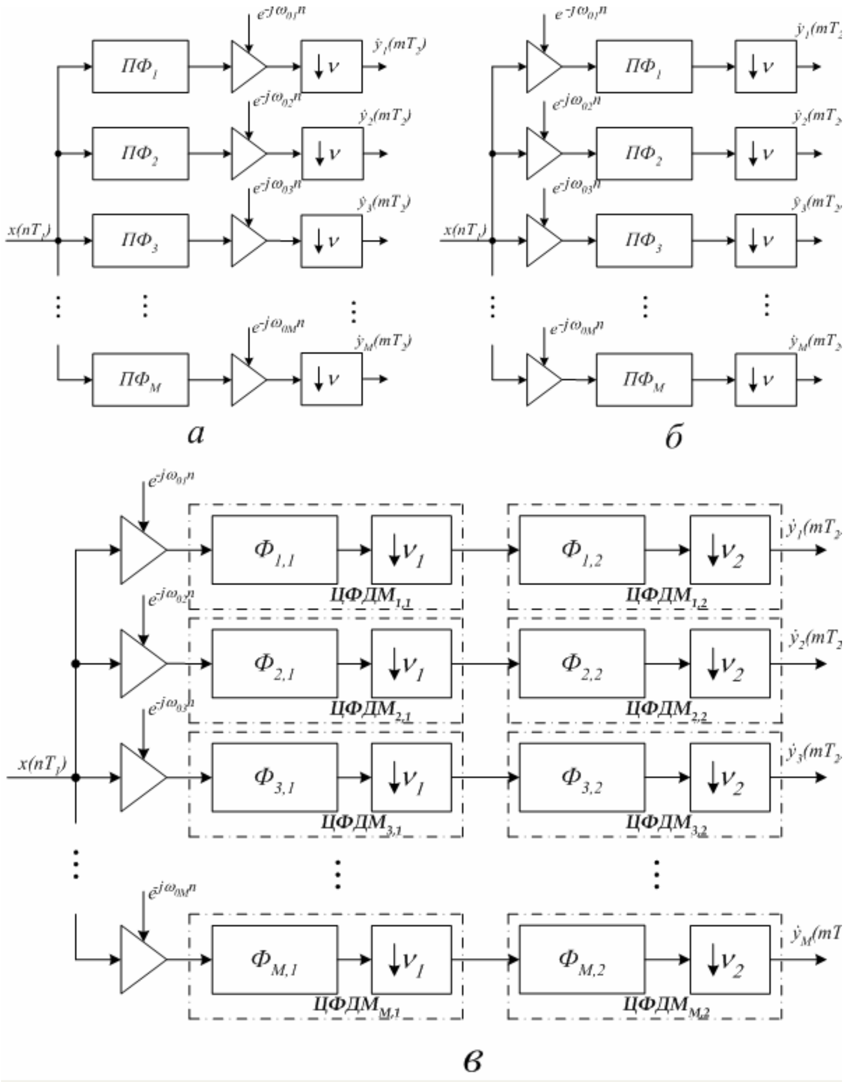


Рис. 1.5. Прямая параллельная форма построения М-канальной системы цифровой частотной селекции сигналов на основе:
а — однополосных фильтров; б — одноступенчатой структуры НЧ фильтров; в — двухступенчатой структуры НЧ фильтров

Параметры N_1, N_2, ν_1 и ν_2 являются взаимозависимыми. Порядок фильтра-демодулятора первой ступени преобразования запишем в виде следующей функциональной зависимости от коэффициента прореживания ν_1 [1]:

$$N_1 = \frac{\nu_1\beta}{\beta - 2\nu_1} L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right), \tag{1.3}$$

а порядок фильтра-демодулятора второй ступени — в виде:

$$N_2 = \frac{\alpha\beta}{\nu_1} L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right). \tag{1.4}$$

Подставив (1.3) и (1.4) в выражения (1.2) с учетом тождества $\nu_1\nu_2 = \nu$ для значений порядка $N_1 >> \nu_1$, получим с достаточной степенью приближения

$$R_T^* = 2\left(\frac{1}{\beta - 2\nu_1} + \frac{\alpha}{\nu_1\nu}\right)\beta L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right) f_{\kappa в 1} M \ ; \tag{1.5}$$

$$S = 2\left(\frac{1}{\beta - 2\nu_1} + \frac{\alpha}{\nu}\right)\beta L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right) M \ . \tag{1.6}$$

Поиск оптимального аналитического решения по критерию минимума вычислительных затрат (1.5) приводит к следующему квадратичному уравнению относительно искомого значения коэффициента прореживания ν_1:

$$2(\nu - 2\alpha)\nu_1^2 + 4\alpha\beta\nu_1 - \alpha\beta^2 = 0 . \tag{1.7}$$

Решение уравнения (1.7) в форме

$$\nu_{1opt} = \frac{\sqrt{8\nu\alpha} - 4\alpha}{4(\nu - 2\alpha)}\beta \tag{1.8}$$

позволяет выбрать квазиоптимальное целочисленное значение коэффициента прореживания ν_1, одновременно отвечающее ограничению: ν / ν_2 — целое число.

Используя полученные выражения (1.1), (1.5), (1.6) и (1.8), произведем оценку затрат на реализацию прямой параллельной формы построения M-канальной системы по вариантам 1 и 2 для значений параметров частотной избирательности, принятых в примерах 1 — 4. Результаты расчета представим в форме табл. 1.1 и 1.2. При решении задачи синтеза системы предполагалось, что в зависимости от спектральной формы представления входного сигнала (рис. 1.3) коэффициент прореживания ν связан с числом частотных каналов M соотношениями $\nu = 2M$ — для действительного сигнала; $\nu = M$ — для комплексного сигнала.

Таблица 1.1

Оценка затрат	Действительный сигнал				Комплексный сигнал			
	$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$		$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$	
	M-16	*M-512*	*M-32*	*M-1024*	*M-32*	*M-1024*	*M-64*	*M-2048*
R_T, *млн. оп/с*	1,73	54,7	35,7	1148	3,46	109,4	71,4	2296
S, *ячеек памяти*	171	5468	3589	114831	171	5468	3589	114831

Таблица 1.2

Оценка затрат	Действительный сигнал				Комплексный сигнал			
	$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$		$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$	
	M -16	*M-512*	*M-32*	*M-1024*	*M-32*	*M-1024*	*M-64*	*M -2048*
R_T, *млн. оп/с*	1,51	31,25	4,71	71,6	2,56	62,5	9,42	143
S, *ячеек памяти*	289	8911	4208	130107	578	17823	8416	260214

Сопоставляя результаты расчета, полученные для двухступенчатой оптимальной структуры с одноступенчатым вариантом реализации, можно сделать следующие выводы:

– переход к двухступенчатой структуре не дает заметного выигрыша в минимизации вычислительных затрат при малых значениях показателя прямоугольности АЧХ фильтров-демодуляторов ($\alpha \le 1$) и поэтому нецелесообразен;

– с увеличением значения показателя прямоугольности АЧХ эффективность двухступенчатой структуры стремительно нарастает и при $\alpha \ge 10$ дает десятикратный выигрыш по числу операций в единицу времени, требуя незначительного увеличения емкости памяти данных.

1.2.2. Прямая параллельная форма с предварительным преобразованием

В рассмотренных выше вариантах построения системы цифровой частотной селекции сигналов не учитывались ее специфические особенности, связанные с однотипностью характеристик и равномерным расположением центральных частот полос пропускания отдельных каналов. Реализация каждого частотного канала рассматривалась независимо от других каналов. Известны два подхода, использующие дополнительные преобразования для повышения эффективности построения систем частотной селекции сигналов с равномерным расположением частотных каналов. Первый [9] предполагает подключение на входе системы двухканального цифрового гребенчатого фильтра (ЦГФ) в качестве каскада предварительной обработки, обеспечивающего заданную прямоугольность АЧХ ($\alpha >> 1$) одновременно всех частотных каналов. Второй [10] использует полифазную форму построения входного формирующего фильтра с последующим разделением частотных каналов по алгоритму ДПФ.

Рис. 1.6а иллюстрирует идею метода построения M-канальной системы цифровой частотной селекции сигналов с дополнительным преобразованием входного комплексного сигнала $\dot{x}(nT_1)$ посредством двухканального ЦГФ. Представим входной сигнал $\dot{x}(nT_1)$, спектр $X(\omega)$ которого содержит M субполос (M — четное число), в виде суммы двух комплексных сигналов $\dot{w}_1(nT_1)$ и $\dot{w}_2(nT_1)$. Спектр сигнала $\dot{w}_1(nT_1)$ содержит субполосы только с нечетными номерами, а спектр сигнала $\dot{w}_2(nT_1)$ — субполосы только с четными номерами. Для разделения сигнала $\dot{x}(nT_1)$ на составляющие $\dot{w}_1(nT_1)$ и $\dot{w}_2(nT_1)$ воспользуемся двухканальным ЦГФ, показатель прямоугольности АЧХ $H_0(\omega)$ которого $\alpha_{ЦГФ} = \alpha >> 1$ определяет заданные требования к частотной избирательности в переходной зоне соседних частотных каналов проектируемой системы. Принимая во внимание, что конечной целью построения системы является выделение M частотных составляющих $\dot{y}_i(mT_2)$, $i = \overline{1,M}$, с трансформацией их спектров в НЧ область, допустимо и целесообразно с позиции минимизации затрат на реализацию двухканального ЦГФ выполнить его по схеме, представленной на рис. 1.6а (в виде каскада предварительной обработки). В рассматриваемом варианте построения каждый канал ЦГФ реализуется с помощью одного и того же фильтра с действительной импульсной характеристикой вида

$$h_{ЦГФ}(nT_1)=\begin{cases} h_0(nT_1), & если\ \ n=\nu_0 m, \quad m=0,\ 1,\ 2,\ \dots; \\ 0, & если\ \ n\neq \nu_0 m, \end{cases}$$

где $h_0(nT_1)$ — импульсная характеристика НЧ фильтра, эквивалентного по свойствам частотной избирательности фильтру-демодулятору любого из M частотных каналов; ν_0 — коэффициент прореживания отсчетов импульсной характеристики ЦГФ ($\nu_0 = M$ — для действительного входного сигнала и $\nu_0 = M/2$ — для комплексного входного сигнала).

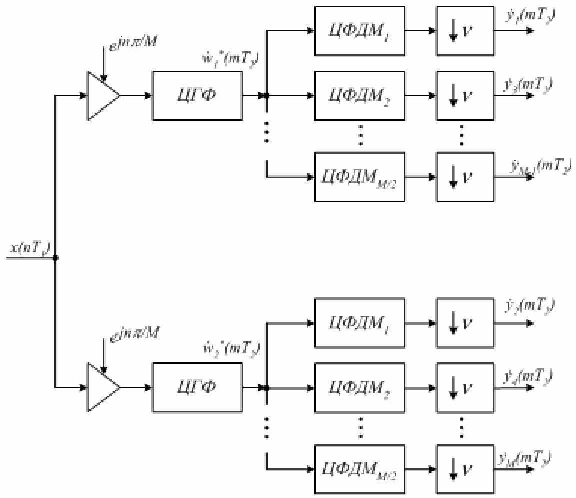


Рис. 1.6а. Прямая параллельная форма построения *M*-канальной системы с дополнительным преобразованием входного сигнала: структурная схема

По выходу первого канала ЦГФ выделяется составляющая $\dot{w}_1^*(nT_1)=\dot{w}_1(nT_1)e^{j\frac{\pi}{M}n}$, а по выходу второго — составляющая $\dot{w}_2^*(nT_1)=\dot{w}_2(nT_1)e^{-j\frac{\pi}{M}n}$, спектры которых $W_1^*(\omega)$ и $W_2^*(\omega)$ отличаются от спектров $W_1(\omega)$ и $W_2(\omega)$ сигналов $\dot{w}_1(nT_1)$ и $\dot{w}_2(nT_1)$ смещением на частоту $\omega = \pi / M$ и $\omega = -\pi / M$ соответственно.

Для последующего выделения $M/2$ субполос сигнала $\dot{w}_1^*(nT_1)$ и $M/2$ субполос сигнала $\dot{w}_2^*(nT_1)$ на втором этапе преобразований используются две однотипные $M/2$-канальные подсистемы частотной селекции со следующими параметрами частотной избирательности по каждому i-му каналу (рис. 1.6б): показатель прямоугольности АЧХ $\alpha_{ФДМ} = 0{,}5$; показатель узкополосности $\beta_{ФДМ} = 4M$ — для действительного сигнала и $\beta_{ФДМ} = 2M$ — для комплексного сигнала на входе системы; показатель частотной избирательности $L(\varepsilon_1/2, \varepsilon_2) \approx -2/3 \lg(10\varepsilon_1 / 2\, \varepsilon_2)$; коэффициент прореживания $\nu = 2M$ — для действительного сигнала и $\nu = M$ — для комплексного сигнала на входе системы. Введение предварительной фильтрации с помощью двухканального ЦГФ, как следует из анализа представленных выше параметров частотной избирательности, позволяет уменьшить порядок набора фильтров-демодуляторов каждой из подсистем в 2α раз.

Проведем оценку общих вычислительных затрат и емкости памяти данных на реализацию M-канальной системы с дополнительным преобразованием входного сигнала. Число операций умножения в единицу времени и число ячеек памяти данных на реализацию двухканального ЦГФ с учетом операций трансформации спектра частот принимают значения

$$R_{T_0} = \frac{2(N_0 + 4\nu_0)}{\nu_0} f_{кв1}; \quad S_0 = 4N_0, \tag{1.9}$$

где $N_0 = \alpha\beta L(\varepsilon_1/2, \varepsilon_2)$ — порядок ЦГФ, совпадающий с порядком фильтров-демодуляторов M-канальной системы, проектируемой без дополнительного входного преобразования.

Уменьшение в ν_0 раз вычислительных затрат на реализацию алгоритма предварительной обработки обусловлено «прореженностью» импульсной характеристики ЦГФ, а увеличение в 2 раза емкости памяти данных — использованием двухканального ЦГФ (рассматривается система с комплексным входным сигналом, емкость памяти данных которой в обычных условиях равна $2N_0$).

Оценки вычислительных затрат и емкости памяти данных на реализацию одной $M/2$-канальной подсистемы частотной селекции сигналов по одноступенчатой структуре с параллельными накопителями запишем в форме (1.1):

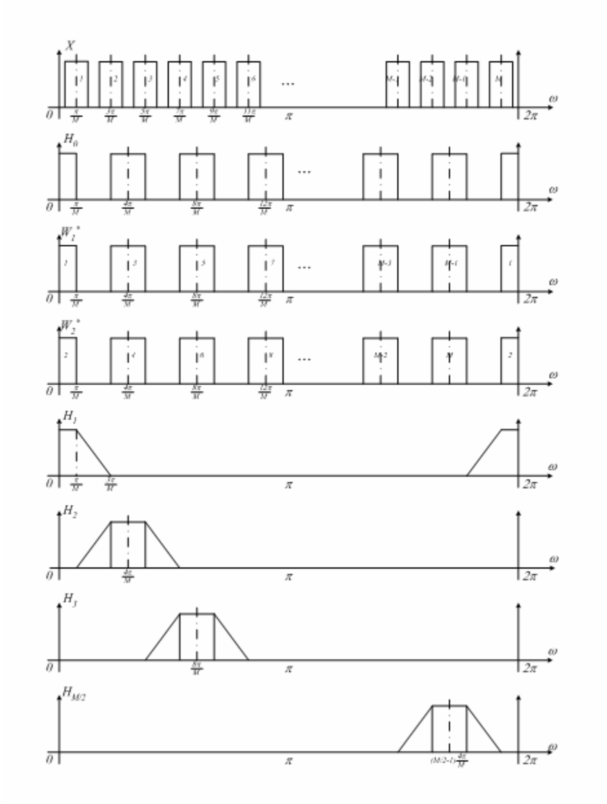


Рис. 1.6б. Прямая параллельная форма построения *M*-канальной системы с дополнительным преобразованием входного сигнала: иллюстрация способа разделения частотных каналов

$$R_{T_0} = 2(N_1 + 2\nu)\frac{f_{кв1}}{\nu}\frac{M}{2} = (N_1 + 2\nu)\frac{M}{\nu} f_{кв1}; \qquad (1.10)$$

$$S_1 = \frac{2N_1}{\nu}\frac{M}{2} = \frac{N_1}{\nu} M \ ,$$

где порядок $N_1 = 0{,}5\beta_{ФДМ} L(\varepsilon_1 / 2, \varepsilon_2)$.

Суммарные затраты на реализацию всей системы с учетом выражений (1.9) и (1.10) составят

$$R_T = R_{T_0} + 2R_{T_1} = 2\left[2(2\alpha+1)L\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) + 4 + ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) + 2M\right] f_{кв1};$$

$$S = S_0 + 2S_1 = 8(2\alpha+1)ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) + 2ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) \qquad (1.11)$$

для действительного входного сигнала и

$$R_T = R_{T_0} + 2R_{T_1} = 2\left[2(2\alpha+1)L\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) + 8 + ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) + 2M\right] f_{кв1};$$

$$S = S_0 + 2S_1 = 4(2\alpha+1)ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) + 2ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2},\varepsilon_2\right) \qquad (1.12)$$

для комплексного входного сигнала.

В выражениях (1.11) и (1.12) первые слагаемые определяют затраты на реализацию двухканального ЦГФ, а вторые — двух $M/2$-канальных подсистем частотной селекции сигналов. Емкость памяти данных двух $M/2$-канальных подсистем составляет $1/4\alpha$ часть емкости памяти данных ЦГФ (для комплексного входного сигнала), и при $\alpha >> 1$ определяющим фактором затрат памяти является требуемая емкость памяти данных ЦГФ. При этом если соотношение $M/\alpha >> 1$, т. е. число каналов системы существенно превышает значение показателя прямоугольности АЧХ фильтров-демодуляторов, то вычислительные затраты, связанные с реализацией ЦГФ, составят незначительную часть от общего объема вычислительных затрат. Этим фактором можно воспользоваться для повышения эффективности всей системы. В качестве памяти данных ЦГФ следует использовать БИС ОЗУ с высокой плотностью интеграции элементов на кристалле и, как следствие, с относительно низким быстродействием. Общий выигрыш в минимизации вычислительных затрат в значительной степени компенсирует дополнительные затраты на реализацию входного двухканального ЦГФ. Аналогичный подход к повышению эффективности лежит в основе минимизации общих затрат при реализации системы на базе ЦПОС с существенно ограниченной емкостью внутрикристальной памяти данных. В этом случае для реализации ЦГФ высокого порядка следует воспользоваться внекристальной памятью данных, обращение к которой происходит на пониженной в ν_0 раз частоте выборки, а $M/2$-канальные подсистемы, на реализацию которых требуется в 8α раз меньшая емкость памяти данных, строить с использованием только внутрикристальной памяти ЦПОС.

Эффективность метода иллюстрирует расчет затрат на реализацию системы с параметрами частотной избирательности, заданными в примерах 2 и 4 (табл. 1.3). Сравнительный анализ оценочных выражений (1.11), (1.12) и результаты расчета для конкретных примеров позволяют сделать следующие выводы.

Таблица 1.3

Оценка затрат	Действительный сигнал $\alpha = 10$		Действительный сигнал $\alpha = 10$	
	М-32	*М-1024*	*М-64*	*М-2048*
R_T, *млн. оп/с*	5,53	102,1	8,65	201,9
S, *ячеек памяти*	15613	499610	15796	505488

1. Введение предварительной фильтрации с помощью двухканального ЦГФ уменьшает порядок фильтров-демодуляторов в 2α раз, что создает потенциальные возможности для эффективной реализации всей системы.

2. При двухкратном увеличении емкости памяти данных (для комплексного входного сигнала) рассматриваемый метод дает выигрыш в минимизации вычислительных затрат приблизительно в $\alpha M/(2\alpha + M)$ раз по отношению к прямой одноступенчатой структуре и практически достигает эффективности двухступенчатой оптимальной структуры набора фильтров-демодуляторов.

3. С увеличением отношения M/α вычислительные затраты на реализацию двухканального ЦГФ будут составлять незначительную часть от общих затрат, и при использовании более эффективных методов построения прямой параллельной формы $M/2$ - канальной подсистемы следует ожидать общего повышения эффективности системы.

4. При проектировании системы с высокой прямоугольностью АЧХ фильтров-демодуляторов ($\alpha >> 1$), допускающей нелинейность ФЧХ, построение структуры двухканального ЦГФ в классе БИХ-цепей (цепей с бесконечной импульсной характеристикой) позволяет настолько уменьшить дополнительные затраты, связанные с предварительной обработкой, что ими можно пренебречь по отношению к общим затратам, даже при соотношении $M/\alpha < 1$.

1.2.3. Полифазная форма с применением ДПФ

Рассмотрим второй подход к построению системы цифровой частотной селекции сигналов в рамках прямой параллельной формы, использующий дополнительное преобразование по выходу с помощью алгоритма ДПФ. Идея метода базируется на полифазной форме построения каждого из фильтров-демодуляторов M -канальной системы с последующим структурным преобразованием, использующим свойства периодичности демодулирующих функций и идентичность структуры отдельных частотных каналов.

Полифазная форма построения фильтра-дециматора (демодулятора) была предложена Белланже [11] и получила дальнейшее развитие и применение в работах Крошье [4, 12] и других авторов [3, 13]. Потребность в новой форме построения появилась в связи с необходимостью представления структуры фильтра-дециматора, работающего с различными частотами дискретизации по входу и по выходу, в виде набора более простых фильтров, работающих на одной частоте дискретизации. Подобное представление дает дополнительные возможности по эффективной организации вычислительного процесса, применению БИХ-систем и приобретает особую актуальность при реализации на ЦПОС.

Пусть порядок фильтра N кратен коэффициенту прореживания ν. Одномерную последовательность коэффициентов фильтра $h_n = h(n)$, $n = \overline{0, N-1}$ (каждому отсчету импульсной характеристики $h(n)$ ставится в соответствие коэффициент h_n), представим в виде двумерной матрицы коэффициентов размерности $\nu \times L$:

$$h_{k,l} = \begin{vmatrix} h_{0,0} & h_{0,1} & h_{0,2} & \cdots & h_{0,L-1} \\ h_{1,0} & h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,L-1} \\ h_{2,0} & h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,L-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{\nu-1,0} & h_{\nu-1,1} & h_{\nu-1,2} & \cdots & h_{\nu-1,L-1} \end{vmatrix}, \qquad (1.13)$$

где $h_{k,l} = h(k + \nu l)$; $l = \overline{0, L-1}$, $k = \overline{0, \nu-1}$.

Нулевая строка ($k = 0$) матрицы (1.13) получается простым прореживанием последовательности $h(n)$, $n = \overline{0, N-1}$, с коэффициентом прореживания ν, а каждая последующая строка предполагает предварительный сдвиг влево последовательности $h(n)$ на число отсчетов, определяемое номером строки.

Каждой k-й строке матрицы коэффициентов (1.13) можно поставить в соответствие некоторый КИХ-фильтр L-го порядка с передаточной функцией $H_k(z^{-\nu})$ и импульсной характеристикой $h_k(l)$, $l = \overline{0, L-1}$, отличающийся тем, что частота дискретизации как входной, так и выходной последовательности данных $f_{кв2} = f_{кв1} / \nu$, т.е. это обычный КИХ-фильтр, но работающий на пониженной частоте дискретизации. Совокупность КИХ-фильтров $H_k(z^{-\nu})$, $k = \overline{0, \nu-1}$, полученную последовательным сдвигом и прореживанием отсчетов импульсной характеристики одного и того же фильтра $H(z^{-1})$, называют множеством полифазных фильтров. На рис. 1.7 дан пример построения полифазной формы фильтра-дециматора для $N = 128$ и $\nu = 16$. Окончательный результат вычисления, совпадающий с реакцией $\dot{y}(nT_1)$ фильтра-дециматора N-го порядка в моменты времени $n = \nu m$, формируется суммированием выходных последовательностей $\dot{y}_k(mT_2)$ всех ν полифазных фильтров:

$$y(mT_2) = \sum_{k=0}^{\nu-1} y_k(mT_2) \; .$$

Используя полифазную форму построения фильтра-демодулятора, структуру M-канальной системы с набором фильтров нижних частот (см. рис. 1.5, б) представим в виде, показанном на рис. 1.8а. Спектр входного комплексного сигнала $\dot{x}(nT_1)$ подвергается предварительному смещению на величину $\omega = \pi / M$ с использованием трансформирующей функции $e^{-j\frac{\pi}{M}n}$, что позволяет при дальнейших преобразованиях спектра сигнала

$$\dot{x}^*(nT_1) = \dot{x}(nT_1) e^{-j\frac{\pi}{M}n}$$

с целью трансформации отдельных субполос в НЧ область воспользоваться последовательностью демодулирующих функций

$$e^{-j\frac{2\pi}{M}n},\; e^{-j2\frac{2\pi}{M}n},\; e^{-j3\frac{2\pi}{M}n},\; \ldots ,e^{-j(M-1)\frac{2\pi}{M}n},$$

частоты которых $k2\pi/\text{M}$, $k = \overline{1, M-1}$, кратны основной частоте преобразования $\Omega = 2\pi/\text{M}$.

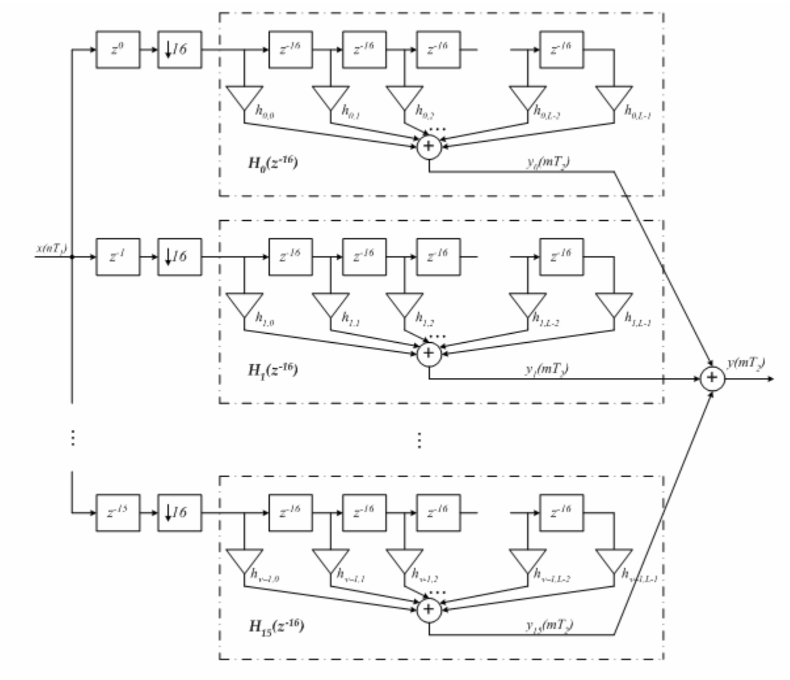


Рис. 1.7. Полифазная форма построения фильтра-дециматора

На рис. 1.8б показана промежуточная форма преобразуемой структуры M -канальной системы, использующая полифазное (с коэффициентом прореживания $\nu = M$) представление демодулирующих функций $e^{-jk\frac{2\pi}{M}n}$ по каждому k -му частотному каналу.

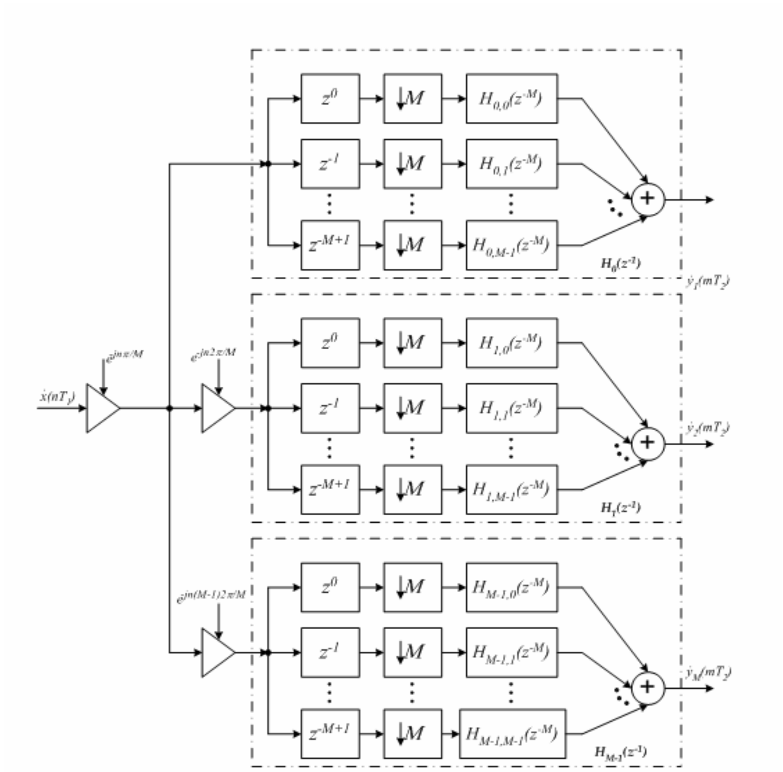


Рис. 1.8а. Структурные преобразования полифазной формы построения М-канальной системы: исходная полифазная форма

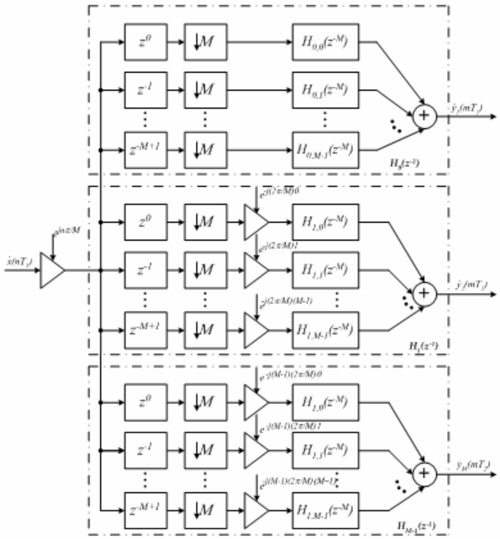


Рис. 1.8б. Структурные преобразования полифазной формы построения М-канальной системы: преобразованная полифазная форма

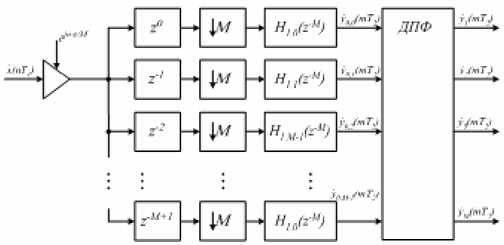


Рис. 1.8в. Структурные преобразования полифазной формы построения М-канальной системы: преобразованная полифазная форма с использованием ДПФ

Заметим, что вследствие M-кратной периодичности демодулирующих функций $e^{jk\frac{2\pi}{M}n}$, $k = \overline{1,(M-1)}$, любой k-й частоты на интервале NT_1, определяемом длительностью импульсной характеристики фильтра-демодулятора, имеют место следующие равенства:

$$e^{-j\frac{2\pi}{M}n} = e^{-j\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + 1;$$

$$e^{-j\frac{2\pi}{M}n} = e^{-j2\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + 2;$$

$$e^{-j\frac{2\pi}{M}n} = e^{-j3\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + 3;$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$e^{-j\frac{2\pi}{M}n} = e^{-ji\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + i;$$

$$e^{-j2\frac{2\pi}{M}n} = e^{-j2\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + 1; \;\; \overline{i = 1, M-1}, k = \overline{1, M-1}$$

$$e^{-j2\frac{2\pi}{M}n} = e^{-j4\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + 2;$$

$$e^{-j2\frac{2\pi}{M}n} = e^{-j6\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + 3;$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$e^{-jk\frac{2\pi}{M}n} = e^{-jki\frac{2\pi}{M}} \quad при \;\; всех \;\; n = Mm + i;$$

$$i = \overline{1, M-1}, \quad k = \overline{1, M-1}.$$

Таким образом, на входе каждого из фильтров $H_{k,i}(z^{-M})$, $k = \overline{1, M-1}$, $\overline{i = 1, M-1}$, полифазной структуры входной сигнал умножается на постоянную величину $e^{-jki\frac{2\pi}{M}}$. Выполнив перенос постоянных множителей на выходы фильтров и приняв во внимание полную идентичность полифазной структуры фильтров-демодуляторов всех M каналов

$$H_{k,i}(z^{-M}) = H_{0,i}(z^{-M}) \;\; при \;\; \overline{i = 1, M-1},$$

получим окончательную форму представления преобразуемой структуры в виде, показанном на рис. 1.8, в. В соответствии с полученной формой построения M -канальной системы операция разделения частотных каналов практически сводится к реализации ДПФ-преобразования, а входной низкочастотный фильтр-дециматор, использующий полифазную структуру, по существу выполняет роль формирователя спектрального окна ДПФ. Если учесть, что ДПФ-преобразование выполняется на сетке равноотстоящих частот, то при известных ограничениях на число каналов M (M — число, кратное степени двойки) становится возможным применение алгоритма БПФ, что дает дополнительные преимущества рассматриваемой форме построения системы.

Представленные ранее преобразования полифазной формы построения M-канальной системы были рассмотрены для модели комплексного входного сигнала с равномерным расположением M субполос в диапазоне частот $0 \le \omega \le 2\pi$. Для модели действительного входного сигнала с равномерным расположением M субполос в диапазоне частот $0 \le \omega \le \pi$ коэффициент прореживания отсчетов выходных сигналов $\nu = 2M$ и число полифазных фильтров равно $2M$. Разделение частотных каналов выполняется с использованием $2M$-точечного ДПФ-преобразования по M выходам.

Оценим затраты, связанные с реализацией полифазной формы M-канальной системы. В случае произвольного числа каналов M и применения простого ДПФ-преобразования вычислительные затраты и затраты памяти данных для комплексного входного сигнала ($\nu = M$) составят

$$R_T = 2[(N/M + 2) + 2M]f_{кв1};\; S = 2(N + M), \qquad (1.14)$$

а в случае, когда число каналов M кратно степени двойки и для разделения частотных каналов применяется алгоритм БПФ-преобразования, оценка затрат производится по выражениям

$$R_T = 2[(N/M + 2) + \log_2 M]f_{кв1};\;\; S = 2(N + 2M), \qquad (1.15)$$

где порядок N фильтров-демодуляторов для заданных параметров частотной избирательности α, β, $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$ принимает значение

$$N = \alpha\beta L(\varepsilon_{1доп}\varepsilon_{2доп}). \qquad (1.16)$$

Если на вход системы подается действительный сигнал, состоящий из M субполос, и коэффициент прореживания $\nu = 2M$, то для оценки вычислительных затрат и емкости памяти данных можно воспользоваться выражениями (1.14) и (1.15), в которых число каналов M будет принимать удвоенное значение.

В табл. 1.4 представлены результаты расчета затрат на реализацию полифазной формы M-канальной системы для контрольных примеров, позволяющих сделать определенные выводы относительно эффективности рассматриваемого подхода к синтезу структуры.

1. Полифазная форма построения системы отличается наибольшей эффективностью с позиции минимизации вычислительных затрат.

2. Для фильтров-демодуляторов с малой прямоугольностью АЧХ ($\alpha \le 0{,}5$) вычислительные затраты в основном определяются затратами на разделение M частотных каналов с помощью ДПФ и при M, кратном степени двойки, когда ДПФ-преобразование реализуется по алгоритму БПФ, общая эффективность системы достигает наивысших показателей.

Таблица 1.4

Оценка затрат	Действительный сигнал				Комплексный сигнал			
	$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$		$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$	
	M-16	*M-512*	*M-32*	*M-1024*	*M-32*	*M-1024*	*M-64*	*M-2048*
R_T, *млн. оп/с*	0,247	0,347	1,28	1,38	0,247	0,347	1,28	1,38
S, *ячеек памяти*	470	15032	7434	237854	470	15032	7434	237854

3. При построении высокоизбирательных систем, когда показатель прямоугольности АЧХ $\alpha >> 1$, а число каналов M не превышает несколько десятков, определяющим фактором становятся вычислительные затраты на формирование спектрального окна ДПФ-преобразования (входной НЧ фильтр).

4. С целью уменьшения вычислительных затрат на формирование спектрального окна с показателем прямоугольности $\alpha >> 1$ целесообразно построение системы по комбинированной структуре, совмещающей предварительную обработку входного сигнала с использованием двухканального ЦГФ с дополнительным ДПФ-преобразованием на выходе системы.

1.2.4. Пирамидальная форма

Альтернативным подходом к синтезу систем цифровой частотной селекции сигналов является построение многоступенчатых пирамидальных структур. В основе данного подхода лежит идея последовательного понижения частоты дискретизации, предложенная выше для фильтров-дециматоров. Отличие заключается в том, что принцип многоступенчатости используется не для каждого частотного канала в отдельности, а для всего набора фильтров-демодуляторов в целом. Конкретная форма построения пирамидальной структуры зависит от спектральной модели входного сигнала.

Пусть входной сигнал $x(nT_1)$ является действительным и его спектр состоит из M субполос (см. рис. 1.3, б), причем M кратно степени двойки. В этом случае наибольшая эффективность достигается при построении пирамидальной структуры системы, включающей предельно максимальное число ступеней, равное $\log_2 2M$ [14]. На рис. 1.9а представлен вариант построения пирамидальной структуры по методу Цуды для $M = 8$, а на рис. 1.9б — преобразования спектра входного сигнала $x(nT_1)$, иллюстрирующие рассматриваемый способ последовательного выделения третьей субполосы восьмиканальной системы. Цифровая восьмиканальная система частотной селекции сигналов, синтезируемая в форме пирамидальной структуры (рис. 1.9а), включает три ступени предварительного преобразования и одну дополнительную ступень формирующих фильтров. Каскады предварительной обработки, разделяющие восемь субполос по восьми частотным каналам, содержат в общей сложности 14 однотипных полуполосных фильтров-дециматоров с показателем прямоугольности АЧХ $\alpha_1 = 0{,}5$, каждый из которых понижает частоту дискретизации входного сигнала в 2 раза. Каждый полуполосный фильтр-дециматор содержит два идентичных канала, рассчитанных на прием и преобразование комплексного входного сигнала.

На первой ступени преобразования входной действительный сигнал $x(nT_1)$ разделяется на две прореженные последовательности данных: сигнал $\dot{x}_{1,0}(2n_1T_1)$, спектр которого содержит составляющие субполос с номерами 1, 2, 3 и 4, и сигнал $\dot{x}_{1,1}(2n_1T_1)$, спектр которого содержит составляющие субполос с номерами 5, 6, 7 и 8. Поскольку в процессе преобразования, наряду с понижением частоты дискретизации, предполагается последовательная трансформация субполос в окрестность нулевой частоты с выделением комплексной огибающей по каждому i-му каналу, на первой ступени преобразования одновременно производится частичная или групповая «демодуляция» сигналов, объединяющих указанные группы субполос. Групповая «демодуляция» субполос выполняется путем предварительного сдвига по частоте спектра входного сигнала $x(nT_1)$ с помощью трансформирующих функций $e^{-j\frac{\pi}{4}n}$ и $e^{-j\frac{3\pi}{4}n}$ и последующей фильтрации с использованием полуполосных фильтров-дециматоров *Ф1,0* и *Ф1,1*, имеющих частотную характеристику вида $H_1(\omega)$ (рис. 1.9б). На второй ступени преобразования каждый

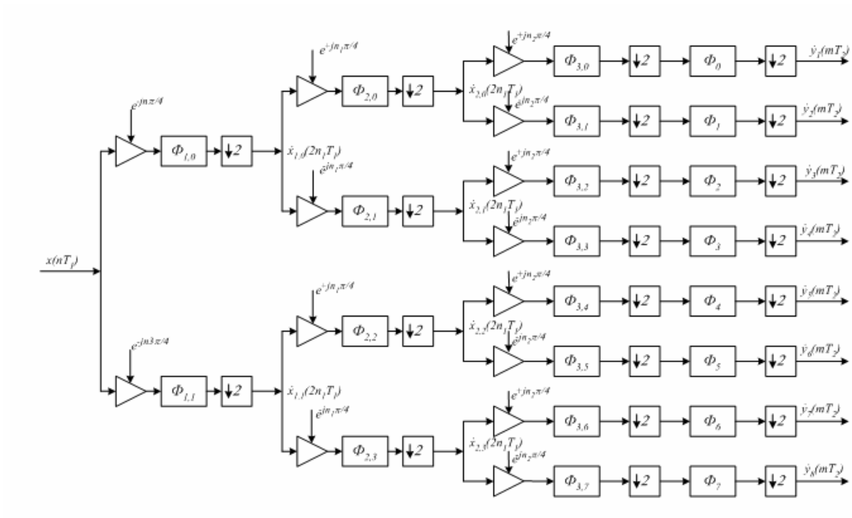


Рис. 1.9а. Пирамидальная форма построения 8-канальной системы по методу Цуды: структурная схема

из сигналов $\dot{x}_{1,0}(2n_1T_1)$ и $\dot{x}_{1,1}(2n_1T_1)$ по аналогичной схеме разделяется еще два групповых сигнала $\dot{x}_{2,0}(4n_2T_1)$, $\dot{x}_{2,1}(4n_2T_1)$ и $\dot{x}_{2,2}(4n_2T_1)$, $\dot{x}_{2,3}(4n_2T_1)$, объединяющих только по две соседние субполосы входного сигнала с одновременной трансформацией их в окрестность нулевой частоты и уменьшением частоты дискретизации в 2 раза. Для выделения сигналов $\dot{x}_{2,0}(4n_2T_1)$ и $\dot{x}_{2,1}(4n_2T_1)$ из группового сигнала $\dot{x}_{1,0}(2n_1T_1)$ используются однотипные полуполосные фильтры *Ф2,0, Ф2,1, Ф2,2* и *Ф2,3* с частотной характеристикой вида $H_2(\omega)$, подобной частотной характеристике $H_1(\omega)$ фильтров-дециматоров первой ступени преобразования. На третьей ступени преобразования производится окончательное разделение всех восьми субполос с использованием полуполосных фильтров-дециматоров *Ф3,0, Ф3,1, … , Ф3,7,* частотная характеристика которых имеет вид $H_3(\omega)$, подобный частотным характеристикам $H_1(\omega)$ и $H_2(\omega)$ фильтров-дециматоров первой и второй ступеней преобразования. Для формирования АЧХ с заданным показателем прямоугольности α на выходе каждого из частотных каналов

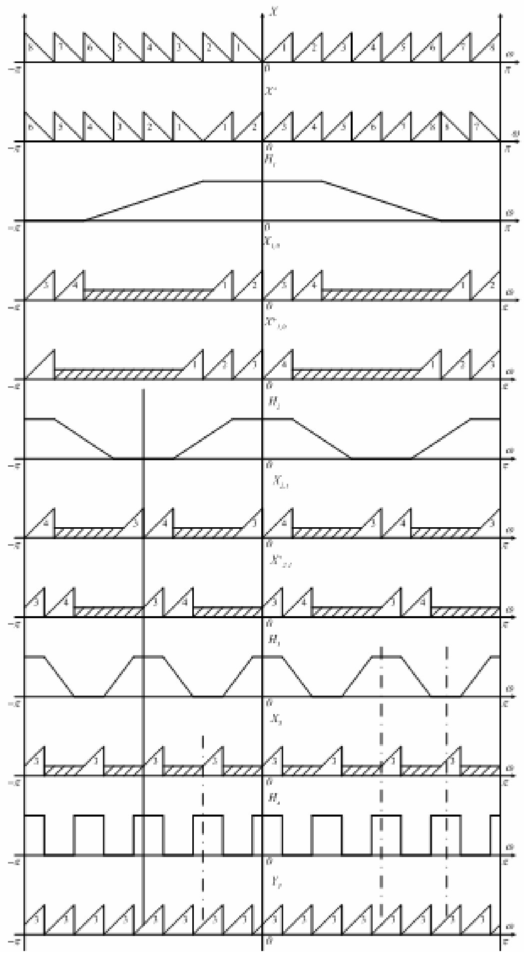


Рис. 1.9б. Пирамидальная форма построения 8-канальной системы по методу Цуды: иллюстрация

дополнительно включается фильтр $Ф_i,\ i=\overline{1,M}$, с частотной характеристикой $H_0(\omega)$. Формирующие фильтры $Ф_i,\ i=\overline{1,M}$, работают на пониженной в $\nu_2 = M$ раз частоте дискретизации входного сигнала и могут дополнительно уменьшать частоту дискретизации выходного сигнала в 2 раза.

Ранее рассмотрено построение пирамидальной структуры на основе фильтров-дециматоров применительно к действительному входному сигналу с симметричным расположением частотных составляющих каждой i -й субполосы. При этом последовательно обеспечивалось «безызбыточное» выделение только одной из составляющих i -й субполосы. Очевидно, аналогичное построение пирамидальной структуры возможно и для комплексного входного сигнала, спектр которого содержит M субполос (см. рис. 1.3, г), если M кратно степени двойки. Однако в этом случае спектр каждой i -й субполосы содержит только одну составляющую и на первой ступени преобразования для разделения входного сигнала $x(nT_1)$ на четыре последовательности данных с понижением частоты дискретизации в 2 раза посредством полуполосных фильтров-дециматоров потребуется удвоенное число входных каналов. На рис. 1.10а дан вариант построения пирамидальной структуры восьмиканальной системы частотной селекции для комплексного входного сигнала с иллюстрацией метода на примере выделения субполосы третьего канала.

Анализ пирамидальных форм построения М-канальной системы цифровой частотной селекции сигналов с применением полуполосных фильтров-дециматоров, опирающийся на их свойства, описанные в [1], дает следующие оценки общих вычислительных затрат и требуемой емкости памяти данных на реализацию системы:

$$R_T = \Bigg[\underbrace{\left(2\cdot 2\frac{N_1}{4}+4\right)}_{1-я\ \ ступень}+\underbrace{\left(4\cdot 2\frac{N_1}{8}+\frac{4\cdot 4}{2}\right)}_{2-я\ \ ступень}+\underbrace{\left(8\cdot 2\frac{N_1}{16}+\frac{4\cdot 8}{4}\right)}_{3-я\ \ ступень}+\ldots+$$

$$+\underbrace{\left(2^m\cdot 2\frac{N_1}{2\cdot 2^m}+\frac{4\cdot 2^m}{2^{m-1}}\right)}_{m-я\ \ ступень}+\left(2M\frac{N_0}{2^{m+1}}\right)\Bigg]f_{кв1} = \left[(N_1+8)m + M\frac{N_0}{2^m}\right]f_{кв1}\,;(1.17)$$

$$S = 2N_1 2^m \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^{m-1}}\right) + 2MN_0 = 4N_1 2^m + 2MN_0$$

для действительного входного сигнала и

$$R_T = \left[\underbrace{\left(4 \cdot 2\frac{N_1}{4} + 4 \cdot 4\right)}_{1-я\ \ ступень} + \underbrace{\left(8 \cdot 2\frac{N_1}{8} + \frac{4 \cdot 8}{2}\right)}_{2-я\ \ ступень} + \underbrace{\left(16 \cdot 2\frac{N_1}{16} + \frac{4 \cdot 16}{4}\right)}_{3-я\ \ ступень} + \ldots + \right.$$

$$\left. + \underbrace{\left(2^{m+1} \cdot 2\frac{N_1}{2^{m+1}} + \frac{4 \cdot 2^{m+1}}{2^{m-1}}\right)}_{m-я\ \ ступень} + \left(2M\frac{N_0}{2^{m+1}}\right)\right] f_{кв1} = \left[(2N_1 + 16)m + M\frac{N_0}{2^m}\right] f_{кв1};$$

$$S = 4N_1 2^m \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^{m-1}}\right) + 2MN_0 = 8N_1 2^m + 2MN_0 \quad (1.18)$$

для комплексного входного сигнала. Здесь $N_0 = \alpha\, 2\beta / \nu\, L(\varepsilon_1 / m + 1, \varepsilon_2)$ — порядок формируемого фильтра; $N_1 = \alpha_1\, \beta_1\, L(\varepsilon_0, \varepsilon_0) = 4L(\varepsilon_0, \varepsilon_0)$, где $\varepsilon_0 = \min\{\varepsilon_1 / m, \varepsilon_2\}$ — порядок полуполосных фильтров-дециматоров; $m = \log_2(\nu / 2)$ — число ступеней предварительного преобразования.

Первые слагаемые выражений (1.17) и (1.18) учитывают затраты, связанные с реализацией m-ступенчатой пирамидальной структуры полуполосных фильтров-дециматоров, понижающих частоту дискретизации по выходу каждого из каналов в $\nu / 2$ раз, а вторые слагаемые — затраты на реализацию M формирующих фильтров, каждый из которых работает на пониженной в $\nu / 2$ раз частоте дискретизации входного сигнала и обеспечивает по соответствующему каналу воспроизведение АЧХ с заданным значением показателя прямоугольности α. Расчет затрат на реализацию M-канальной системы по выражениям (1.17) и (1.18) для контрольных примеров приведен в табл. 1.5.

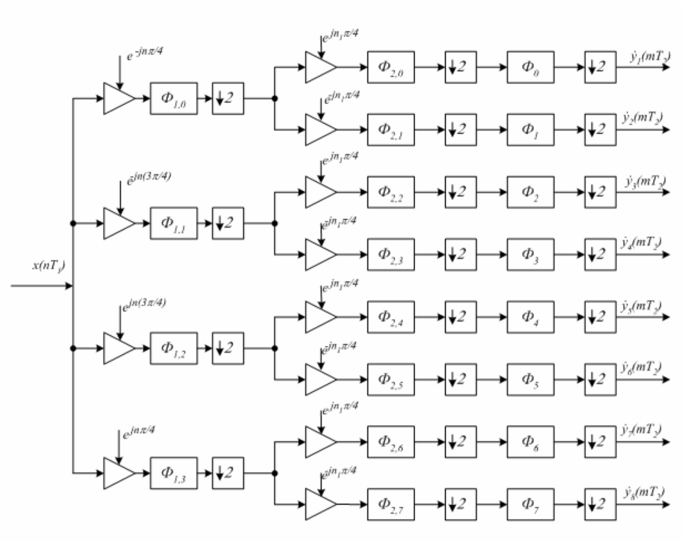


Рис. 1.10а. Пирамидальная форма построения 8-калальюой системы для комплексного входного сигнала: структурная схема

Таблица 1.5

ТО-ценка за-трат	Действительный сигнал				Комплексный сигнал			
	$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$		$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$	
	М-16	*М-512*	*М-32*	*М-1024*	*М-32*	*М-1024*	*М-64*	*М-2048*
R_T, *млн. оп/с*	1,05	2,1	2,45	3,5	2,52	4,62	3,92	6,02
S, *ячеек памя-ти*	1664	53248	10624	339968	6656	212992	24576	786432

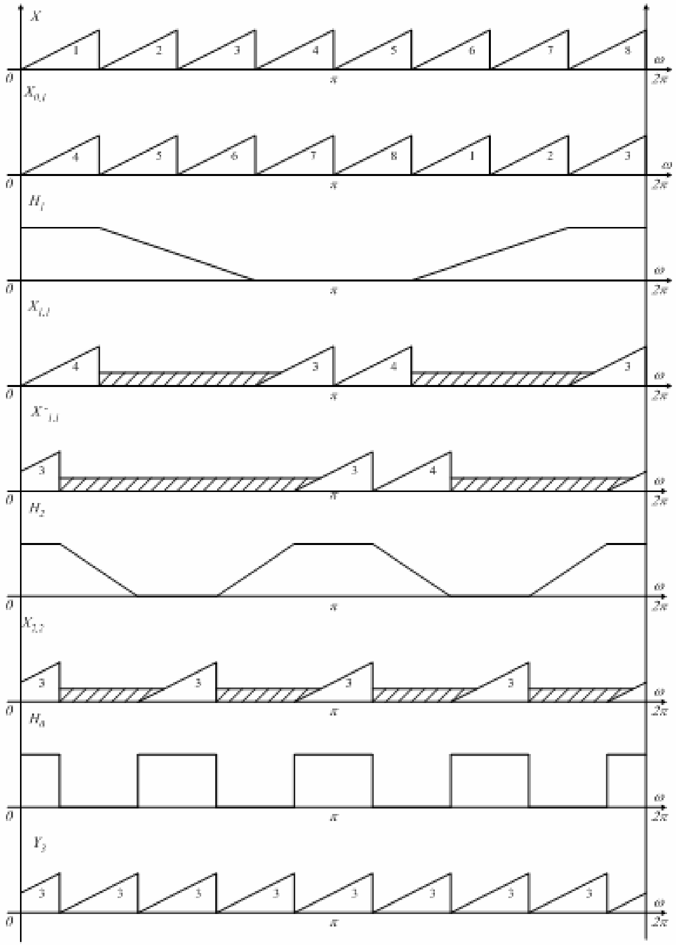


Рис. 1.10б. Пирамидальная форма построения 8-каналыюй системы для комплексного входного сигнала: преобразования спектра сигнала по выходу третьего канала

Пирамидальная форма построения M -канальной системы по эффективности реализации уступает только полифазной форме (из всех ранее рассмотренных методов синтеза структуры). К отличительным достоинствам пирамидальной формы следует, прежде всего, отнести возможность предельно максимального распараллеливания вычислительного процесса при построении многопроцессорных систем: структура системы строится из элементарных полуполосных фильтров-дециматоров малого порядка. Поскольку на каждой последующей ступени преобразования происходит удвоение числа частотных каналов, то при выводе данных с выхода каждого из фильтров-дециматоров пирамидальная форма построения дает достаточно полное частотно-временное представление структуры входного сигнала и может быть использована для построения адаптивной системы частотной селекции сигналов. Вместе с тем использование предельно максимального числа ступеней преобразования не всегда является наилучшим решением в рамках синтеза пирамидальной структуры по тем же самым причинам, что и построение многоступенчатой структуры узкополосного фильтра-дециматора на основе каскадного соединения полуполосных фильтров:

– число каналов M, как правило, принимает произвольное значение, не кратное степени двойки;

– с ростом числа ступеней преобразования проявляется тенденция к увеличению неравномерности АЧХ в полосе пропускания каждого из фильтров-демодуляторов, поэтому приходится накладывать более жесткие ограничения на показатели частотной избирательности всех фильтров-дециматоров, участвующих в формировании результирующей характеристики частотных каналов;

– увеличение числа ступеней преобразования приводит к дополнительным задержкам выходных сигналов по отношению к входному сигналу.

В более общем случае пирамидальная форма построения структуры цифрового частотного селектора сигналов предполагает, что при заданном числе каналов M (являющемся составным числом) число фильтров-дециматоров (демодуляторов) на каждой ступени преобразования может быть больше двух, а число ступеней преобразования принимает значение от 2 до $m = \log_2 \nu$. Например, если число каналов M =20 и соответственно для действительного входного сигнала $\nu = 2M = 40$, то коэффициент прореживания ν как число составное может быть представлен в виде следующих комбинаций чисел:

$$\nu = \nu_1 \times \nu_2 = 20\times 2;\ 2\times 20;\ 10\times 4;\ 4\times 10;\ 8\times 5;\ 5\times 8;$$

$$\nu = \nu_1 \times \nu_2 \times \nu_3 = 10\times 2\times 2;\ 5\times 4\times 2;\ 5\times 2\times 4;\ 4\times 5\times 2;\ 4\times 2\times 5;$$
$$2\times 10\times 2;\ 2\times 5\times 4;\ 2\times 4\times 5;\ 2\times 2\times 10;$$

$$\nu = \nu_1 \times \nu_2 \times \nu_3 \times \nu_4 = 5\times 2\times 2\times 2;\ 2\times 5\times 2\times 2;\ 2\times 2\times 5\times 2;\ 2\times 2\times 2\times 5;$$

где ν_1, ν_2, ν_3 и ν_4 — коэффициенты прореживания фильтров-дециматоров первой, второй, третьей и четвертой ступеней преобразования.

На рис. 1.11а дан вариант построения четырехступенчатой структуры 20-канальной системы. Система состоит из пяти блоков фильтров-дециматоров предварительной селекции. Блок 0 — блок входных фильтров-дециматоров — «расщепляет» входной сигнал $x(nT_1)$ на пять последовательностей комплексных данных: $\dot{x}_{1,1}(5n_1T_1)$, $\dot{x}_{1,2}(5n_1T_1)$, … , $\dot{x}_{1,5}(5n_1T_1)$, с понижением частоты дискретизации в 5 раз. Блоки 1, 2, ..., 5 — однотипные блоки фильтров-дециматоров — «расщепляют» каждую из последовательностей $\dot{x}_{1,i}(5n_1T_1)$, $i=\overline{1,5}$, на четыре последовательности с понижением частоты дискретизации в 4 раза. Дополнительно для воспроизведения заданной прямоугольности АЧХ фильтров-демодуляторов по выходу каждого канала могут подключаться формирующие фильтры $\Phi_{0,i}$, $i=\overline{1,20}$, одновременно понижающие частоту дискретизации еще в 2 раза. В рассматриваемом варианте построения блоки 1, 2, ..., 5 строятся по двухступенчатой структуре с использованием полуполосных фильтров-дециматоров $\Phi_{2,i}$, $i=\overline{1,10}$ и $\Phi_{3,i}$, $i=\overline{1,20}$, а блок 0 — по одноступенчатой структуре с использованием фильтров-дециматоров $\Phi_{1,i}$, $i=\overline{1,5}$. Для реализации 5-канальной системы фильтров могут использоваться прямая, параллельная или полифазная формы построения структуры.

В представленном выше примере мы выбрали произвольно только одну из возможных комбинаций числа ступеней преобразования и числа преобразующих фильтров на каждой ступени, отвечающих условию: произведение коэффициентов прореживания ν_i всех ступеней преобразования должно быть в точности равно общему коэффициенту прореживания ν, значение которого однозначно определяется числом частотных каналов M. Но является ли наш выбор наилучшим, например, с позиции минимизации общего объема вычислительных затрат? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо последовательно рассмотреть все возможные комбинации при различных формах построения наборов фильтров-дециматоров отдельных ступеней преобразования. Далее по каждой принятой структуре вывести выражения для оценки вычислительных затрат в функции от параметров системы — значений коэффициентов прореживания ν_i на каждой i-й ступени преобразования. Эти оценки и могут явиться исходным «материалом» для ответа на поставленный вопрос. При небольшом числе возможных комбинаций поставленная задача синтеза оптимальной структуры решается путем простого перебора на ограниченном дискретном множестве значений оптимизируемых параметров. С увеличением числа возможных

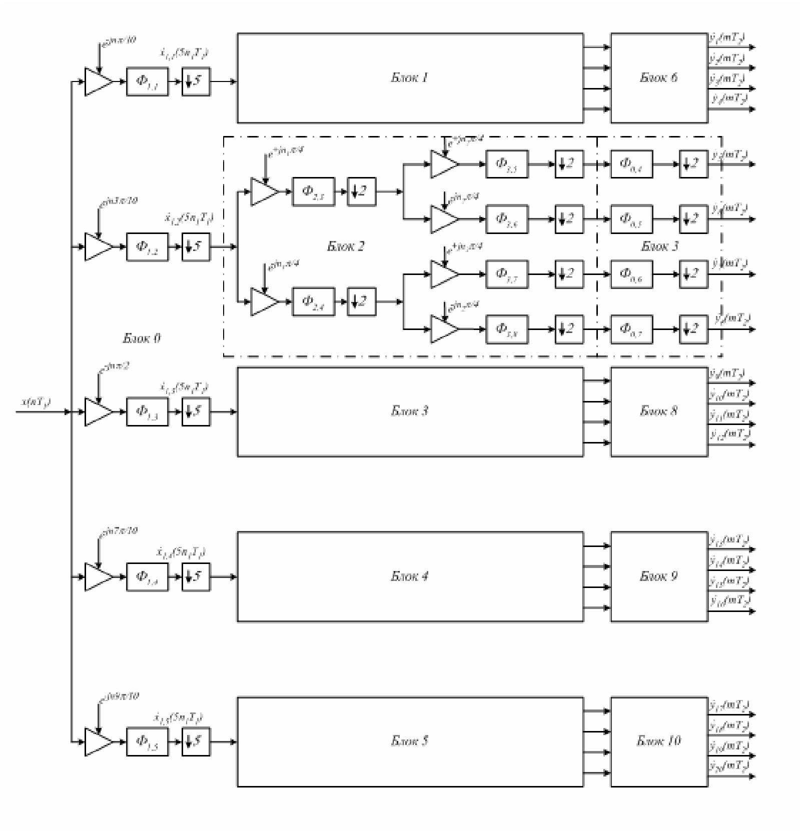


Рис. 1.11а. Пирамидальная форма построения 20-канальной системы для действительного входного сигнала: структурная схема

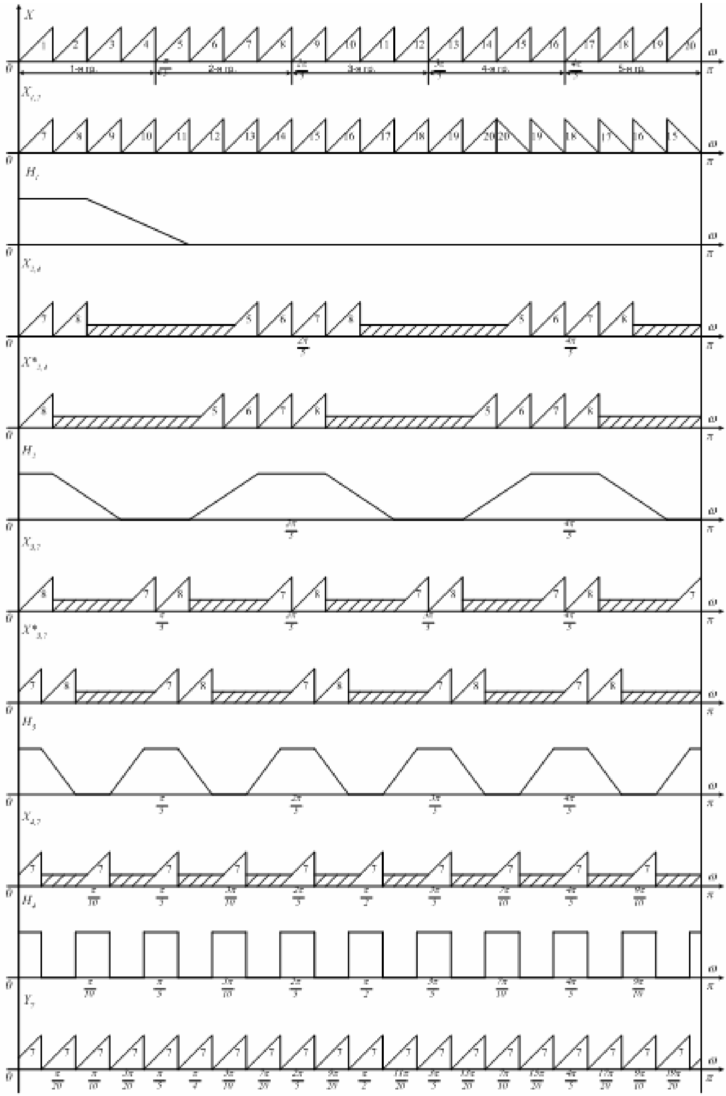


Рис. 1.11б. Пирамидальная форма построения 20-канальной системы для действительного входного сигнала: преобразования спектра сигнала по выходу седьмого канала

комбинаций (при больших значениях M и соответственно ν) представляется более целесообразным условно снять ограничение на допустимые значения оптимизируемых параметров ν_i, $i=\overline{1,m}$, в частности требование их целочисленности, оставив только одно условие: равенство произведения коэффициентов прореживания ν_i, $i=\overline{1,m}$, m-ступенчатой структуры заданному значению общего коэффициента прореживания ν. В этом случае возможно применение аналитических или более ускоренных вычислительных методов решения задачи оптимизации. Полученные таким способом значения оптимизируемых параметров ν_i, $i=\overline{1,m}$, дают «квазиоптимальное» решение и могут уточняться в условиях дополнительных ограничений.

1.3. Методы синтеза структуры банка фильтров-демодуляторов в частотной области

1.3.1. Прямая параллельная форма на основе двойного БПФ

Известны два принципиально отличных подхода к синтезу системы цифровой частотной селекции сигналов в частотной области. Первый подход базируется на одном из фундаментальных свойств ДПФ, позволяющем перейти от реализации круговой свертки временных последовательностей к простому перемножению их образов в частотной области. При этом для эффективного перехода из временной области в частотную и обратно используют алгоритм БПФ. Этот метод — метод двойного отображения с применением алгоритма БПФ, рассмотренный ранее для построения структуры одиночного полосового фильтра, очевидно, может быть с большей степенью эффективен при построении набора полосовых фильтров, имеющих общий вход и соответственно требующих только одно прямое БПФ-преобразование из временной области в частотную. В зависимости от формы построения структуры системы (прямой параллельной или многоступенчатой) метод двойного отображения на основе алгоритма БПФ используется для реализации одновременно всего набора из M фильтров-демодуляторов одноступенчатой структуры (см. рис. 1.5, а) или каждого из блоков фильтров-дециматоров многоступенчатой структуры (см. рис. 1.11а). Второй подход предполагает достижение поставленной цели — построение M-канальной системы с позиции кратковременного анализа Фурье, использующего «скользящее» временное окно, которое определяет заданные свойства частотной избирательности набора фильтров-демодуляторов. В конечном итоге после соответствующих структурных преобразований данный подход приводит к структуре системы, полностью совпадающей с полифазной формой, полученной ранее при построении прямой параллельной структуры во временной области (см. рис. 1.8а, 1.8б, 1.8в).

Рассмотрим более подробно особенности построения M -канальной системы цифровой частотной селекции сигналов в рамках указанных выше подходов. Прямая параллельная форма построения системы (см. рис. 1.5, б) предполагает, что фильтр-демодулятор i -го канала, $i = \overline{1, M}$, обеспечивающий одновременно фильтрацию и демодуляцию i -й частотной составляющей субполосного сигнала с понижением частоты дискретизации его огибающей, содержит (рис. 1.12): квадратурный «демодулятор», трансформирующий i -ю субполосу входного сигнала $x(nT_1)$ в область нижних частот, высокоизбирательный НЧ фильтр с заданным показателем прямоугольности АЧХ α и элемент вторичной дискретизации с коэффициентом прореживания отсчетов выходного сигнала ν .

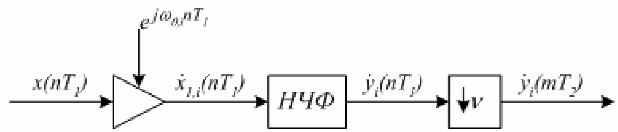


Рис. 1.12. Структурная схема одного канала ЦФДМ

Комплексный сигнал на выходе i -го ЦФДМ ($i = \overline{1, M}$) запишем в виде

$$\dot{y}_i(mT_2) = \dot{y}_i(\nu nT_1) = \sum_{l=0}^{N_1-1} \dot{x}_{1,i}[(n-l)T_1]h(lT_1), \tag{1.19}$$

где $\dot{x}_{1,i}(nT_1) = x(nT_1)e^{j\omega_{0,i}nT_1}$ — комплексный сигнал на выходе квадратурного «демодулятора»; $h(lT_1)$ — импульсная характеристика НЧ фильтра длительностью N_1T_1; $\omega_{0,i} = m_i\Omega$ — средняя частота i -го участка спектра частот (i -й субполосы) входного сигнала, кратная основной частоте $\Omega = \pi / N_1T_1$; T_1, T_2, $T_2 = \nu T_1$ — периоды дискретизации соответственно входного и выходного сигналов ЦФДМ;

M — число фильтров в наборе.

Реализация апериодической свертки (1.19) на основе двойного БПФ с двухкратным перекрытием и накоплением текущего входного массива данных включает последовательность операций, описываемую совокупностью выражений:

$$\dot{X}(k\Omega) = \frac{1}{2N_1}\,\text{ДПФ}\{x'(lT_1)\}\,; \tag{1.20}$$

$$\dot{X}_{1,i}(k\Omega) = \dot{X}[(k+m_i)_{\mathrm{mod}\,2N_1}\,\Omega] = \frac{1}{2N_1}\,\text{ДПФ}\{\dot{x}'_{1,i}(lT_1)\}\,; \tag{1.21}$$

$$\dot{y}_i(k\Omega) = \dot{X}_{1,i}(k\Omega)\dot{H}(k\Omega)\,; \tag{1.22}$$

$$\begin{cases} \dot{y}_i[(n-2N_1+1+l)T_1] = \dot{y}_i(lT_1) = \text{ОДПФ}\{\dot{Y}_i(k\Omega)\}; \\ \dot{y}_i[(m-2N_2+p)T_2] = \dot{y}_i[(n-2N_1+p\nu)T_1], \;\; \textit{если} \;\; n = \nu m, \end{cases} \tag{1.23}$$

где $x'(lT_1) = x[(n-2N_1+1+l)T_1]$; $N_2 = N_1/\nu$;

$$\dot{H}(k\Omega) = \text{ДПФ}\{h'(lT_1)\}\,;$$

$$h'(lT_1) = \begin{cases} h(lT_1), & \textit{если} \quad 0 \le l \le N_1; \\ 0, & \textit{если} \quad N_1 \le l < 2N_1; \end{cases}$$

$$m = 0,\ 1,\ 2, \ldots,\ l = \overline{0, 2\mathrm{N}_1 - 1};\quad k = \overline{0, 2\mathrm{N}_1 - 1};\quad p = \overline{\mathrm{N}_2 - 1, 2\mathrm{N}_2};\quad i = \overline{1, \mathrm{M}};$$

$$\text{ДПФ}\{\cdot\} = \sum_{l=0}^{2N_1-1}\{\cdot\}W_1^{-kl}\,;\quad \text{ОДПФ}\{\cdot\} = \sum_{k=0}^{2N_1-1}\{\cdot\}W_1^{kl}\,;$$

$$W_1 = \exp\left\{j\frac{\pi}{N_1}\right\}.$$

Существенное увеличение эффективности рассматриваемого способа реализации набора ЦФДМ достигается применением алгоритма БПФ для вычисления ДПФ по (1.20) и M обратных ДПФ по (1.23). Отметим, что в силу идентичности структуры БПФ-цепи прямого и обратного преобразований над массивом одной и той же размерности общие вычислительные затраты на реализацию алгоритма (1.20) — (1.23) определяются фактически объемом арифметических операций обратных ДПФ и пропорциональны произведению числа фильтров M на размерность $2N_1$ входного массива данных, подвергаемых обратному преобразованию. Кроме того, как было показано в [1], основным источником собственного шума полосового БПФ-фильтра являются шумы квантования обратного ДПФ, уровень которых пропорционален размерности обрабатываемого массива данных.

Для уменьшения объема арифметических операций и уровня собственного шума, обусловленного округлением при умножении и масштабировании, целесообразны усечение дискретной АЧХ $\dot{H}(k\Omega)$ фильтра-демодулятора в зоне его непрозрачности и формирование входного массива данных, подвергаемых обратному ДПФ размерностью $2N_2 = 2(2K + L)$ по алгоритму

$$\dot{Y}_i'(k\Omega) = \begin{cases} \dot{X}_{1,i}(k\Omega)\,\dot{G}(k\Omega), \ \ \textit{если} \ \ k \le 2K; \\ \dot{X}_{1,i}(k\Omega)\,\dot{G}(k\Omega) + \dot{X}_{1,i}[(2N_1 - 2N_2 + k)\Omega]\,\dot{G}[(2N_1 - 2N_2 + k)\Omega], \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \textit{если} \ \ 2(K+L) > k > 2K; \\ \dot{X}_{1,i}[(2N_1 - 2N_2 + k)\,\Omega]\dot{G}[(2N_1 - 2N_2 + k)\Omega], \ \ \textit{если} \ \ 2N_2 > k > 2K, \end{cases} \qquad (1.24)$$

где

$$\dot{G}(k\Omega) = \begin{cases} \dot{H}(k\Omega), \ \ \textit{если} \ \ k < 2(K+L) \ \ \textit{и} \ \ k > 2N_1 - 2(K+L); \\ 0, \qquad \textit{если} \ \ 2N_1 - 2(K+L) \ge k \ge 2(K+L), \ \ k > \overline{0,\ 2N_1 - 1}; \end{cases}$$

K и L — ширина полосы пропускания НЧФ и соответственно переходной зоны его АЧХ, выраженная в числе интервалов дискретизации по частоте 2Ω.

Для получения выходного прореженного массива данных $\dot{y}_i''(lT_2)$, $l = \overline{0, 2\mathrm{N}_2 - 1}$, остается выполнить обратное ДПФ $2\mathrm{N}_2$-мерного массива коэффициентов Фурье $\dot{Y}_i'(k\Omega)$:

$$\dot{y}_i''(lT_2) = \sum_{k=0}^{2N_2 - 1} \dot{Y}_i'(k\Omega) W_2^{-kl}\ , \qquad (1.25)$$

где $W_2 = \exp\{j\pi / N_2\}$.

С целью иллюстрации метода на рис. 1.13 представлены преобразования амплитудного спектра входного массива данных при реализации фильтра-демодулятора по алгоритму (1.20), (1.21), (1.24) и (1.25). Очевидно, полученные N_2 текущие значения $\dot{y}_i''(mT_2)$ выходного сигнала i-го ЦФДМ несколько отличаются от соответствующей последовательности $y_i'(mT_2)$ на выходе i-го ЦФДМ, реализуемого по алгоритму (1.20) – (1.23), вследствие усечения дискретной АЧХ фильтра-демодулятора. Отбрасывание боковых составляющих частотной характеристики $H(k\Omega)$ приводит к появлению отличных от нуля отсчетов импульсной характеристики НЧ фильтра для $\mathrm{N}_1 < l < 2\mathrm{N}_1$, что и вызывает, в первую очередь, искажение выходного сигнала i-го ЦФДМ при использовании для вычисления свертки (1.19) алгоритма секционирования входного массива данных.

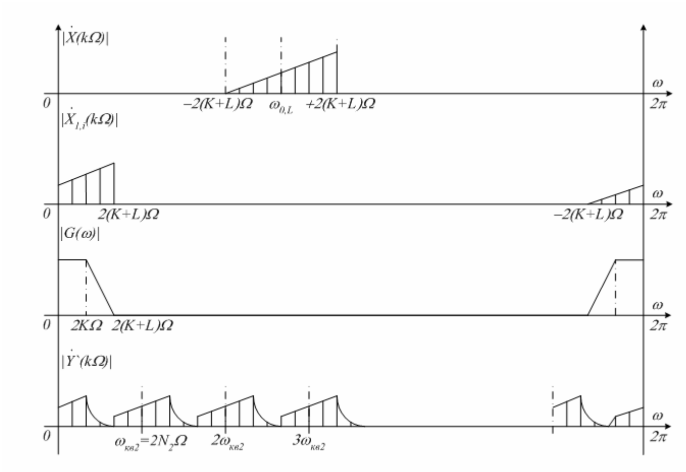


Рис. 1.13. Иллюстрации преобразований спектра входного сигнала при построении ЦФДМ с усечением дискретной АЧХ

Отклонение выходного сигнала рассматриваемой структуры ЦФДМ от сигнала на выходе фильтра-демодулятора без усечения АЧХ (в силу идентичности квадратурных сигналов ЦФДМ ниже рассматривается реакция только на одну из составляющих комплексной последовательности $x_{1,i}(lT_1)$ на входе НФ фильтра)

$$\Delta y(lT_1) = y'(lT_1) - y''(lT_1) = \sum_{r=0}^{2N_1-1} x_1[(l-r)T_1]\Delta h(rT_1)\ ,$$

где ошибка в представлении расчетной импульсной характеристики НЧ фильтра вследствие усечения АЧХ

$$\Delta h(lT_1) = \frac{1}{2N_1}\sum_{k=-N_1}^{N_1}[\dot{H}(k\Omega) - \dot{G}(k\Omega)]W_1^{kl} = \frac{1}{2N_1}\sum_{k=-N_1}^{N_1}\Delta\dot{H}(k\Omega)W_1^{kl}\ . \quad (1.26)$$

Заметим, что при расчете НЧ фильтра с использованием минимаксной оптимизации на основе равноволновой аппроксимации [15] ординаты частотной характеристики $\dot{H}(k\Omega)$ в зоне непрозрачности фильтра $|k| \geq 2(K+L)$ достаточно близко могут быть описаны функцией вида [16]

$$\dot{Q}(k\Omega)=\begin{cases}-\varepsilon_{\max}\sin|k|\dfrac{\pi}{2}e^{j\frac{\pi}{2}k}, & \textit{если}\ (K+L)-\textit{четное};\\ \\ \varepsilon_{\max}\sin|k|\dfrac{\pi}{2}e^{j\frac{\pi}{2}k}, & \textit{если}\ (K+L)-\textit{нечетное},\end{cases} \tag{1.27}$$

где $\varepsilon_{\max}$ — амплитуда максимального всплеска АЧХ в зоне непрозрачности фильтра.

Воспользуемся аппроксимацией (1.27), продолженной на весь диапазон частот $\Delta\dot{H}(k\Omega)\approx\dot{Q}(k\Omega)$ при $k=\overline{-N_1,N_1}$ для определения функции ошибки (1.26). Представим исходную аппроксимацию (1.27) в следующем виде (ниже рассмотрен случай, когда $(K+L)$ — четное число):

$$\dot{Q}(k\Omega)=\varepsilon_{\max}\left[\sin k\frac{\pi}{2}w\left(k+\frac{N_1}{2}\right)\Omega-\sin k\frac{\pi}{2}w\left(k-\frac{N_1}{2}\right)\Omega\right]e^{j\frac{\pi}{2}k}, \tag{1.28}$$

где функция усечения

$$w(k\Omega)=\begin{cases}1, & \textit{если}\ |k|\le N_1/2;\\ 0, & \textit{если}\ |k|>N_1/2,\ \ k=\overline{-N_1,N_1}.\end{cases}$$

Подставив в (1.26) выражение (1.28), с учетом преобразования

$$\frac{1}{N_1}\sum_{k=-N_1/2}^{N_1/2}w\left[k\pm\frac{N_1}{2}\right]W_1^{kl}=s(lT_1)e^{\pm j\frac{\pi}{2}l},$$

где $s(lT_1)=\dfrac{1}{N_1}\dfrac{\sin(\pi/2)l}{\sin(\pi/2)N_1 l}$, получим

$$\Delta h(lT_1)=\frac{\varepsilon_{\max}}{2}[|s(lT_1-N_1T_1)|-|s(lT_1)|]\quad \textit{при}\quad l=\overline{0,2N_1-1}. \tag{1.29}$$

Выражение (1.29) позволяет оценить максимальное отклонение выходного сигнала ЦФДМ с усеченной АЧХ по отношению к сигналу на выходе рассчитываемого фильтра без усечения АЧХ при $|x_1(lT_1)|\le 1$ для всех $l=\overline{0,2N_1-1}$:

$$\max_{l=\overline{0,2N_1-1}}|\Delta y(lT_1)|\le\frac{\varepsilon_{\max}}{2}\sum_{r=0}^{2N_1-1}|s(rT_1-N_1T_1)|+|s(rT_1)|=\varepsilon_{\max}\left[\frac{\pi+2d(N_1)}{\pi}\right], \tag{1.30}$$

где $d(N_1)=1+1/3+1/5+\ldots+1/(2N_1-1)$.

Максимальное значение сигнала на выходе ЦФДМ при выполнении условий

$|x(lT_1)|\le 1$ и $|\dot{H}(k\Omega)|\le 1$ для всех $l=\overline{0,2N_1-1}$, $k=\overline{-N_1,N_1}$

составит

$$\max_{l=0,\,2N_1-1} y''(lT_1) \le \frac{1}{2N_1}\sum_{r=0}^{2N_1-1}\left|\sum_{k=-2(K+L)}^{+2(K+L)} H(k\Omega)W_1^{kr}\right| \le \frac{4}{\pi}\left[\frac{\pi+2d(K+L)}{\pi}\right].(1.31)$$

Принимая во внимание соизмеримость величин $d(N_1)$ и $d(K+L)$ на основе полученных выше выражений, можно утверждать, что максимальная относительная ошибка на выходе ЦФДМ с усеченной АЧХ однозначно определяется уровнем отбрасываемых боковых составляющих

$$\frac{\max\limits_{l=0,\,2N_1-1} |\Delta y(lT_1)|}{\max\limits_{l=0,\,2N_1-1} |y''(lT_1)|} < \varepsilon_{\max} .$$

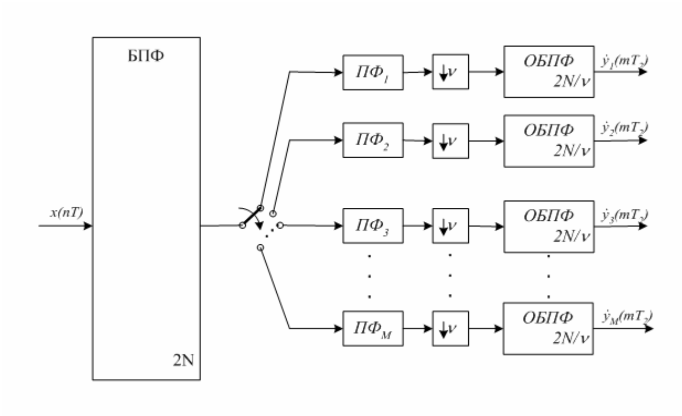


Рис. 1.14. Структурная схема прямой параллельной формы построения системы на основе двойного отображения с усечением дискретной АЧХ

Так, при синтезе ЦФДМ с затуханием АЧХ в зоне непрозрачности $\varepsilon_{2доп} \le 60$ дБ и представлении чисел с фиксированной запятой величина отклонения сигнала на выходе фильтра по отношению к расчетной находится не выше десятого двоичного разряда регистра памяти выходного результата. Следовательно, усечение дискретной АЧХ фильтра-демодулятора за пределами его полосы пропускания, позволяющее существенно уменьшить вычислительные и аппаратурные затраты на реализацию набора ЦФДМ, приводит к сравнительно небольшой потере точности.

На рис. 1.14 представлена структурная схема прямой параллельной формы построения цифровой системы частотной селекции сигналов с применением двойного отображения и алгоритма БПФ с усечением дискретной АЧХ фильтров-демодуляторов. В соответствии с рассматриваемой схемой построения системы и алгоритмом обработки (1.20), (1.21), (1.24) и (1.25) преобразование последовательности входных данных $x(nT_1)$ в M-мерную последовательность выходных данных $y_i(mT_2)$, $i=\overline{1,M}$, выполняется поблочно в три этапа. На первом этапе N-мерный блок (текущий массив) входных данных $x(nT_1)$, к которому добавляется N -мерный массив входных данных $x(nT_1)$, задержанный относительно текущего массива на N отсчетов, преобразуется в $2N$-мерный массив коэффициентов Фурье (размерность N массива данных определяется порядком фильтра-демодулятора). На втором этапе преобразований, выполняемом в частотной области, для каждого i-го частотного канала реализуется функция компрессора частоты дискретизации по способу, который иллюстрирует рис. 1.13. И наконец, на третьем этапе последовательно для каждого i-го частотного канала, $i=\overline{1,M}$, выполняется обратное БПФ-преобразование $2N_2 = 2N/\nu$-мерного массива коэффициентов Фурье. Из полученного на третьем этапе преобразования «расширенного» массива выходных данных $\dot{y}_i^*(mT_2)$ первые N/ν отсчетов относятся к текущему массиву данных по выходу i-го канала $\dot{y}_i(mT_2)$, $i=\overline{1,M}$, а оставшиеся «избыточные» N/ν отсчетов отбрасываются.

Анализ рассматриваемой структуры системы с позиции эффективной реализации приводит к следующим оценкам вычислительных затрат и емкости памяти данных:

$$R_T = 4\left\{\log_2 2N + \frac{2M}{\nu} + \frac{M}{\nu}\log_2\frac{2N}{\nu}\right\} f_{кв};$$

$S = 8N + 2(m/\nu)M$ для комплексного входного сигнала; (1.32)

$S = 6N + 2(N/\nu)M$ для действительного входного сигнала,

где порядок фильтра-демодулятора $N = \alpha\beta L(\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп})$, а коэффициент прореживания $\nu = 2M$ — для действительного и $\nu = M$ — для комплексного входного сигнала.

При заданных значениях параметров частотной избирательности α, β, $\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп}$, а также числе каналов M выражения (1.32) позволяют оценить на контрольных примерах эффективность реализации рассматриваемой одноступенчатой структуры по способу двойного отображения с усечением дискретной АЧХ фильтров-демодуляторов в зоне их непрозрачности (табл. 1.6).

Прямая параллельная форма построения системы на основе двойного отображения отличается наивысшим показателем эффективности по критерию минимизации вычислительных затрат (для фильтров-демодуляторов с высокой прямоугольностью АЧХ), но требует существенного увеличения емкости памяти данных. Другим важным достоинством метода является возможность применения алгоритма БПФ для любого произвольного значения числа каналов M .

Таблица 1.6

Оценка затрат	Действительный сигнал				Комплексный сигнал			
	$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$		$\alpha = 0{,}5$		$\alpha = 10$	
	M - 16	*M-512*	*M-32*	*M - 1024*	*M - 32*	*M - 1024*	*M -64*	*M - 2048*
R_T *, млн. оп/с*	0,48	0,68	0,7	0,9	0,6	0,8	0,88	1,08
S *, ячеек памяти*	1792	57344	28672	917504	2560	81920	40960	1310720

1.3.2. Многоступенчатая пирамидальная форма

В тех случаях, когда расчетная емкость памяти данных выходит за допустимые пределы и максимальная размерность массива БПФ-преобразования ограничена некоторым числом $R << 2N$, как показано в [5], эффективным методом решения поставленной задачи является переход к многоступенчатой структуре. В частности, обратимся к двухступенчатой структуре, вариант построения которой представлен на рис. 1.11а. На первой ступени преобразования блок 0, состоящий в общем случае из M_1 фильтров-дециматоров, каждый из которых понижает частоту дискретизации в ν_1 раз, реализуется по прямой параллельной форме на основе двойного отображения. На второй ступени преобразования, содержащей M_1 блоков, каждый из которых включает M / M_1 фильтров-демодуляторов, работающих на пониженной в ν_1 раз частоте дискретизации, завершается разделение субполос входного сигнала $x(nT_1)$ по M каналам с использованием для реализации каждого из M блоков алгоритма двойного отображения. Предполагается, что максимальное значение порядков N_1 и N_2 фильтров-дециматоров и фильтров-демодуляторов соответственно первой и второй ступеней преобразования отвечает ограничениям

$$N_1 \le R/2 \text{ и } N_2 \le R/2\,. \tag{1.33}$$

Поскольку порядок N_2 фильтров-демодуляторов второй ступени преобразования связан с порядком N фильтров-демодуляторов эквивалентной одноступенчатой структуры соотношением $N_2 = N/\nu_1$, то второе граничное условие (1.33) можно представить в виде ограничения снизу на коэффициент прореживания фильтров-дециматоров первой ступени преобразования:

$$\nu_1 \ge 2N/R\,. \tag{1.34}$$

С другой стороны, как известно [1], для коэффициента прореживания ν_1 имеет место ограничение сверху

$$\nu_1 \le \alpha_1\beta_1/(2\alpha_1+1)\,, \tag{1.35}$$

где $\alpha_1 = 0{,}5$, а $\beta_1 = 2M_1$ — для комплексного и $\beta_1 = 4M$ — для действительного входного сигнала (см. рис. 1.11б).

Подставив принятые значения параметров частотной избирательности фильтров-дециматоров первой ступени преобразования в (1.35), получим

$\nu_1 \le M_1/2$ для комплексного входного сигнала;

$\nu_1 \le M_1$ для действительного входного сигнала.

Следовательно, при выборе максимального значения коэффициента прореживания из (1.35) граничное условие (1.34) накладывает ограничение на минимальное значение числа M_1 фильтров-дециматоров первой ступени преобразования:

$M_1 \ge 4N/R$ для комплексного входного сигнала;

$M_1 \ge 2N/R$ для действительного входного сигнала.

Совокупные затраты на реализацию M-канальной двухступенчатой системы с учетом принятых условий и ограничений составят

$$R_T = 4\underbrace{\left\{\log_2 2N_1 + \frac{M_1}{\nu_1} + \frac{M_1}{\nu_1}\log_2\left(\frac{2N_1}{\nu_1}\right)\right.}_{1-я\ ступень} +$$

$$+\underbrace{\frac{M_1}{\nu_1}\left(\log_2 2\frac{N}{\nu_1}+\frac{M\nu_1}{M_1\nu}+\frac{M\nu_1}{M_1\nu}\log_2\frac{2N}{\nu}\right)\Bigg\}}_{2-я\ ступень} f_{кв}; \qquad (1.36)$$

$S = 8N_1 + 4\frac{N}{\nu_1}M_1 + 4\frac{N}{\nu_1} + 2\frac{N}{\nu}M$ для комплексного входного сигнала;

$S = \underbrace{6N_1 + 4\frac{N}{\nu_1}M_1}_{1-я\ ступень} + \underbrace{4\frac{N}{\nu_1} + 2\frac{N}{\nu}M}_{2-я\ ступень}$ для действительного входного сигнала,

где $N_1 = M_1 L(\varepsilon_1/2, \varepsilon_2)$ для комплексного и $N_1 = 2M_1 L(\varepsilon_1/2, \varepsilon_2)$ для действительного входного сигнала.

Оценки затрат (1.36) являются функцией от числа каналов M_1 первой ступени преобразования и соответственно от коэффициента прореживания ν_1. Выбирая параметры M_1 и ν_1 оптимальным образом, можно минимизировать вычислительные затраты (1.36). Отметим, что главным достоинством двухступенчатой и в общем случае многоступенчатой форм построения системы на основе двойного отображения является существенное уменьшение размерности массива данных БПФ-преобразования. Практически за счет увеличения числа ступеней преобразования размерность массива преобразуемых данных на каждой ступени можно довести до любого достаточно малого числа R, определяемого, например, числом ячеек внутрикристальной памяти ЦПОС. В качестве буферной памяти относительно большой емкости удобно воспользоваться внекристальной памятью данных.

1.3.3. Кратковременный анализ Фурье с предварительной фильтрацией

Альтернативным подходом к синтезу структуры M-канальной системы в частотной области является подход с позиции «скользящего» временного окна и кратковременного анализа Фурье взвешенной последовательности входных данных с равноразнесенными частотами анализа:

$$\omega_k = 2\pi k / M, \; k = 0, 1, 2, \dots, \; M-1.$$

Потребность в спектральном представлении, отображающем меняющиеся во времени свойства сигналов, побудила ввести представление Фурье, зависящее от времени [8]:

$$X_n(j\omega)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}h[(n-l)T_1]x(lT_1)e^{-j\omega l}, \qquad (1.37)$$

где $h[(n-l)T_1]$ представляет собой последовательность временного окна. Этой последовательностью выделяется часть входного сигнала в момент времени $t=nT_1$.

Преобразование в форме (1.37) называют кратковременным анализом Фурье. Зависящее от времени преобразование Фурье представляет собой функцию двух переменных: дискретного времени n и частоты ω, предполагаемой здесь непрерывной. Зафиксировав n, видим, что $X_n(j\omega)$ представляет собой обычное преобразование Фурье для взвешенной последовательности данных:

$$x_n^*(lT_1)=x(lT_1)h[(n-l)T_1],\ \ -\infty<l<\infty .$$

С другой стороны, если зафиксировать ω и рассматривать $X_n(j\omega)$ как функцию времени n, то выражение (1.37) будет представлять собой линейную свертку, которую можно преобразовать к виду

$$X_n(j\omega)=e^{-j\omega n}\sum_{l=-\infty}^{\infty}x[(n-l)T_1]h(lT_1)e^{j\omega l}=e^{-j\omega n}\sum_{l=-\infty}^{\infty}x[(n-l)T_1]h^*(lT_1), \qquad (1.38)$$

где $h^*(lT_1)=h(lT_1)e^{j\omega l}$ — импульсная характеристика полосового фильтра.

Выражение (1.38) позволяет рассматривать представление Фурье, зависящее от времени n, с помощью линейной фильтрации. И наоборот, выражение (1.37), зависящее от дискретной частоты $\omega_k=k\Omega$, позволяет рассматривать реализацию набора полосовых фильтров с центральными частотами ω_k, $k=\overline{0,M-1}$, с помощью кратковременного анализа Фурье.

Пусть $\dot{x}(nT_1)$ - комплексная последовательность входных данных с равноразнесенными центральными частотами M субполос в диапазоне частот $0\le\omega\le 2\pi$ и $h(lT_1)$, $l=\overline{0,N-1}$ (порядок $N=LM$, L — целое число), — импульсная характеристика НЧ фильтра, определяющая заданные свойства частотной избирательности набора полосовых фильтров относительно центральных частот $\omega_k=k\dfrac{2\pi}{M}$, $k=\overline{0,M-1}$.

Для равноразнесенных частот ω_k, $k=\overline{0,M-1}$, представление

Фурье во временном окне $h(lT_1)$, $l = \overline{0, N-1}$, зависящее от времени (1.37), запишем в виде

$$X_n\left(jk\frac{2\pi}{M}\right) = \sum_{l=0}^{N-1} h[(n-l)T_1]\dot{x}(lT_1)e^{-jk\frac{2\pi}{M}l} = \\ = \sum_{l=0}^{N-1} \dot{x}_n^*(lT_1)e^{-jk\frac{2\pi}{M}l}, \qquad k = 0, 1, 2, \dots, M-1. \tag{1.39}$$

При фиксированном значении n представление (1.39) является дискретным преобразованием Фурье взвешенной последовательности входных данных $\dot{x}(lT_1)$, рассматриваемой во временном окне $h_n(lT_1)$, $l = n, n-1, \dots, n-N+1$, на сетке частот $\omega_k = k\,2\pi / M = kL\,2\pi / N$.

При изменении индекса времени n, принимающего все целые значения, окно $h_n(lT_1)$ «скользит» вдоль последовательности $\dot{x}(lT_1)$. Поэтому зависящее от времени дискретное преобразование Фурье (1.39) называют преобразованием Фурье со «скользящим» временным окном.

Рассмотрим реализацию M-канальной системы цифровой частотной селекции сигналов в форме кратковременного анализа Фурье со «скользящим» временным окном (1.39). Поскольку на выходе каждого i-го ЦФДМ отсчеты комплексной огибающей $\dot{y}_i(mT_2)$ берутся с коэффициентом прореживания $\nu = T_2 / T_1$, M-мерный массив коэффициентов Фурье в форме представления (1.39) вычисляется через каждые ν отсчетов входного сигнала: $n = \nu m$, $m = 0, 1, 2, \dots$,

$$X_m\left(jk\frac{2\pi}{M}\right) = \sum_{l=0}^{N-1} \dot{x}_m^*(lT_1)e^{-jk\frac{2\pi}{M}l}, \qquad k = \overline{0, M-1}. \tag{1.40}$$

Зависящее от индекса времени m преобразование Фурье в форме (1.40) называют преобразованием Фурье со «скачущим» временным окном, так как в отличие от (1.39) временное окно $b_m(lT_1)$ «скачет» с шагом ν вдоль последовательности $\dot{x}(lT_1)$. Очевидно, что вычисление M-мерного массива коэффициентов Фурье дискретного преобразования со «скачущим» временным окном требует в ν раз меньшего объема вычислений по отношению к дискретному преобразованию со «скользящим» временным окном, но в N/ν раз большего объема затрат по отношению к обычному преобразованию Фурье N-мерной последовательности входных данных.

Покажем, что в случае вычисления M-мерного массива коэффициентов Фурье на равноразнесенных частотах

$\omega_k = k\,2\pi / M = kL\,2\pi / N$ с коэффициентом «прореживания» по частоте, равным L, возможно i-кратное уменьшение размерности массива преобразуемых данных за счет операций предварительной обработки с помощью входного НЧ фильтра, формирующего заданную функцию спектрального окна $H(\omega)$ кратковременного анализа Фурье.

Для фиксированного значения индекса времени m индекс суммирования l в выражении (1.40) представим в виде

$$l = pM + q \text{, где } p = \overline{0, L-1}, \quad q = \overline{0, M-1}. \qquad (1.41)$$

Одномерную сумму преобразования Фурье (1.40) с учетом (1.41) запишем в двумерной форме:

$$X_m\left(jk\frac{2\pi}{M}\right) = \sum_{p=0}^{L-1}\sum_{q=0}^{M-1} \dot{x}_m^*\left[(pM+q)T_1\right]e^{-jk\frac{2\pi}{M}(pM+q)}.$$

Используя свойство периодичности тригонометрических функций для всех целых k и меняя порядок суммирования, получаем

$$X_m\left(jk\frac{2\pi}{M}\right) = \sum_{q=0}^{M-1}\left[\sum_{p=0}^{L-1} \dot{x}_{m,q}^*(pMT_1)\right]e^{-jk\frac{2\pi}{M}q} = \sum_{q=0}^{M-1} \dot{x}_m^*(q)e^{-jk\frac{2\pi}{M}q}, \quad (1.42)$$

где $\dot{x}_{m,q}^*(pMT_1) = \dot{x}_{m,q}^*(pT_2) = \dot{x}_m^*[(pM+q)T_1]$ - q-я последовательность входных данных, полученная из исходной последовательности $\dot{x}_m^*(lT_1)$ путем сдвига на q отсчетов и прореживания с коэффициентом $\nu = M$; $\dot{x}_m^*(q) = \sum_{p=0}^{M-1} \dot{x}_{m,q}^*(pMT_1)$ — сумма отсчетов q-й последовательности входных данных на интервале преобразования длительностью NT_1.

Таким образом, вычисление N-точечного ДПФ-преобразования взвешенной последовательности входных данных $\dot{x}_m^*(lT_1)$, рассматриваемое на сетке равноразнесенных частот $\omega_k = kL\,2\pi / N$ с коэффициентом «прореживания» по частоте, равным L, может быть сведено к суммированию отсчетов каждой из M последовательностей $\dot{x}_{m,q}^*(pMT_1)$, $q = \overline{0, M-1}$, полученных из исходной последовательности $\dot{x}_m^*(lT_1)$ M-кратным прореживанием отсчетов, и M-точечному ДПФ-преобразованию массива данных, «снимаемого» с выхода M сумматоров (рис. 1.15, а). Представив последовательность отсчетов временного окна $h_m(lT_1)$ в виде совокупности из M последовательностей $h_{m,q}(pT_2)$, каждая из которых получается сдвигом исходной последовательности на q отсчетов и прореживанием с коэффициентом $\nu = M$:

$$h_{m,q}(pT_2) = h_{m,q}(MpT_1) = \begin{cases} h_m(lT_1), & при \quad l = Mp + q, \quad p = 0,1,2,...; \; q = const; \\ 0, & при \; остальных \; l, \end{cases}$$

перейдем к полностью полифазной форме построения устройства предварительной обработки на входе M-точечного ДПФ-преобразователя (рис. 1.15, б).

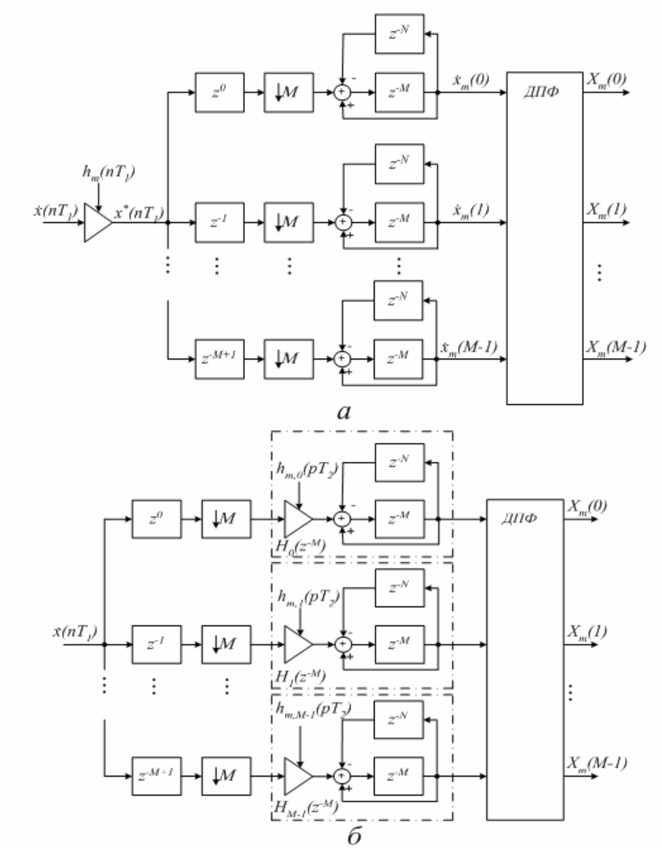


Рис. 1.15. Построение ДПФ-преобразователя с предварительной обработкой данных на параллельных накопителях:
а — прямая форма представления временного окна; б — полифазная форма представления временного окна

При изменении индекса времени m временное окно $h_{m,q}(pT_2)$ каждого i-го блока предварительной обработки «скользит» вдоль прореженной последовательности входных данных, реализуя передаточную функцию $H_q(z^{-M})$ КИХ-фильтра L-го порядка с импульсной характеристикой $h_q(pT_2)$. Представленная на рис. 1.15, б форма построения ДПФ-преобразователя с предварительной обработкой последовательности входных данных полностью совпадает с полифазной формой построения M-канальной системы цифровой частотной селекции сигналов, полученной ранее при синтезе во временной области (см. рис. 1.8в).

Сравнительный анализ различных форм построения набора ЦФДМ, базирующийся на приведенных расчетах (табл. 1.1 — 1.6), позволяет сделать следующие выводы.

1. Прямая форма построения системы с использованием фильтров-дециматоров на параллельных накопителях отличается наименьшей емкостью памяти данных при относительно высокой скорости обработки (см. табл. 1.1, 1.6). Однако с увеличением числа каналов M и ростом требований частотной избирательности эффективность прямой параллельной формы заметно снижается.

2. Полифазная форма построения системы и структура на основе двойного отображения с использованием алгоритма БПФ имеют примерно одинаковую вычислительную эффективность, которая в особой степени проявляет себя при увеличении числа каналов M и росте требований частотной избирательности (см. табл. 1.4, 1.6).

3. Переход от одноступенчатой к двухступенчатой форме построения системы дает положительный эффект (в смысле принятых критериев качества) только для прямой формы с использованием параллельных накопителей. В остальных случаях дополнительные затраты, связанные с «предселекцией», не приводят к росту эффективности системы.

1.4. Методы синтеза структуры банка полосовых фильтров

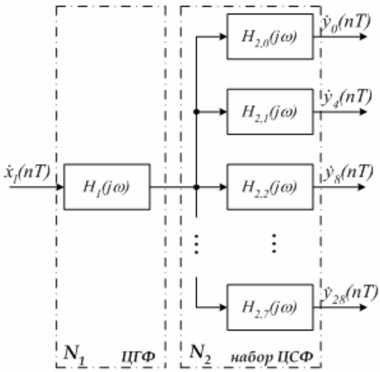
1.4.1. Прямая форма с предварительным преобразованием

Рассматривается задача построения в классе КИХ-цепей системы цифровой частотной селекции сигналов, разделяющей спектр входного, в общем случае комплексного, сигнала $\dot{x}(nT)$ на M частотных компонент. Пусть спектр $X(j\omega)$ входного сигнала $\dot{x}(nT)$ содержит в области частот $0 \le \omega \le 2\pi$ M компонент с равноразнесенными центральными частотами $\omega_{0i} = i2\pi / M$, $i = \overline{0, M-1}$. Для разделения входного сигнала на M компонент $y_i(nT)$, $i = \overline{0, M-1}$, необходимо воспользоваться набором из M цифровых полосовых фильтров (ЦПФ) со следующими параметрами частотной избирательности относительно центральной частоты ω_{0i}, $i = \overline{0, M-1}$: показатель прямоугольности АЧХ $\alpha = \omega_{c1} / (\omega_{c2} - \omega_{c1})$; показатель узкополосности фильтра $\beta = 2\pi / \omega_{c1} = 2\alpha + 1 / \alpha M$; показатель частотной избирательности $L(\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп}) = -2/3 \lg(10\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп})$, где ω_{c1}, ω_{c2} — частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности соответственно; $\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп}$ — допустимая неравномерность АЧХ в полосе пропускания и гарантированное затухание (допустимый уровень боковых лепестков) в зоне непрозрачности фильтра.

Одним из эффективных способов построения узкополосного ЦПФ (наряду с методами цифровой децимации сигналов), как было показано в [1], является альтернативный подход, который базируется на децимации импульсной характеристики. В случае реализации одиночного ЦПФ, например НЧ фильтра, предполагается, что только одна из полос спектра сигнала на выходе гребенчатого фильтра является «информативной» и подлежит дальнейшему выделению с помощью сглаживающего фильтра. При построении набора фильтров каждая из полос выделяется своим полосовым «сглаживающим» фильтром (рис. 1.16, б). Использование одного ЦГФ обеспечивает предварительное преобразование спектра входного сигнала одновременно для множества частотных каналов и тем самым многократно «окупает» затраты на его реализацию по отношению к одиночному фильтру [17].

На рис. 1.16, а показан вариант построения двухкаскадной структуры 8-канального набора ЦПФ с применением гребенчатого фильтра предварительной частотной селекции каналов с номерами 0, 4, 8, 12, ...,28. Для выделения указанной группы каналов используется ЦГФ N_1-го порядка с функцией передачи $H_1(j\omega)$. Последующее разделение сигналов внутри группы выполняется набором полосовых «сглаживающих» фильтров относительно малого порядка N_2 с функциями передачи $H_{2i}(j\omega)$, $i=\overline{0,7}$. Поскольку с помощью структуры набора фильтров, представленной на рис. 1.16, а, разделяются только восемь из 32 каналов, необходимо последовательное (или параллельное с помощью четырех однотипных подсистем) четырехкратное повторение операций преобразования множества входных сигналов

$$\dot{x}_l(nT)=\dot{x}(nT)e^{j\frac{2\pi}{M}l},\quad l=0,1,2,3\ (M=32).$$



а

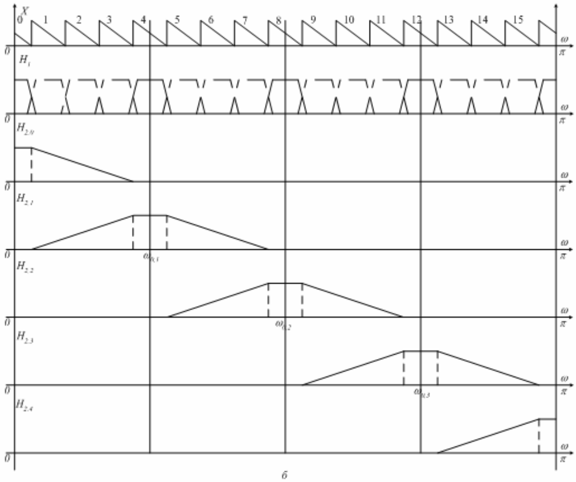


Рис. 1.16. Метод двухступенчатого преобразования с использованием прореживания по частоте: а – структурная схема набора фильтров; б – частотные характеристики каналов преобразования

В общем случае если число частотных каналов равно M , а коэффициент прореживания ЦГФ равен ν , то число повторений преобразования по структуре на рис. 1.16, а определяется отношением M/ν . При этом суммарные вычислительные затраты в единицу времени R_T и затраты памяти данных S на реализацию M -канальной системы фильтров составят

$$\begin{cases} R_T = \dfrac{2M}{\nu}\left(\dfrac{N_1}{\nu} + 2\nu N_2\right) f_{кв}; \\ S = \dfrac{2M}{\nu}\left(N_1 + \nu N_2\right). \end{cases} \qquad (1.43)$$

Выражение (1.43) указывает на прямую зависимость вычислительных затрат и затрат памяти данных от коэффициента прореживания ν . С увеличением коэффициента прореживания ν уменьшаются затраты на реализацию ЦГФ, но увеличиваются затраты на реализацию набора ЦСФ, так как порядок сглаживающих фильтров принимает значение

$$N_2 = \frac{\nu\beta}{\beta - 2\nu} L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right), \tag{1.44}$$

фактически пропорционально нарастающее (при $\beta >> \nu$) с ростом ν. Порядок гребенчатого фильтра однозначно определяется заданной совокупностью параметров частотной избирательности (α, β, $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$) проектируемой системы фильтров

$$N_1 = \alpha\beta L(\varepsilon_1 / 2, \varepsilon_2). \tag{1.45}$$

Показатель узкополосности β в выражениях (1.44) и (1.45) связан с числом каналов M системы частотной селекции сигналов прямо пропорциональной зависимостью

$$\beta = \frac{(2\pi + 1)}{\alpha} M . \tag{1.46}$$

Подставив выражения (1.44) и (1.45) в (1.43) с учетом (1.46), получим

$$\begin{cases} R_T = 2(2\alpha + 1)M^2 \left[\dfrac{1}{\nu^2} + \dfrac{2\nu}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha\nu}\right] L\left(\dfrac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right) f_{кв}; \\ S = 2(2\alpha + 1)M^2 \left[\dfrac{1}{\nu} + \dfrac{2\nu}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha\nu}\right] L\left(\dfrac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right). \end{cases} \tag{1.47}$$

Оптимальное значение коэффициента прореживания ν_{1opt}, минимизирующее вычислительные затраты R_T, может быть найдено из решения кубического уравнения вида

$$\nu^3 - \frac{4\alpha^2}{(2\alpha + 1)M} \nu^2 + 4\alpha\nu - (2\alpha + 1)M = 0 \tag{1.48}$$

с помощью метода Кардано или непосредственно по целевой функции $R_T(\nu)$ (1.47) с использованием численных методов поиска экстремума. Последний способ является более предпочтительным, так как на параметр ν наложены дополнительные ограничения: целочисленность и кратность числу каналов M.

Оптимальное значение коэффициента прореживания ν_{2opt}, минимизирующее емкость памяти данных S, является положительным корнем квадратного уравнения

$$[4\alpha^2 - (2\alpha + 1)M]\nu^2 - 2\alpha(2\alpha + 1)M\nu + (2\alpha + 1)^2 M^2 = 0$$

$$\nu_{2opt} = \frac{(2\alpha+1)M[\alpha \pm \sqrt{(2\alpha+1)M - 3\alpha^2}\,]}{4\alpha^2 - (2\alpha+1)M}\,. \qquad (1.49)$$

Пример. Проектируется 64-канальная система фильтров с коэффициентом прямоугольности АЧХ фильтров $\alpha = 10$ и допустимыми значениями отклонений от желаемой частотной характеристики $\varepsilon_{1доп} = 10^{-2}$ и $\varepsilon_{2доп} = 10^{-3}$. Частота дискретизации входного комплексного сигнала $f_{кв} = 10\ кГц$. При оптимальном целочисленном значении коэффициента прореживания $\nu_{1opt} = 8$ минимальный объем вычислительных затрат составит

$$\min_{\nu} R_T(\nu_{1opt}) = 148 \times 10^6\ умн./\,c$$

при требуемой емкости памяти данных $S(\nu_{1opt}) = 65074$ ячейки, а при целочисленном значении $\nu_{2opt} = 32$, наиболее близком решению уравнения (5.49), минимальная емкость памяти данных

$$\min_{\nu} S(\nu_{2opt}) = 38018\ ячеек$$

при требуемой скорости обработки $R_T(\nu_{2opt}) = 454 \times 10^6\ умн./\,c$.

Для сравнения подсчитаем затраты, связанные с реализацией 64-канальной системы фильтров по методу обычной прямой свертки:

$$\begin{cases} R_T(N,M) = 2\alpha\beta M L(\varepsilon_1,\varepsilon_2) f_{кв} = 4593 \times 10^6\ умн./\,c, \\ S(N,M) = \alpha\beta L(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = 3589\ ячеек. \end{cases}$$

Таким образом, переход к двухступенчатой структуре набора фильтров с применением предварительной групповой селекции сигналов позволил в рассматриваемом примере построения системы уменьшить объем вычислительных затрат приблизительно в 30 раз. В то же время на порядок увеличилась емкость памяти данных, что вызвано «расщеплением» входного сигнала $\dot{x}(nT)$ на множество сигналов $\dot{x}_l(nT)$, $l = \overline{0,7}$, после предварительной многократной трансформации его спектра. Каждый гребенчатый фильтр и последующий набор сглаживающих фильтров работают на свой групповой сигнал $\dot{x}_l(nT)$, и чем больше число групповых сигналов, т.е. чем меньше коэффициент прореживания ν, тем больше затраты памяти данных. Поэтому с позиции минимизации емкости памяти данных желательно выбирать максимально допустимое значение коэффициента прореживания ν, что одновременно минимизирует вычислительные затраты на реализацию гребенчатых фильтров. Однако с увеличением коэффициента прореживания ν пропорционально увеличиваются затраты на реализацию сглаживающих фильтров. Вместе с тем чем больше коэффициент прореживания ν, тем более узкополосными становятся сглаживающие фильтры и, следовательно, тем более эффективно с позиции минимизации затрат на реализацию использование двухкаскадной формы построения их структуры. Полученный дополнительный выигрыш в минимизации вычислительных затрат может в значительной степени скомпенсировать потери, обусловленные увеличением коэффициента прореживания ν сверх оптимального значения ν_{1opt}.

1.4.2. Многоступенчатая пирамидальная форма

Приняв за основу идею многокаскадной реализации полосового фильтра, перейдем к синтезу пирамидальной структуры набора фильтров частотной селекции с равноразнесенными центральными частотами (рис. 1.16, б). Для пояснения принципа работы предложенной в [18] структуры набора фильтров на рис. 1.17а представлена схема, реализующая восьмиканальную систему, а на рис. 1.17б показаны преобразования спектра сигнала $\dot{x}(nT)$ при выделении четвертого канального сигнала $\dot{y}_4(nT)$ согласно принятой нумерации частотных каналов.

Цифровая восьмиканальная система частотной селекции сигналов, синтезируемая по пирамидальной структуре (см. рис. 1.17а), состоит из трех каскадов фильтров, содержащих в общей сложности семь полуполосных ЦГФ. В первом каскаде входной сигнал $\dot{x}(nT)$ «расщепляется» на две последовательности данных: сигнал $\dot{x}_{1,0}(nT)$, содержащий нечетные составляющие, и сигнал $\dot{x}_{1,1}(nT)$, содержащий четные составляющие спектра входного сигнала. При этом необходим только один полуполосный ЦГФ с функцией передачи $H_0(j\omega)$, непосредственно выделяющий сигнал $\dot{x}_{1,0}(nT)$, а для селекции сигнала $\dot{x}_{1,1}(nT)$ достаточно воспользоваться свойством антисимметричности АЧХ используемого полуполосного ЦГФ, а полученные на его выходе данные $\dot{x}_{1,0}(nT)$ вычесть из задержанной на $(N_0-1)/2$ отсчетов (N_0 — порядок фильтра) последовательности входных данных $\dot{x}(nT)$ согласно структуре, выделенной на рис. 1.17, а штрихпунктирной линией.

Заметим, что спектральная структура сигнала $\dot{x}_{1,1}(nT)$ отличается от структуры сигнала $\dot{x}_{1,0}(nT)$ сдвигом по частоте информативных (отличных от нуля) спектральных составляющих на величину $\Omega = \pi / 4$. Для идентичности последующей обработки сигналов $\dot{x}_{1,0}(nT)$ и $\dot{x}_{1,1}(nT)$ преобразуем спектральную структуру сигнала $\dot{x}_{1,1}(nT)$, воспользовавшись квадратурной «демодуляцией» посредством трансформирующей функции $e^{+i\frac{\pi}{4}n}$. Поскольку дальнейшие преобразования сигналов $\dot{x}_{1,0}(nT)$ и $\dot{x}_{1,1}(nT)$ идентичны друг другу, ограничимся описанием нижней части общей пирамидальной структуры, непосредственно связанной с преобразованием сигнала $\dot{x}_{1,0}(nT)$.

Полуполосный ЦГФ второго каскада с функцией передачи $H_1(j\omega)$ разделяет последовательность входных данных $\dot{x}_{1,0}(nT)$ на последовательности $\dot{x}_{2,2}(nT)$ и $\dot{x}_{2,0}(nT)$, содержащие соответственно совокупность четных и нечетных спектральных составляющих сигнала $\dot{x}_{1,0}(nT)$. При этом сигнал $\dot{x}_{2,2}(nT)$ содержит только две составляющие сигнала $\dot{x}(nT)$ на входе системы, обозначенные на рис. 1.17б номерами 0 и 4, а сигнал $\dot{x}_{2,0}(nT)$ — две составляющие, отмеченные номерами 2 и 6. Для разделения спектральных составляющих, обозначенных указанными выше номерами, используем два полуполосных ЦГФ выходного каскада фильтров с функцией передачи $H_2(j\omega)$.

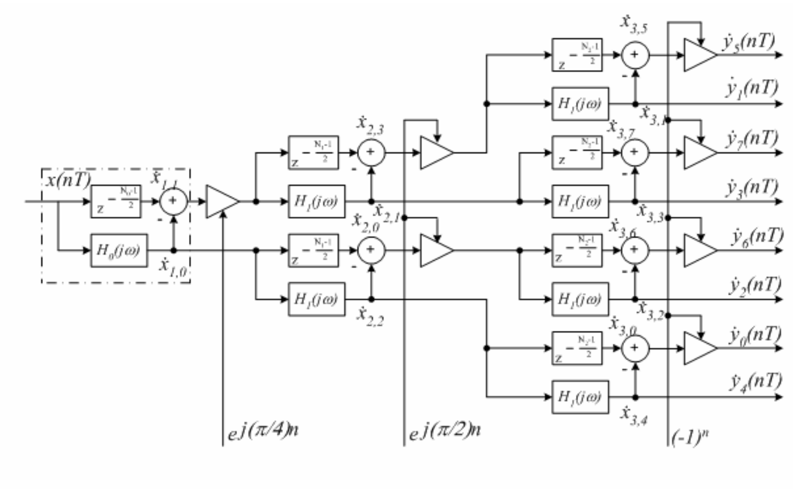


Рис. 1.17а. Метод многоступенчатого преобразования с использованием прореживания по частоте: пирамидальная структура 8-канальной системы фильтров

В результате на выходе рассматриваемой структуры получим группу сигналов $\dot{y}_i(nT) = \dot{x}_{2,i}(nT)$, $i = \overline{0,7}$, каждый из которых несет информацию о соответствующей спектральной составляющей входного сигнала $\dot{x}(nT)$, причем спектры сигналов $\dot{y}_i(nT) = \dot{x}_{2,i}(nT)$, $i = \overline{1, 4}$, расположены в окрестности нулевой частоты, а спектры оставшихся сигналов — в окрестности частоты $\omega = \pi$. Для выделения комплексной огибающей $\dot{y}_i(nT)$, $i = 0, 5, 6, 7$, последних воспользуемся простейшей трансформирующей функцией $e^{+j\pi n}$, которая фактически представляет собой последовательность чисел +1 и -1. Общая схема построения структуры не изменится, если сдвиг спектров путем модуляции будет производиться влево, а не вправо, что приведет лишь к изменению знака в показателе степени у трансформирующих функций.

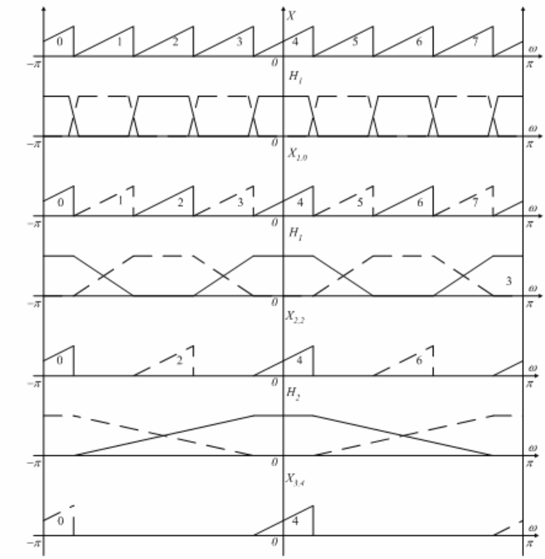


Рис. 1.17б. Метод многоступенчатого преобразования с использованием прореживания по частоте: преобразования спектра-входного сигнала при выделении четвертого канала

При проектировании цифровой системы частотной селекции в общем случае на M каналов используется аналогичный принцип построения пирамидальной структуры: формирование в первом каскаде четных и нечетных каналов фильтрации с помощью входного полуполосного ЦГФ на два антисимметричных выхода и «прореживание» полученных спектральных составляющих от каскада к каскаду последующими полуполосными ЦГФ с пошаговым изменением их спектрального положения. При этом число каскадов растет пропорционально логарифму по основанию два от числа каналов, а общее число полуполосных ЦГФ равно $M-1$.

Оценим эффективность пирамидальной формы построения M-канальной системы фильтров с позиции требуемых вычислительных затрат в единицу времени $R_T(N,M)$. Вычислительные затраты на реализацию всей системы фильтров определяются затратами на квадратурную модуляцию и затратами на построение $(M-1)$ полуполосных ЦГФ с двухканальными выходами. Оценку вычислительных затрат на квадратурную модуляцию запишем в виде

$$R_{TM}(M) = 2M(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{2}{M})f_{кв} \approx 4Mf_{кв}.$$

Если учесть, что трансформирующие функции последнего и предпоследнего каскадов рассматриваемой структуры $e^{j\pi n}$ и $e^{j\frac{\pi}{2}n}$ представляют собой последовательности чисел $\{(-1)^n\}$ и соответственно $\{1+j0; 0+j1; -1+j0; 0-j1\}$, то фактические затраты на модуляцию составят $R_{TM} = M$.

При заданных значениях порядков N_i и коэффициентов прореживания ν_i, $i = \overline{0, m-1}$, импульсной характеристики фильтров i-й ступени преобразования оценки вычислительных затрат (с учетом затрат на модуляцию) и емкости памяти данных на реализацию М-канальной системы (M равно степени двойки) по пирамидальной структуре представим в виде

$$\begin{cases} R_T = \left(M + \sum\limits_{i=0}^{m-1} 2^i \dfrac{N_i}{\nu_i} \right) f_{кв}; \\ S = 2\sum\limits_{i=0}^{m-1} 2^i N_i, \end{cases} \qquad (1.50)$$

где $m = \log_2 M$.

При записи выражений (1.50) предполагалось, что удвоение вычислительных затрат на реализацию фильтров с комплексными входными сигналами компенсируется их уменьшением во столько же раз за счет дополнительной «прореженности» импульсной характеристики полуполосного ЦГФ.

Пусть α, β, $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$ — совокупность числовых параметров, определяющих требуемые свойства частотной избирательности канальных фильтров. Порядок N_0 входного ЦГФ найдем по введенному ранее выражению для оценки порядка КИХ-фильтра:

$$N_0 = \alpha\beta L\left(\frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right), \qquad (1.51)$$

где множитель $1/m$ отражает зависимость неравномерности АЧХ канального фильтра от числа ступеней преобразования (каскадов включения) m. Коэффициент прореживания ν импульсной характеристики ЦГФ нулевой ступени преобразования принимает предельно максимальное значение $\nu_0 = M/2$, однозначно определяемое числом каналов M (рассматривается комплексный входной сигнал со спектральной структурой, представленной на рис. 1.16, б).

Выражение для оценки порядка N_i полуполосного ЦГФ i -й ступени преобразования в форме (1.51) с учетом выражения (1.22) запишем в виде

$$N_i = \alpha_i \beta L\left(\frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right) = \frac{\nu_{i-1}\beta}{\beta - 2\nu_{i-1}} L\left(\frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right), \qquad (1.52)$$

где коэффициент прореживания импульсной характеристики $\nu_i = \nu_0 2^i$, $i = \overline{1, m-1}$.

Подставив (1.51) и (1.52) в выражения (1.50), с учетом равенств $\nu_0 = M/2$, $\beta = [(2\alpha+1)/\alpha]M$ получим

$$\begin{cases} R_T(\alpha, M) = \left\{ M + 2(2\alpha+1) \sum\limits_{i=0}^{m-1} 2^i \dfrac{1}{(2\alpha+1) - 2^{-i+1}\alpha} L\left(\dfrac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right) \right\} f_{кв}; \\ S(\alpha, M) = 2(2\alpha+1) M \sum\limits_{i=0}^{m-1} 2^i \dfrac{1}{(2\alpha+1) - 2^{-i+1}\alpha} L\left(\dfrac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right), \end{cases} \qquad (1.53)$$

где $m = \log_2 M$; $L\left(\dfrac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right) = -\dfrac{2}{3} \lg \dfrac{10\varepsilon_1\varepsilon_2}{m}$.

Выражения (5.53) позволяют оценить затраты на реализацию 64-канальной пирамидальной структуры фильтров для заданных значений параметров M , α , $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$ и $f_{кв}$.

Для рассматриваемого контрольного примера указанные параметры принимают значения $M = 64$; $\alpha = 10$; $\varepsilon_{1доп} = 10^{-2}$; $\varepsilon_{2доп} = 10^{-3}$; $f_{кв} = 10^4$ Гц.

Число ступеней преобразования 64-канальной системы при построении последней по пирамидальной структуре $m = \log_2 64 = 6$; общее число полуполосных ЦГФ равно 63, а суммарные затраты на их реализацию составят $R_T = 6{,}34 \times 10^6$ *умн./с* ; $S = 11\,172$ *ячейки* . Таким образом, применение пирамидальной структуры позволяет многократно по отношению к двухкаскадной структуре (в рассмотренном примере более чем в 20 раз) уменьшить требуемую скорость обработки при одновременном уменьшении в несколько раз емкости памяти данных.

1.4.3. Синтез в классе БИХ-цепей

В заключение рассмотрим построение набора из M БИХ-фильтров, перекрывающих полосу частот $0 \le \omega \le 2\pi$. Предполагается, что все фильтры имеют однотипные частотные характеристики и равноразнесенные центральные частоты $\omega_{0k} = k2\pi / M$, $k = \overline{0,(M-1)}$. Сущность предложенного в [19] метода заключается в построении пирамидальной структуры, основание которой составляют M элементарных цифровых фильтров (как правило, фильтры Баттерворта не выше третьего порядка), а в вершине, являющейся входом системы, расположен двухканальный ЦГФ, разделяющий спектр входного сигнала $\dot{x}(nT)$ на совокупность $M/2$ четных и $M/2$ нечетных составляющих с одновременной трансформацией последних в область частот, занимаемых совокупностью четных составляющих. Характерно, что спектр каждого из сигналов на выходах ЦГФ отличается «прореженностью» по отношению к спектру сигнала на его входе. Это позволяет при дальнейшей обработке воспользоваться фильтрами с существенно меньшими требованиями к прямоугольности АЧХ. Последующая реализация алгоритма «прореживания» спектра входного сигнала по аналогичной методике с помощью каскадного соединения двухканальных ЦГФ приводит к дальнейшему разнесению M частотных составляющих по отдельным каналам до их полного разделения на выходе пирамидальной структуры.

На рис. 1.18 показан вариант построения пирамидальной структуры M-канальной системы фильтров для $M = 16$. В качестве входного двухканального ЦГФ используется фильтр с функцией передачи $H_0(\omega)$, а в последующих каскадах — элементарные ЦГФ с функциями передачи $H_i(\omega)$, $\mathrm{i} = \overline{1,\mathrm{m}}$, где $\mathrm{m} = (\log_2 \mathrm{M}) - 2$. Каждая ветвь пирамидальной структуры, соединяющая ее вход с k-*м* канальным выходом, включает в себя одну и ту же последовательность $(m+2)$ элементарных цифровых звеньев, аналогичную рассмотренной ранее многокаскадной реализации узкополосного фильтра [1]. Отличие состоит в использовании соответствующей квадратурной модуляции сигналов на входах каждого последующего каскада фильтров, что и обусловливает возможность последовательного разделения M частотных составляющих типовым набором элементарных ЦГФ с выделением комплексной огибающей по каждому k-му канальному сигналу, $\mathrm{k} = \overline{1,\mathrm{M}}$.

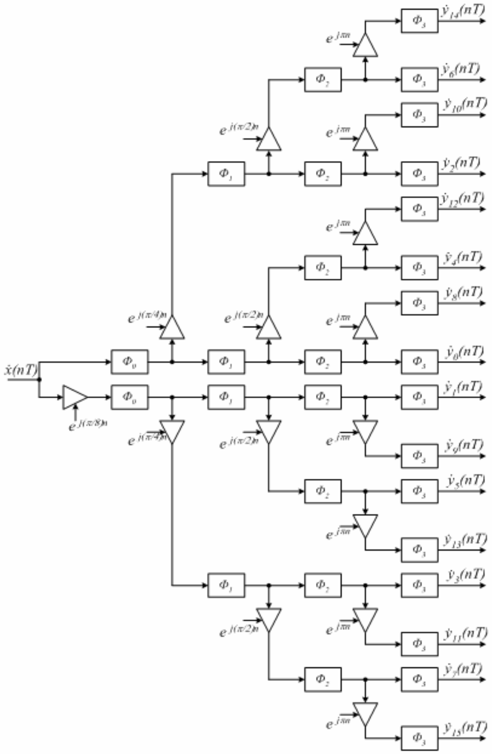


Рис. 1.18. Пирамидальная структура набора БИХ-фильтров

В качестве примера, иллюстрирующего эффективность пирамидальной структуры набора БИХ-фильтров, рассмотрим синтез 32-канальной системы разделительных фильтров с заданными параметрами частотной избирательности (ω_{c1}, ω_{c2}, $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$).

Как показывает расчет, представленный в [19], для реализации 32-канальной пирамидальной структуры БИХ-фильтров требуются:

– два ЦГФ с функцией передачи $H_0(\omega)$, воспроизводящей заданную прямоугольность АЧХ канальных фильтров с показателем периодичности АЧХ (коэффициентом прореживания импульсной характеристики фильтра) $\nu_0 = 16$, базовый НЧ фильтр которых является фильтром Чебышева 7-го порядка с частотами среза полосы пропускания $\omega_{c1} = 3\pi/8$ и $\omega_{c2} = 5\pi/8$;

– четыре элементарных ЦГФ с функцией передачи $H_1(\omega)$ и показателем периодичности АЧХ $\nu_1 = 8$, базовый НЧ фильтр которых является фильтром Чебышева 4-го порядка с частотами среза $\omega_{c1} = \pi/4$ и $\omega_{c2} = 3\pi/4$;

– восемь элементарных ЦГФ с функцией передачи $H_2(\omega)$ и показателем периодичности АЧХ $\nu_2 = 4$;

– 16 элементарных ЦГФ с функцией передачи $H_3(\omega)$ и показателем периодичности АЧХ $\nu_1 = 2$;

– 32 НЧ фильтра Баттерворта 3-го порядка с функцией передачи $H_4(\omega)$, каждый из которых является для двух предшествующих каскадов ЦГФ.

Таблица 1.7

Показатель	Φ_0	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Θ
V, оп. умн.	14	8	6	6	6	–
S, ячеек	224	64	24	12	6	–
β^*	1,4	0,3	0,6	1,2	2,4	2,4

В табл. 1.7 сведены результаты расчета основных показателей качества 32-канальной пирамидальной структуры набора фильтров. Здесь V — число операций умножения, приходящихся на текущий отсчет выходного сигнала фильтра; S — требуемое число ячеек оперативной памяти; Θ — максимальное значение меры чувствительности β^* полюсов каскадно и параллельно связанных цифровых звеньев. Если первые два показателя непосредственно определяют вычислительные и аппаратные затраты на реализацию набора фильтров, то последний характеризует, прежде всего, устойчивость расчетных характеристик к изменению коэффициентов фильтров и, как следствие, возможность уменьшения разрядности их двоичного представления, что в конечном итоге также определяет требуемые затраты на реализацию.

При расчете учитывалось, что обрабатываемые сигналы являются комплексными и на входах каждой последующей пары фильтров включен квадратурный модулятор (см. рис. 1.18). Для сравнения отметим, что расчет показателей качества 32-канального набора фильтров, реализуемого по обычной некаскадной структуре с использованием фильтров Чебышева 9-го порядка, дает $V = 704$; $S = 578$; $\Theta = \beta^* = 5{,}2 \cdot 10^8$.

Достигнутое уменьшение чувствительности полюсов (на восемь порядков) позволяет ограничиться 10-разрядным представлением коэффициентов фильтров, входящих в пирамидальную структуру, в то время как при некаскадной реализации устойчиво работающих фильтров Чебышева 9-го порядка с заданными выше параметрами частотной избирательности потребуется не менее 40 дв. ед.

Таким образом, пирамидальная структура фильтров дает значительное (на несколько порядков) уменьшение чувствительности полюсов к изменению коэффициентов фильтров при небольшом выигрыше в общем объеме вычислительных затрат и увеличении числа ячеек оперативной памяти, как правило, в приемлемых для практических целей пределах.

Глава 2. Оптимальное проектирование цифровых систем и устройств обработки сигналов

2.1. Введение в оптимальное проектирование цифровых фильтров частотной селекции

2.1.1. Математическая постановка задачи оптимального проектирования

Проектирование цифровых фильтров частотной селекции с точки зрения современных представлений теории цифровых цепей включает в себя три основных этапа:

1) выбор класса цифровых цепей и аппроксимация желаемых частотных характеристик фильтра в пространстве функций, строго воспроизводимых заданным классом цифровых цепей;

2) выбор метода проектирования или поиск структуры цифровой цепи, отличающейся возможностью эффективной программной или аппаратной реализации;

3) реализация цифрового фильтра.

Решения всех перечисленных вопросов рассматриваются, как правило, независимо друг от друга и исходят из разных критериев качества в зависимости от конкретного этапа проектирования. Так, на этапе аппроксимации критерием качества выступает точность воспроизведения желаемых частотных характеристик. На этапе поиска эффективной структуры цифрового фильтра принимаются в расчет косвенные показатели вычислительных и аппаратных затрат, такие как число арифметических операций в единицу времени, объем памяти, уровень собственного шума, чувствительность характеристик к изменению параметров цепи, и, наконец, на третьем этапе подсчитываются фактические затраты на реализацию цифрового фильтра. В отдельных случаях такой подход является оправданным. Действительно, можно утверждать, что, по крайней мере, для некаскадной реализации цифрового фильтра минимизация порядка цепи, обеспечивающей воспроизведение желаемых частотных характеристик с заданной точностью, на первом этапе проектирования отвечает одновременно и любому из названных ранее критериев качества на последующих этапах проектирования. Однако при переходе к многокаскадной реализации оптимизация структуры фильтра из критерия минимума аппаратурных или вычислительных затрат не сводится к поиску минимального порядка всех звеньев цифровой цепи. В свою очередь, выбор наилучшего метода на втором этапе проектирования, например из критерия минимума объема вычислительных операций, не означает, что в рамках выбранной структуры следует ожидать и минимума аппаратурных затрат на реализацию фильтра при прочих равных условиях. Таким образом, в общем случае целесообразно рассматривать все три этапа комплексно, во взаимосвязи друг с другом, на базе единого критерия качества задачи оптимального проектирования, который должен формироваться исходя из требований заключительного этапа — этапа практической реализации.

Решение проблемы комплексного подхода к задаче проектирования цифровых фильтров включает в себя круг вопросов, связанных как с выбором критерия качества и описанием области ограничений из требований конкретной реализации, так и с разработкой методов оптимизации структуры цифровой цепи по принятому критерию качества задачи оптимального проектирования.

Исходную линейную цифровую цепь представим как совокупность элементарных цифровых звеньев, соединенных друг с другом определенным образом. К числу элементарных цифровых звеньев отнесем сумматор, умножитель на константу и элемент задержки на один период дискретизации T (рис. 2.1). Правило, по которому эта цепь отображает воздействие $x(nT)$ в реакцию $y(nT)$, обозначим F и назовем оператором цифровой цепи.

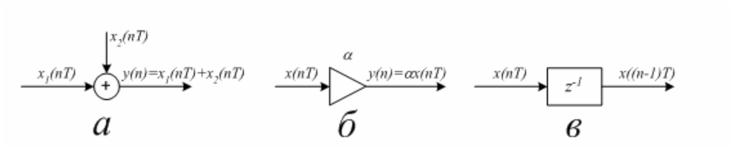


Рис. 2.1. Графические изображения элементарных цифровых звеньев: а — сумматор; б — умножитель; в — элемент задержки на один период дискретизации

Под проектированием линейной цифровой цепи в самом общем случае будем понимать синтез некоторого оператора F, выполняющего линейное преобразование пространства сигналов $x(nT)$ с целью воспроизведения заданной функции передачи $H(j\omega)$, где ω — приведенная круговая частота, измеряемая в радианах и принимающая непрерывные значения в диапазоне $-\pi \le \omega \le \pi$; $n = 0;\ \pm1;\ \pm2$ — последовательность целых чисел; j — мнимая единица. В зависимости от принятой структуры линейной цифровой цепи, которая, в свою очередь, зависит от используемого метода проектирования, оператор F имеет различное математическое содержание. Поэтому будем полагать, что различным структурным реализациям оператора F соответствуют различные подклассы G_F^P класса операторов G_F, обеспечивающих воспроизведение с наперед заданной точностью желаемой функции передачи цифровой цепи $H(j\omega)$, представляющей в данном случае комплексную частотную характеристику цепи.

Пространство функций передачи цифровой цепи, строго воспроизводимых в классе операторов G_F, обозначим R. При этом желаемая функция передачи $H(j\omega)$ может в общем случае и не принадлежать пространству R. Однако для произвольной $H(j\omega)$ должна существовать такая последовательность воспроизводимых в каждом из подклассов G_F^P функций передачи $H_B^l(j\omega) \in R$, $l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$, при которой для любого сколь угодно малого $\varepsilon > 0$ можно было найти такое n, при котором для всех $l \ge n$ имело бы место неравенство $\rho[H_B^l(j\omega),\ H(j\omega)] \le \varepsilon$, где ρ — метрика пространства функций R. Иначе говоря, в пространстве R строго воспроизводимых функций передачи должна существовать сходящаяся последовательность, пределом которой является желаемая функция передачи.

Используя введенные понятия и обозначения, и приняв за основу общие положения теории оптимального синтеза электрических цепей А. А. Ланнэ [20], задачу проектирования линейной цифровой цепи сформулируем следующим образом: найти подкласс G_F^P класса операторов G_F и оператор $F \in G_F^P$, такие, что

$$\rho[H_B(j\omega,\ G_F^P,\ F)\, H(j\omega)] \le \varepsilon_{доп},$$

где $\varepsilon_{доп}$ — допустимое отклонение в метрике пространства R функции передачи $H_B(j\omega,\ G_F^P,\ F)$, воспроизводимой в подклассе операторов G_F^P, от желаемой функции передачи $H(j\omega)$.

Если цель проектирования связана не только с воспроизведением заданной функции передачи, но и с оптимизацией некоторого критерия качества (целевой функции) $\Phi(G_F^P,\ F)$ при одновременном выполнении граничных условий $\bar{J}(G_F^P,\ F) \gtrless \bar{\Theta}_{\text{доп}}$, то задача оптимального проектирования формулируется в виде: найти подкласс G_F^P класса операторов G_F и оператор $F \in G_F^P$, для которых

$$\begin{cases} \rho[H_B(j\omega,\ G_F^P,\ F),\ H(j\omega)] \le \varepsilon_{доп}; \\ \bar{J}(G_F^P,\ F) \gtrless \bar{\Theta}_{\text{доп}}; \\ \Phi(G_F^P,\ F) = \min(\max). \end{cases} \tag{2.1}$$

Запись $\Phi(G_F^P,\ F)$ и $\bar{J}(G_F^P,\ F) \gtrless \bar{\Theta}_{\text{доп}}$ символически отображает зависимость целевой функции и вектора граничных условий от подкласса операторов G_F^P и оператора $F \in G_F^P$. Под оптимальным проектированием цифровой цепи будем понимать, как видно из описания (2.1), такое проектирование, которое предполагает не просто поиск оператора, обеспечивающего воспроизведение желаемой функции передачи с заданной точностью, но прежде всего поиск наилучшей в смысле принятого критерия качества структуры цепи, включая оптимизацию всех ее параметров.

Рассмотренная математическая постановка задачи является достаточно общей и требует конкретизации всех соотношений, входящих в формулировку задачи. Возникающие здесь вопросы можно разделить на три группы:

– описание и формализация класса операторов G_F, обеспечивающих воспроизведение желаемой функции передачи $H(j\omega)$ с наперед заданной точностью $\varepsilon_{доп}$ в метрике пространства R;

– описание и формализация подклассов G_F^P в классе операторов G_F;

– представление целевой функции $\Phi(G_F^P,\ F)$ и вектора граничных условий $J(G_F^P,\ F)$ в подклассах G_F^P класса G_F.

Прежде чем перейти к изложению содержания данных вопросов, остановимся на проблеме выбора метрики пространства R, которая непосредственно связана с синтезом желаемой функции передачи цифровой цепи.

Функция передачи линейной цифровой цепи, реализующей идеальные свойства фильтра частотной селекции, принимает вид

$$H(j\omega)=\begin{cases} e^{-j\omega k}, & если \quad |\omega-\omega_0|\le\omega_{c1}; \\ 0, & если \quad |\omega-\omega_0|\ge\omega_{c2}; \\ \text{не определена при остальных значениях}; \end{cases} \tag{2.2}$$

где ω_0 — центральная частота полосы пропускания; ω_{c1} и ω_{c2} — частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности; k — параметр, определяющий постоянную задержки.

Таким образом, будем полагать, что идеальная комплексная частотная характеристика цифрового фильтра частотной селекции должна иметь строго линейную ФЧХ, обеспечивать единичный коэффициент передачи в полосе пропускания $|\omega-\omega_0|\le\omega_{c1}$ и быть абсолютно непрозрачной в области частот возможного появления помехи $|\omega-\omega_0|\ge\omega_{c2}$. Функция передачи идеального полосового фильтра (2.2), как известно из теории линейных импульсных систем и цифровых цепей, физически нереализуема. Однако будем считать, что существует класс линейных операторов G_F, обеспечивающих воспроизведение последовательности Коши функций передачи $H_B^l(j\omega)$, пределом которой является идеальная комплексная частотная характеристика полосового фильтра.

Представление желаемой частотной характеристики в пространстве R строго воспроизводимых в классе G_F функций передачи $H_B(j\omega)$ является по существу задачей аппроксимации и предполагает заданной метрику ρ пространства R. В теории цепей общепринятой является минимаксная аппроксимация, решающая задачу чебышевского приближения с метрикой вида

$$\rho[H_B(j\omega), H(j\omega)] = \max_{\omega=\overline{-\pi,\pi}} \mathrm{p}(\omega)\,|\,H_B(j\omega) - H(j\omega)\,|, \quad (2.3)$$

где $p(\omega)$ — весовая функция, принимающая значения

$$p(\omega) = \begin{cases} \Delta, & \text{если} \quad |\,\omega - \omega_0\,| \le \omega_{c1}; \\ 1, & \text{если} \quad |\,\omega - \omega_0\,| \ge \omega_{c2}; \\ 0, & \text{если} \quad \omega_{c1} < |\,\omega - \omega_0\,| < \omega_{c2}. \end{cases} \quad (2.4)$$

Параметр Δ в (2.4) выбирается из условия

$$\Delta = \max_{|\omega-\omega_0|\ge\omega_{c2}} |\,\varepsilon(\mathrm{j}\omega)\,|_{\text{доп}} \Big/ \max_{|\omega-\omega_0|\le\omega_{c1}} |\,\varepsilon(\mathrm{j}\omega)\,|_{\text{доп}}\,.$$

Небезынтересно отметить следующий установленный экспериментальным путем факт [21]. Решение задачи чебышевского приближения дает примерно ту же среднеквадратичную погрешность, что и решение задачи наилучшего среднеквадратичного приближения, являющегося наиболее популярным в теории фильтрации. Обратное же утверждение неверно: наилучшее среднеквадратичное приближение, как правило, дает максимальную абсолютную погрешность, значительно превышающую погрешность чебышевского приближения.

2.1.2. Формализация задачи оптимального проектирования

В зависимости от выбранной формы построения цифровой цепи или подкласса операторов $G_F^P \in L_F \subset G_F$ возможно воспроизведение с наперед заданной точностью желаемой функции передачи при различных технико-экономических показателях проектируемого цифрового устройства. К основным технико-экономическим показателям цифрового устройства, работающего в реальном времени по заданному алгоритму, отнесем:

– диапазон рабочих частот, определяемый максимальной частотой дискретизации входного сигнала, на которой может вестись обработка в реальном времени;

– чувствительность воспроизводимых характеристик к точности представления коэффициентов цепи;

– уровень собственных шумов на выходе устройства;

– аппаратные затраты, исчисляемые требуемым количеством БИС.

Технико-экономические показатели, такие как, например, потребляемая мощность, надежность, стоимость и т.п., являются производными от аппаратных затрат (числа и типа БИС).

Выбор алгоритма функционирования цифрового устройства, наилучшего по каждому из перечисленных выше показателей качества, приводит в общем случае к различным формам построения цепи. Возникает вопрос, какой показатель считать определяющим и каким образом соотнести его с другими показателями качества проектирования?

Формализация многокритериальной задачи оптимального проектирования исходит из выбранного способа построения цифрового устройства и обобщающей цели проектирования. С появлением ЦПОС — специализированного класса универсальных микропроцессоров (МП), эффективно реализующих традиционные алгоритмы ЦОС, преимущественное развитие получили способы построения цифровых устройств на ЦПОС. Развитие нового поколения устройств обработки сигналов идет по трем основным направлениям:

– разработка одноплатных сопроцессоров ЦОС, встраиваемых в универсальные микроЭВМ и ПЭВМ;
– разработка автономных цифровых устройств на универсальных и специализированных ЦПОС массового производства;
– разработка специализированных устройств на заказных и полузаказных СБИС.

Каждое из этих направлений ориентировано на своего потребителя и имеет свое соотношение приоритетов между основными технико-экономическими показателями, вытекающее из целей проектирования. Для сопроцессора ЦОС, встраиваемого в микроЭВМ, определяющим является жесткое ограничение на габариты и потребляемую мощность. Поэтому одноплатный модуль строится, как правило, на одном кристалле универсального ЦПОС с дополнительными СБИС памяти программ и данных относительно небольшой емкости и необходимыми интерфейсными БИС для связи с центральным процессором микроЭВМ и внешними устройствами (АЦП, ЦАП и т. п.). Вариант построения модуля сопроцессора ЦОС показан на рис. 2.2.

Сопроцессор реализует несколько режимов работы. Среди них обязательными являются режимы:

– загрузки программы работы модуля в ОЗУ программ и данных из памяти микроЭВМ;
– ввода-вывода массива данных;
– однократного выполнения программы;
– циклического выполнения программы с последовательным вводом-выводом данных в микроЭВМ;

– циклического выполнения программы с последовательным вводом-выводом данных во внешние устройства;
– тестовых проверок.

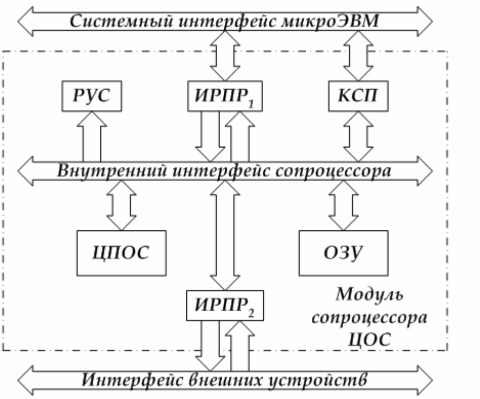


Рис. 2.2. Вариант построения модуля сопроцессора ЦОС

Управление режимом работы модуля выполняет центральный процессор микроЭВМ подачей соответствующего управляющего слова через системный интерфейс в регистр управляющего слова (РУС). Загрузка программ и данных выполняется в режиме прямого доступа к памяти сопроцессора с помощью контроллера (КСП), который отключает выходы ЦПОС от внутренней шины адреса и данных и подключает соответствующие входы ОЗУ непосредственно к системной магистрали микроЭВМ. Прямой обмен данными между центральным процессором микроЭВМ и ЦПОС выполняется через параллельный радиальный интерфейс ИРПР$_1$, а обмен данными между ЦПОС и внешними устройствами — через параллельный интерфейс ИРПР$_2$ по запросам прерывания, инициируемым собственно ЦПОС и внешними устройствами.

При работе с функционально и конструктивно законченным модулем сопроцессора разработчик решает только проблему программного обеспечения, эффективного с позиции наиболее полного использования имеющихся вычислительных и аппаратных ресурсов. Ограничивающими факторами в этом случае являются:

1) относительно невысокая вычислительная мощность одного кристалла ЦПОС;

2) малая емкость внутрикристальной сверхоперативной памяти данных ЦПОС и строго фиксированная емкость адресуемой внешней памяти;

3) сравнительно небольшая длина слова при формате с фиксированной запятой.

Первый из указанных факторов ограничивает диапазон рабочих частот при работе в реальном времени, второй — возможность использования внутрикристальной быстродействующей памяти и высокоскоростных алгоритмов поблочной обработки, а также максимальный порядок реализуемой цифровой цепи, третий является источником собственного шума и отклонений реально воспроизводимых характеристик от расчетных. Правда, последний фактор проявляет себя в значительно меньшей степени при переходе к ЦПОС, реализующим операции с 32-разрядными словами в формате с плавающей запятой. Вместе с тем использование дорогостоящих 32-разрядных СБИС не всегда представляется возможным и целесообразным.

Определяющими показателями качества здесь могут быть:

– минимальная погрешность воспроизведения желаемых характеристик в условиях неточного представления коэффициентов и фактора собственных шумов (для цифровых устройств, работающих в относительно небольшом диапазоне рабочих частот и имеющих достаточный запас вычислительной мощности);

– минимальные вычислительные затраты в единицу времени при условии воспроизведения требуемых характеристик с заданной точностью (для цифровых устройств, работающих в предельно широком диапазоне рабочих частот, или для многоканальных устройств, работающих на один коммутируемый вход).

Воспроизведение требуемых частотных характеристик с заданной точностью является основной целью проектирования цифровых фильтров частотной селекции. Поэтому в том и другом случае это требование является необходимым условием. Вместе с тем при наличии запаса в вычислительной мощности представляется целесообразным наиболее полное использование имеющихся ресурсов для повышения точности воспроизведения характеристик. В случае же, когда фактор быстродействия является определяющим (многоканальные, широкополосные системы), основное внимание приходится акцентировать на минимизации вычислительных затрат при заданных ограничивающих условиях, с тем чтобы максимально расширить диапазон рабочих частот или число одновременно обрабатываемых каналов.

При разработке автономного цифрового устройства, реализующего функцию воспроизведения желаемых характеристик, соотношение приоритетов между основными технико-экономическими показателями определяется в конечном счете минимизацией общих аппаратных затрат. В этом случае у разработчика появляется возможность наращивания вычислительных ресурсов и разрядности представления данных путем подключения дополнительных модулей ЦПОС и оперативной памяти. Поэтому корректной становится постановка задачи воспроизведения требуемых характеристик с любой наперед заданной точностью при любой сколько угодно большой скорости обработки. Распараллеливание операций цифровой обработки легко обеспечивается переходом к многокаскадным и параллельным структурам цепи. При этом каждый модуль ЦПОС реализует одно или группу цифровых звеньев. Аппаратно-программным способом повышения точности обработки является параллельная обработка на нескольких процессорах отдельных частей одного и того же слова с последующим группированием полученных результатов на дополнительном процессоре, а также переход к операциям вычисления с двойной точностью. Вариант многопроцессорной реализации цифрового устройства представлен на рис. 2.3. Здесь процессоры сигналов $ЦПОС_1$ и $ЦПОС_2$, работающие совместно с $ОЗУ_1$ и $ОЗУ_2$, реализуют первое цифровое звено, а процессоры сигналов $ЦПОС_3$ и $ЦПОС_4$, работающие совместно с $ОЗУ_3$ и $ОЗУ_4$,— второе цифровое звено. Оба звена соединены друг с другом общей 32-разрядной магистралью и работают в конвейерном режиме. Каждый процессор имеет 16-разрядный внешний и 32-разрядный внутренний интерфейсы. Управление обменом по 32-разрядной внешней магистрали и преобразование формата данных выполняются дополнительным 16-разрядным микропроцессором (МП), работающим с двойной точностью. Для приемопередачи данных в МП используются четыре 16-разрядных порта ($П_1$—$П_4$). Отличительной особенностью рассматриваемой структуры является возможность простой и эффективной наращиваемости вычислительной мощности путем подключения к общей магистрали однотипных модулей. Единственный сдерживающий фактор — пропускная способность общей магистрали, обеспечивающей обмен между модулями в режиме временного мультиплексирования. Поэтому при значительном увеличении числа модулей необходимо учитывать ограниченные возможности внешнего интерфейса.

Определяющим показателем качества при проектировании многомодульных цифровых устройств является достижение заданных требований по точности и быстродействию при минимальных аппаратных затратах (минимальном числе однотипных модулей).

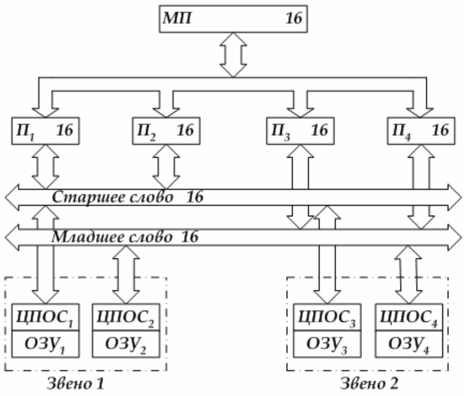


Рис. 2.3. Вариант многопроцессорной реализации цифрового устройства на ЦПОС

Проектирование специализированных цифровых устройств на заказных и полузаказных СБИС сталкивается с теми же проблемами, что и проектирование одноплатных модулей, но имеет свои специфические подходы к решению этих проблем, связанные с особенностями проектирования на схемотехническом уровне. Перед разработчиком открывается возможность не только программной, но и аппаратной адаптации устройства к классу решаемых задач.

Подводя итоги анализа различных направлений, можно в общих чертах сформулировать два обобщающих критерия задачи оптимального проектирования цифровых устройств. Первый исходит из жестко ограниченных вычислительных ресурсов, емкости памяти и разрядности представления данных и коэффициентов (одноплатные модули, заказные СБИС), второй допускает наращиваемость ресурсов (многопроцессорные устройства). В первом случае обобщающим критерием является требование минимизации погрешности воспроизведения желаемых характеристик в условиях известных аппаратно обусловленных ограничений. В последнем случае допустимая погрешность воспроизведения и диапазон рабочих частот считаются заданными (ограничительные условия) и ставится задача минимизации числа однотипных вычислительных модулей. Поскольку необходимость наращиваемости вычислительных модулей, как правило, связана с недостаточными вычислительными ресурсами отдельных модулей, то задача оптимального проектирования многомодульных систем может быть сведена к задаче оптимального проектирования одномодульного устройства по критерию минимума вычислительных затрат в единицу времени при заданных ограничивающих условиях: если каждый модуль решает свою часть задачи при наименьших вычислительных затратах, то и требуемое число модулей для обеспечения необходимой вычислительной мощности будет минимальным.

Первый тип задачи назовем прямой, а второй тип — обратной задачами оптимального проектирования. Прямая задача связана непосредственно с основной целью проектирования — наилучшим воспроизведением желаемых характеристик при известных ограничениях. Обратная задача предполагает минимизацию вычислительных затрат при условиях, гарантирующих обеспечение требуемой точности. Решение обратной задачи связано, прежде всего, с минимизацией порядка синтезируемой цифровой цепи, в то время как для повышения точности воспроизведения желаемых характеристик требуется увеличение порядка цепи.

Будем считать, что проектируемое цифровое устройство реализует заданные функции при следующих аппаратных ограничениях: $\tau_{умн}$, $\tau_{сл}$, $\tau_{оп}$ — время выполнения операций умножения, сложения и обращения к памяти; $Q_{доп}$ — допустимая емкость памяти программ и данных; p — длина регистра памяти данных; q — длина регистра памяти коэффициентов.

Объем вычислительных (временных) затрат на реализацию оператора F в подклассе G_F^P определяется произведением требуемого числа операций на время их выполнения:

$$V(G_F^P, F) = V_{умн}\tau_{умн} + V_{сл}\,\tau_{сл} + V_{оп}\,\tau_{оп}\,,$$

где $V_{умн}, V_{сл}, V_{оп}$ — число операций умножения, сложения и обращения к памяти.

Емкость оперативной памяти, необходимая для реализации оператора F в подклассе G_F^P, измеряется числом ячеек памяти программ и данных и в общем случае состоит из трех компонент:

$$Q(G_F^P, F) = Q_1(G_F^P, F) + Q_2(G_F^P, F) + Q_3(G_F^P, F)\,,$$

где составляющая $Q_1(G_F^P, F)$ определяет емкость памяти результатов промежуточных вычислений, ограничиваемую сверху допустимой емкостью внутрикристального сверхоперативного запоминающего устройства $Q_{1доп}$; составляющая $Q_2(G_F^P, F)$ определяет емкость памяти данных, хранящихся во внешнем ОЗУ, имеющем максимальную емкость $Q_{2доп}$, и, наконец, составляющая $Q_3(G_F^P, F)$ определяет емкость памяти программы, записанной в ППЗУ или ОЗУ емкостью $Q_{3доп}$.

Ограничение длины регистров памяти данных является источником собственных шумов цифрового устройства, которые проявляют себя на выходе устройства в виде случайных отклонений. Если приемлемая точность воспроизведения желаемых временных характеристик задана, то, исходя из этого, следует наложить определенные ограничения на допустимый уровень дисперсии собственного шума на выходе устройства, реализующего оператор F в подклассе G_F^P:

$$D(G_F^P, F) \le D_{доп}.$$

Неточное представление оператора F в подклассе G_F^P вследствие ограниченной длины регистров памяти коэффициентов приводит к отклонению воспроизводимых частотных характеристик от расчетных. Естественными способами минимизации этих отклонений являются постановка и решение аппроксимационной задачи методами дискретной оптимизации, учитывающими квантованный характер оптимизируемых параметров. Вместе с тем в практике расчета цифровых цепей нашел широкое распространение более простой подход [15], в соответствии с которым аппроксимационная задача решается в предположении о непрерывном характере оптимизируемых параметров, а имеющие место отклонения, обусловленные квантованным характером параметров, учитываются как случайный фактор. Эти отклонения являются дополнительным источником собственного шума и могут быть уменьшены соответствующим выбором структуры, отличающейся минимальной чувствительностью воспроизводимых характеристик к неточному представлению коэффициентов цифровой цепи.

Используя введенные выше обозначения, прямую задачу оптимального проектирования цифровых фильтров в классе КИХ-цепей сформулируем следующим образом: в классе КИХ-цепей G_F найти подкласс $G_F^P \in L_F \subset G_F$ и оператор $F \in G_F^P$ произвольного порядка N, имеющий представление, такие, при которых

$$\begin{cases} \Phi(G_F^P,\ \overline{F_P}) = \max\limits_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega)\,|\,H_B(\omega,\overline{F_P}) - H(\omega)\,| \to \min\limits_{G_F^P,\overline{F}}; \\ V(G_F^P,\ \overline{F_P}) \le T_{доп}; \\ Q(G_F^P,\ \overline{F_P}) \le Q_{доп}; \\ D(G_F^P,\ \overline{F_P}) \le D_{доп}, \end{cases} \qquad (2.5)$$

где $H_B(\omega, \overline{F_P})$ — функция передачи (частотная характеристика), строго воспроизводимая в подклассе G_F^P в форме; $p(\omega)$ — весовая функция чебышевского приближения, определяемая (2.4); $T_{доп}$ — период дискретизации, ограничивающий время реализации алгоритма цифровой обработки.

Заметим, что целевая функция задачи оптимального проектирования (2.5) при заданном порядке N оператора F зависит только от значений коэффициентов вектора $\overline{F_P}$, определяющего его представление в подклассе G_F^P. При этом решение аппроксимационной задачи может вестись в любом из подклассов $G_F^P \subset L_F$, так как соответствующие векторы коэффициентов $h(n)$, $n = \overline{0, N}$, и $H(k)$, $k = \overline{0, N}$, связаны прямым и обратным ДПФ. В то же время выполнение граничных условий, определяемых предельными возможностями конкретного цифрового устройства, фактически зависит только от порядка N оператора F и не связано с тем, какие значения принимают коэффициенты вектора $\overline{F_P}$: объем вычислительных затрат $V(G_F^P, \overline{F_P})$ и емкость памяти $Q(G_F^P, \overline{F_P})$ определяются требуемым числом вычислительных операций и регистров памяти и не зависят от того, какие конкретно данные и коэффициенты хранятся в этих регистрах и используются в обработке. Некоторым исключением является зависимость дисперсии собственного шума от значений коэффициентов вектора $\overline{F_P}$, но эта зависимость проявляет себя в незначительной степени по отношению к другим факторам: структура цепи (подкласс G_F^P) и порядок N. Поэтому задачу оптимального проектирования (2.5) можно свести к последовательному решению двух задач: задачи выбора подкласса операторов G_F^P, максимизирующего порядок N цифровой цепи при заданных ограничениях

$$\begin{cases} \Phi_1(G_F^P) = N(G_F^P) \to \max\limits_{G_F^P}; \\ V(G_F^P,\ N) \le T_{доп}; \\ Q(G_F^P,\ N) \le Q_{\text{доп}}; \\ D(G_F^P,\ N) \le D_{\text{доп}}, \end{cases} \tag{2.6}$$

и задачи чебышевского приближения при заданном значении порядка N

$$\Phi_2(\overline{F_P}) = \max_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega)\,|\,H_B(\omega,\overline{F_P}) - H(\omega)\,| \to \min_{\overline{F_P}}.$$

Обратную задачу оптимального проектирования цифровых фильтров сформулируем в тех же обозначениях следующим образом: в классе КИХ-цепей G_F найти подкласс $G_F^P \in L_F \subset G_F$ и оператор $F \in G_F^P$ произвольного порядка N, имеющий представление $\overline{F_P}$, такие, что

$$\begin{cases} \Phi(G_F^P, \overline{F_P}) = V(G_F^P, \overline{F_P}) \to \min\limits_{G_F^P, \overline{F_P}}; \\ \max\limits_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega)\,|\,H_B(\omega,\overline{F_P}) - H(\omega)\,| \le \varepsilon_{\text{доп}}; \\ Q(G_F^P,\ \overline{F_P}) \le Q_{\text{доп}}; \quad D(G_F^P,\ \overline{F_P}) \le D_{\text{доп}}. \end{cases} \tag{2.7}$$

В качестве целевой функции обратной задачи выбирается объем вычислительных затрат на реализацию в реальном времени оператора F цифровой цепи, а точность воспроизведения желаемых характеристик относится к ограничивающим факторам. Целевая функция задачи оптимального проектирования (2.7) зависит главным образом от требуемого порядка N синтезируемой цепи и выбранной структуры ее реализации (подкласса G_F^P) и практически не зависит от значений коэффициентов вектора $\overline{F}_P$. Вместе с тем удовлетворение ограничивающего условия на точность воспроизведения желаемых характеристик при заданном порядке N зависит только от значений коэффициентов вектора $\overline{F_P}$ и не зависит от выбранной структуры цепи: синтез структуры цепи одного и того же порядка N путем различных комбинаций параллельно-последовательного соединения цифровых цепей меньших порядков не приводит к увеличению точности воспроизведения желаемых характеристик (если не учитывать влияние неточного представления коэффициентов и собственные шумы). Поскольку требуемый объем вычислительных затрат на реализацию цифровой цепи, имеющей при прочих равных условиях наименьший порядок, будет наименьшим, а минимально допустимое значение порядка N ограничивается заданной точностью воспроизведения $\varepsilon_{доп}$, решение обратной задачи оптимального проектирования можно свести к последовательному решению двух задач: обратной аппроксимационной задачи чебышевского приближения, устанавливающей значение минимального порядка

$$\Phi_1(\overline{F_P}) = N(\overline{F_P}) \to \min_{\overline{F_P} \in G_F^P};$$
$$\max_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega) \,|\, H_B(\omega, \overline{F_P}) - H(\omega) \,| \le \varepsilon_{\text{доп}}, \tag{2.8}$$

и задачи выбора подкласса операторов G_F^P, минимизирующего объем вычислительных затрат на реализацию цифровой цепи заданного порядка N при известных ограничениях

$$\begin{cases} \Phi_2(G_F^P, N) = V(G_F^P, N) \to \min\limits_{G_F^P}; \\ Q(G_F^P,\ N) \le Q_{\text{доп}}; \quad D(G_F^P, N) \le D_{\text{доп}}. \end{cases} \tag{2.9}$$

Прямая и обратная задачи оптимального проектирования цифровых фильтров в классе БИХ-цепей формулируются аналогично. Разница заключается лишь в том, что представление оператора F в подклассах G_F^P определяется в этом случае формой описания передаточной функции, а множество подклассов $G_F^P \in L_F$ задается множеством структурных реализаций БИХ-цепи, воспроизводящих желаемую передаточную функцию.

Дальнейшая формализация задач оптимального проектирования (2.6) и (2.7), (2.8) требует раскрытия математического содержания используемых обозначений $V(G_F^P,\ N)$, $Q(G_F^P,\ N)$ и $D(G_F^P,\ N)$. Предстоит ответить на ряд вопросов. Каким образом для конкретного подкласса G_F^P вычислительные затраты $V(G_F^P,\ N)$ и емкость памяти $Q(G_F^P,\ N)$ связаны с порядком N и структурой G_F^P реализуемой цепи? Как оценить уровень собственного шума на выходе цепи $D(G_F^P,\ N)$ и влияние неточного представления коэффициентов для различных структурных реализаций? Ответы на эти вопросы можно найти в соответствующих разделах многочисленной литературы по ЦОС [2]. Далее в качестве примера рассматривается методика оптимального проектирования многоступенчатых структур ЦФ на цифровых сигнальных процессорах.

2.2. Оптимальное проектирование многоступенчатых структур ЦФ на процессорах обработки сигналов

2.2.1. Постановка и формализация задачи оптимального проектирования ЦФ

Рассматривается задача оптимального проектирования на ЦПОС многоступенчатой структуры узкополосного НЧ фильтра в классе КИХ-фильтров. На рис. 2.4 показан общий вид $(m+1)$-ступенчатой структуры фильтра, включающей m ступеней децимации (интерполяции) на основе фильтров N-го порядка с функциями передачи $H_i(j\omega)$, $i=\overline{1,m}$, обеспечивающих понижение и соответственно повышение частоты дискретизации в $\nu=\prod\limits_{i=1}^{m}\nu_i$ раз, основного фильтра N_0-го порядка с функцией передачи $H_0(j\omega)$, работающего на предельно низкой частоте дискретизации. Основной фильтр формирует заданную прямоугольность АЧХ проектируемого узкополосного КП-фильтра. Предполагается, что многоступенчатая структура проектируемого фильтра эквивалентна по свойствам частотной избирательности некоторому НЧ фильтру N-го порядка с функцией передачи $H(j\omega)$.

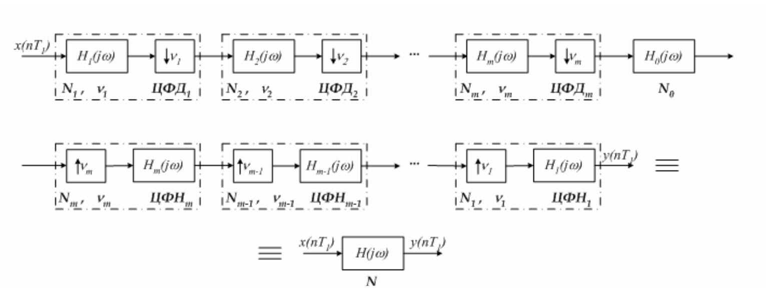


Рис. 2.4. Общий вид (m+1)-ступенчатой структуры НЧ фильтра N-го порядка

Прямую задачу оптимального проектирования многоступенчатой структуры цифрового фильтра сформулируем следующим образом: на множестве многоступенчатых структур $G_F^{Д\,l} \in G_F^{Д}$, $l = 0, 1, \ldots, m$, класса КИХ-фильтров $G_F^{Д}$, реализуемых с использованием вторичной дискретизации, найти подкласс $G_F^{Д\,k} \in G_F^{Д}$ и составной оператор $F^k \in G_F^{Д\,k}$ с заданной структурой $L^{Д\,k}$, такие, что

$$\begin{cases} \Phi(G_F^{Д\,k}, F^k) = \max\limits_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega) \,|\, H_B(j\omega, F^l) - H(j\omega) \,|\to \min\limits_{G_F^{Д\,l}, F^l}; \\ V(G_F^{Д\,k}, F^k) \le T_{доп}; \qquad S(G_F^{Д\,k}, F^k) \le S_{доп}; \\ Q(G_F^{Д\,k}, F^k) \le Q_{доп}; \qquad D(G_F^{Д\,k}, F^k) \le D_{доп}, \end{cases} \tag{2.10}$$

где $\Phi(G_F^{Д\,k}, F^k)$ — целевая функция, выбираемая из критерия минимизации максимального отклонения строго воспроизводимой в подклассе $G_F^{Д\,k}$ функции передачи $H_B(j\omega, F^k)$ от желаемой $H(j\omega)$; $p(\omega)$ — весовая функция чебышевского приближения; $V(G_F^{Д\,k}, F^k)$ — временные (вычислительные) затраты на программную реализацию оператора $F^k \in G_F^{Д\,k}$, приведенные к периоду дискретизации T_1 входного сигнала; $S(G_F^{Д\,k}, F^k)$ и $Q(G_F^{Д\,k}, F^k)$ — емкость внутрикристальной памяти данных и емкость памяти программ, требуемые на программную реализацию оператора $F^k \in G_F^{Д\,k}$; $D(G_F^{Д\,k}, F^k)$ — дисперсия собственного шума на выходе цифрового устройства, реализующего оператор $F^k \in G_F^{Д\,k}$; $T_{доп}$, $S_{доп}$, $Q_{доп}$, $D_{доп}$ — совокупность ограничивающих факторов, определяемых конкретными условиями программно-аппаратной реализации оператора $F^k \in G_F^{Д\,k}$. Допустимое время обработки $T_{доп}$ равно периоду дискретизации T_1 входного сигнала; ограничения на предельную емкость внутрикристальной памяти данных $S_{доп}$ и внешней (внекристальной памяти программ) $Q_{доп}$ определяются семейством ЦПОС и способом организации памяти цифрового устройства, а допустимый уровень собственных шумов $D_{доп}$ зависит от требований, накладываемых на точность воспроизведения желаемых характеристик фильтра.

Задачу оптимального проектирования в форме (2.10), как было показано ранее, удобно свести к последовательному решению двух задач: задачи выбора подкласса $G_F^{Д_k} \in G_F^Д$ и оператора $F_{opt}^k \in G_F^{Д_k}$, максимизирующих значения порядка N, эквивалентного по свойствам частотной избирательности НЧ фильтра с функцией передачи $H_B(j\omega, F_{opt}^k)$, строго воспроизводимой в классе КИХ-цепей N-го порядка, при заданных ограничениях на программно-аппаратную реализацию цифрового устройства:

$$\begin{cases} \Phi_1(G_F^{Д_k}, F_{opt}^k) = N(G_F^{Д_l}, F^l) \to \max\limits_{G_F^{Д_l}, F^l}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, m; \\ V(G_F^{Д_k}, F_{opt}^k) \le T_{доп}; \qquad S(G_F^{Д_k}, F_{opt}^k) \le S_{доп}; \\ Q(G_F^{Д_k}, F_{opt}^k) \le Q_{доп}; \qquad D(G_F^{Д_k}, F_{opt}^k) \le D_{доп}, \end{cases} \tag{2.11}$$

и задачи чебышевского приближения, решаемой при заданной структуре $L^{Д_k}$ и оптимальных значениях параметров $N_{i\,opt}$, $\nu_{i\,opt}$, $i = \overline{0, k}$, $(k+1)$ -ступенчатой структуры оператора $F_{opt}^k \in G_F^{Д_k}$:

$$\Phi_2(\overline{F}_{opt}^k) = \max_{\omega = \overline{-\pi, \pi}} p(\omega) \,|\, H_B(j\omega, \overline{F}^k) - H(j\omega) \,| \to \min_{\overline{F}^k}, \tag{2.12}$$

где $F_{opt}^k = \{\overline{F}_0, \overline{F}_1, \dots, \overline{F}_k\}$ — представление оператора F^k в подклассе $G_F^{Д_k}$, раскрывающееся на множестве ступеней преобразования при заданных структуре $L^{Д_k}$ и значениях параметров N_i, ν_i через совокупность представлений $\overline{F}_i$ его компонент F_i, $i = \overline{0, k}$.

Решение задачи оптимального проектирования в форме (2.11) сводится фактически к структурному синтезу в классе операторов $F^l \in G_F^{Д_l}$, $l = \overline{0, m}$, предполагающему определение оптимального числа ступеней k_{opt} и параметрическую оптимизацию ($k_{opt} + 1$)-ступенчатой структуры с определением оптимальных значений порядков фильтров-дециматоров (интерполяторов) $N_{i\,opt}$ и оптимальных значений коэффициентов прореживания $\nu_{i\,opt}$ для каждой i-й ступени преобразования, $i = \overline{0, k_{opt}}$. По окончании структурного синтеза и параметрической оптимизации на каждой i-й ступени решается задача чебышевского приближения в форме (2.12) с использованием известных методов и средств машинного синтеза [15].

Обратную задачу оптимального проектирования многоступенчатой структуры цифрового фильтра сформулируем в тех же обозначениях следующим образом: на множестве многоступенчатых структур $G_F^{Д_l} \in G_F^{Д}$, $l = 0,1,\dots,m$, класса КП-фильтров $G_F^{Д}$, реализуемых с использованием вторичной дискретизации, найти подкласс $G_F^{Д_k} \in G_F^{Д_l}$ и составной оператор $F^k \in G_F^{Д_k}$ вида $F^k = L^{Д_k}\{F_0, F_1, \dots, F_k\}$ с заданной структурой $L^{Д_k}$, такие, что

$$\begin{cases} \Phi^*(G_F^{Д_k}, F^k) = V(G_F^{Д_l}, F^l) \to \min\limits_{G_F^{Д_l}, F^l}; \\ \max\limits_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega)\,|\,H_B(j\omega, F^k) - H(j\omega)\,| \le \varepsilon_{доп}; \\ S(G_F^{Д_k}, F^k) \le S_{доп}; \quad Q(G_F^{Д_k}, F^k) \le Q_{доп}; \quad D(G_F^{Д_k}, F^k) \le D_{доп}, \end{cases} \tag{2.13}$$

где $\Phi^*(G_F^{Д_k}, F^k)$ — целевая функция, выбираемая из критерия минимизации приведенных временных затрат на программно-аппаратную реализацию оператора F^k в подклассе $G_F^{Д_k}$.

По аналогии с методикой решения прямой задачи оптимального проектирования многоступенчатой структуры фильтра обратную задачу в форме (2.13) можно свести к последовательному решению двух задач: обратной аппроксимационной задачи чебышевского приближения в классе КИХ-цепей G_F, устанавливающей значение минимального порядка N эквивалентного НЧ фильтра с функцией передачи $H_B(j\omega)$, строго воспроизводимой в классе КП-цепей N-го порядка:

$$\begin{cases} \Phi_1^*(\overline{F}_{opt}) = N(\overline{F}, \varepsilon_{доп}) \to \min\limits_{\overline{F}}; \\ \max\limits_{\omega=-\pi,\pi} p(\omega)\,|\,H_B(j\omega, \overline{F}_{opt}) - H(j\omega)\,| \le \varepsilon_{доп}, \end{cases} \tag{2.14}$$

где $\overline{F}$ — представление оператора $F \in G_F$ в классе КИХ-фильтров N-го порядка, реализуемых по прямой форме некаскадной структуры, и задачи выбора подкласса $G_F^{Д_k} \in G_F^{Д_k} \subset G_F$ операторов $F_k \in G_F^{Д_k}$, минимизирующих объем приведенных временных затрат на программно-аппаратную реализацию многоступенчатой структуры фильтра $N_Э$-го порядка при известных ограничениях

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{Д_k}, F_{opt}^k) = V(G_F^{Д_l}, F^l) \to \min\limits_{G_F^{Д_l}, F^l}; \\ S(G_F^{Д_k}, F^k) \le S_{доп}; \quad Q(G_F^{Д_k}, F^k) \le Q_{доп}; \\ D(G_F^{Д_k}, F^k) \le D_{доп}; \quad N_Э(G_F^{Д_k}, F^k) \ge N. \end{cases} \tag{2.15}$$

Решение обратной задачи оптимального проектирования многоступенчатой структуры фильтра в форме (2.14) и (2.15) предполагает на первом этапе расчет минимального значения порядка N эквивалентного НЧ фильтра, при котором гарантируется воспроизведение желаемой частотной характеристики $H(j\omega)$ с заданной точностью $\varepsilon_{доп}$, и на втором этапе — структурный синтез по критерию (2.15) с определением оптимального числа ступеней k_{opt} и оптимальных значений параметров $N_{i\,opt}$, $\nu_{i\,opt}$ для каждой i-й ступени преобразования, $i = \overline{0, k_{opt}}$, при условии, что порядок $N_Э(G_F^{Д_k}, F^k)$ эквивалентного по свойствам частотной избирательности НЧ фильтра $N_Э(G_F^{Д_k}, F^k) \ge N$.

Постановка задачи оптимального проектирования в форме (2.11) и (2.15) носит общий характер и требует раскрытия математического описания целевой функции и области ограничений для каждой ($l+1$)-ступенчатой структуры фильтра, реализуемого в конкретных условиях (при всех $l = \overline{1, m}$). Поэтому решению задачи оптимального проектирования предшествует этап формализации входящих в (2.11) и (2.15) выражений общего вида. Функциональную зависимость между порядком N эквивалентного НЧ фильтра и параметрами N_i, ν_i, $i = \overline{0, l}$, ($l+1$)-ступенчатой структуры, представленной на рис. 2.4, запишем в виде

$$N_Э = N_0 \nu = N_0 \prod_{i=1}^{l} \nu_i, \tag{2.16}$$

где N_0 — порядок основного фильтра, формирующего АЧХ проектируемого фильтра с заданным показателем прямоугольности α на частоте дискретизации, в ν раз меньшей частоты дискретизации входного сигнала $x(nT_1)$; ν — общий коэффициент прореживания многоступенчатой структуры фильтра-дециматора (интерполятора).

Для заданных фиксированных значений параметров частотной избирательности (α, β, $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$) эквивалентного НЧ фильтра порядок основного фильтра принимает значение

$$N_0 = \alpha \frac{\beta}{\nu} L\left(\frac{\varepsilon_{1доп}}{l+1}, \varepsilon_{2доп} \right).$$

Следовательно, при увеличении коэффициента прореживания ν в допустимых пределах, определяемых неравенством: $\nu \le \alpha\beta / (2\alpha + 1)$, обратно пропорционально уменьшается порядок N_0 основного фильтра. В то же время согласно (2.16) порядок $N_Э$ эквивалентного НЧ фильтра остается неизменным. Таким образом, потенциальная возможность увеличения порядка $N_Э$ эквивалентного НЧ фильтра непосредственно связана с возможностью увеличения порядка основного фильтра N_0: чем большими резервами по времени обработки и емкости памяти располагает основной фильтр, тем выше порядок проектируемого фильтра. Предоставление соответствующих резервов под основной фильтр обеспечивается прежде всего эффективной организацией многоступенчатой структуры фильтра-дециматора (интерполятора) в условиях реальных ограничений на программно-аппаратную реализацию проектируемого фильтра. Достижение максимально допустимого значения коэффициента прореживания ν при минимальных вычислительных и аппаратных затратах предоставляет дополнительные резервы под реализацию основного фильтра и, как следствие, дает возможность увеличения его порядка N_0.

Пусть даны оценки приведенных временных затрат и затрат памяти на программно-аппаратную реализацию i-й ступени фильтра-дециматора в виде функций вида

$$V_{T_i}(G_F^{ДД_l}, N_i, \nu_i); \quad S(G_F^{ДД_l}, N_i, \nu_i); \quad Q(G_F^{ДД_l}, N_i, \nu_i), \quad i = \overline{1,l}. \quad (2.17)$$

Аналогично оценки приведенных временных затрат и затрат памяти на программно-аппаратную реализацию i-й ступени фильтра-интерполятора представим в виде системы функций:

$$V_{T_i}(G_F^{ДИ_l}, N_i, \nu_i); \quad S_l(G_F^{ДИ_l}, N_i, \nu_i); \quad Q(G_F^{ДИ_l}, N_i, \nu_i), \quad i = \overline{1,l}, \quad (2.18)$$

а оценки затрат на реализацию основного фильтра — системой функций вида

$$V_{T_{l+1}}(G_F^{ДФ_l}, N_0); \quad S_0(G_F^{ДФ_l}, N_0); \quad Q_0(G_F^{ДФ_l}, N_0). \quad (2.19)$$

Конкретные выражения функций (2.17), (2.18) и (2.19) в случае реализации на ЦПОС семейства TMS 320C10 для различных форм построения фильтров-дециматоров (интерполяторов) и основного фильтра получены в [22] и представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Подкласс	Оценка затрат		
	$V_T(G_F^P, N, \nu)$	$S(G_F^P, N, \nu)$	$Q(G_F^P, N, \nu)$
$G_F^{ДД}$ (полифазная форма)	$2\dfrac{N}{\nu}+9$	N	$2N+8\nu+2$
$G_F^{ДД*}$ (параллельная форма)	$12\dfrac{N}{\nu}+14$	$\dfrac{N}{\nu}$	$2N+10\dfrac{N}{\nu}+40$
$G_F^{ДИ}$	$2\dfrac{N}{\nu}+6$	$\dfrac{N}{\nu}$	$2N+5\nu+11$
$G_F^{ДФ}$	$2N+13$	N	$2N+11$

Используя введенные ранее описания (2.17) — (2.19), объединенные оценки приведенных к периоду T_1 временных затрат и затрат памяти на реализацию ($l+1$)-ступенчатой структуры фильтра запишем в виде

$$\begin{cases} V_{T_1}(G_F^{Д_l}, F_l) = \sum\limits_{i=1}^{l} \dfrac{1}{\prod\limits_{j=0}^{i-1} \nu_j} [V_{T_i}(G_F^{ДД_l}, N_i, \nu_i) + V_{T_i}(G_F^{ДИ_l}, N_i, \nu_i)] + \dfrac{1}{\nu} V_{T_{l+1}}(G_F^{ДФ_l}, N_0); \\ S(G_F^{Д_l}, F_l) = \sum\limits_{i=1}^{l} [S_i(G_F^{ДД_l}, N_i, \nu_i) + S_i(G_F^{ДИ_l}, N_i, \nu_i)] + S_0(G_F^{ДФ_l}, N_0); \\ Q(G_F^{Д_l}, F_l) = \sum\limits_{i=1}^{l} [Q_i(G_F^{ДД_l}, N_i, \nu_i) + Q(G_F^{ДИ_l}, N_i, \nu_i)] + Q_0(G_F^{ДФ_l}, N_0). \end{cases} \tag{2.20}$$

Формализованное описание функции $D(G_F^{Д_l}, F^l)$, определяющей зависимость дисперсии собственного шума ($l+1$)-ступенчатой структуры фильтра от оптимизируемых параметров N_i, ν_i, $i=\overline{0,l}$, является самостоятельной задачей, решение которой на множестве подклассов $G_F^{Д_l}$, $l=\overline{1,m}$, должно предшествовать решению общей задачи оптимального проектирования ($m+1$)-ступенчатой структуры фильтра. Вместе с тем как показывает практика построения подобных систем, поиск эффективной многоступенчатой структуры и расчет оптимальных значений ее параметров достаточно провести, по крайней мере, на первом этапе проектирования без учета ограничений на допустимый уровень собственных шумов. Выбор числа ступеней преобразования и расчет оптимальных значений ее параметров по критерию, фактически обеспечивающему минимизацию суммарного порядка всех преобразующих фильтров, одновременно приводит и к уменьшению влияния собственных шумов: чем меньше объем вычислений, тем меньше уровень выходного шума. Поэтому в дальнейшем решение задачи оптимального проектирования в формах (2.11) и (2.15) рассматривается без учета ограничений на допустимый уровень собственного шума на выходе фильтра.

Оценка влияния собственных шумов производится на втором этапе — этапе статистического анализа оптимизированной ($k_{opt}+1$)-ступенчатой структуры с использованием шумовой модели, представленной на рис. 2.5. Предполагается, что каждая i -я ступень децимации (интерполяции) вносит свой шум, влияние которого учитывается введением источников шума:

$e_{Д i}(n_i T_{i+1})$ на выходе i -го фильтра-дециматора (ЦФД$_i$);

$e_{И i}(n_{i-1} T_i)$ на выходе i -го фильтра-интерполятора (ЦФИ$_i$);

$e_0(n_0 T_0)$ на выходе основного фильтра (ФНЧ).

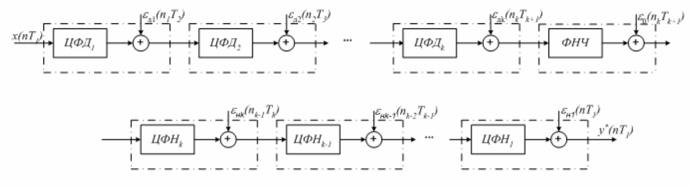


Рис. 2.5. Шумовая модель ($k_{opt}+1$) -ступенчатой структуры НЧ фильтра

Все источники шума некоррелированы друг с другом и с сигналами, проходящими по цифровой цепи. Статистические характеристики источников шума на выходе i -й ступени децимации (интерполяции) определяются по эквивалентной шумовой модели фильтра-дециматора (интерполятора) i -й ступени преобразований независимо от других участков цифровой цепи. Расчет шумовой модели ($k_{opt}+1$)-ступенчатой структуры фильтра включает в себя:

1) определение статистических характеристик собственного шума фильтров-дециматоров $e_{\text{Д}_i}(n_i T_{i+1})$, фильтров-интерполяторов $e_{\text{И}_i}(n_{i-1} T_i)$ и основного фильтра $e_0(n_0 T_0)$ для каждой i-й ступени преобразования;

2) оценку суммарной дисперсии выходного шума $D(G_F^{Д_k}, F^k)$.

Общая методика решения прямой и обратной задач оптимального проектирования состоит в пошаговой параметрической оптимизации двух-, трех- и в общем случае ($l+1$)-ступенчатой структур до достижения такого оптимального значения числа ступеней k_{opt}, дальнейшее увеличение которого приводит к уменьшению эффективности многоступенчатой структуры фильтра в смысле принятого критерия качества (2.11) или (2.15). Поскольку на практике число таких ступеней не превышает трех — четырех ступеней, то достижение оптимальных значений параметров структуры фильтра обеспечивается уже на первых этапах расчета. Ниже рассматривается оптимальное проектирование на ЦПОС семейства TMS 320C10 многоступенчатой структуры НЧ фильтра с использованием различных форм построения фильтров-дециматоров и фильтров-интерполяторов.

2.2.2. Оптимальный синтез двухступенчатой структуры: полифазная и параллельная формы

Общий вид двухступенчатой структуры узкополосного НЧ фильтра с учетом воздействия источников собственного шума, введенных согласно принятой ранее шумовой модели цифровой цепи с переменной частотой дискретизации, представлен на рис. 2.6. С помощью ЦФД N_1-го порядка с функцией передачи $H_1(j\omega)$ частота дискретизации входного сигнала $x(nT_1)$ уменьшается в ν раз. Основной фильтр N_0-го порядка имеет функцию передачи $H_0(j\omega)$ и работает на пониженной в ν раз частоте дискретизации $T_2=\nu T_1$. Цифровой фильтр-интерполятор N_1-го порядка с функцией передачи $H_1(j\omega)$ восстанавливает промежуточные отсчеты сигнала $y(nT_1)$, повышая частоту его дискретизации в ν раз. Источники собственного шума $e_Д(nT_2)$, $e_0(n_1T_2)$ и $e_И(n_1T_1)$ учитывают в обобщенной форме влияние всех внутренних шумов, обусловленных округлениями при умножении и масштабировании, а также конечной точностью представления коэффициентов фильтра-дециматора, основного фильтра и фильтра-интерполятора.

Прямую задачу оптимального проектирования двухступенчатой структуры НЧ фильтра в форме (2.11), используя формализованное описание целевой функции (2.16) и области ограничений (2.20), сформулируем следующим образом: в подклассе двухступенчатых структур $G_F^{Д_2}$ класса КП-цепей $G_F^{Д_2} \in G_F^{Д}$ найти оператор $F_{opt}^2 \in G_F^{Д_2}$ с заданной структурой $L^{Д_2}$, такой, что

$$\begin{cases} \Phi_1(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = N_0 \nu \to \max\limits_{N_0,\, \nu}; \\ V_{T_1}(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = V_{T_1}(G_F^{ДД}, N_1, \nu) + V_{T_1}(G_F^{ДИ}, N_1, \nu) + \dfrac{1}{\nu} V_{T_2}(G_F^{ДФ}, N_0) \le T_1; \\ S(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = S(G_F^{ДД}, N_1, \nu) + S(G_F^{ДИ}, N_1, \nu) + S(G_F^{ДФ}, N_0) \le S_{доп}; \\ Q(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = Q(G_F^{ДД}, N_1, \nu) + Q(G_F^{ДИ}, N_1, \nu) + Q(G_F^{ДФ}, N_0) \le Q_{доп}. \end{cases} \quad (2.21)$$

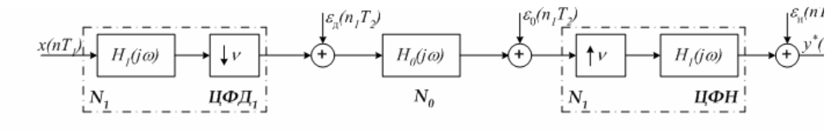


Рис. 2.6. Двухступенчатая структура НЧ фильтра

Предполагается, что на первом этапе проектирования влияние собственных шумов не учитывается:

$$e_Д(n_1T_2) = e_0(n_1T_2) = e_И(n_1T_1) = 0\ .$$

Оператор $F_{opt}^2 \in G_F^{Д_2}$ при заданной структуре $L^{Д_2}$ является функцией оптимизируемых параметров N_1, N_0 и ν. Для полифазной формы построения фильтра-дециматора (подкласс $G_F^{ДД}$), фильтра-интерполятора (подкласс $G_F^{ДИ}$) и прямого способа программной реализации основного фильтра (подкласс $G_F^{ДФ}$) на ЦПОС семейства TMS 320C10 с использованием только внутрикристальной памяти данных задача оптимального проектирования (2.21) с учетом описания функциональных зависимостей (2.17) — (2.19), представленных в табл. 2.1, может быть сведена к решению следующей задачи параметрической оптимизации:

$$\begin{cases} \Phi_1(N_{0opt}, \nu_{opt}) = N_0\nu \to \max\limits_{N_0,\ \nu}; \\ 1/\nu(4N_1 + 2N_0 + 13) + 15 \le T_1/\tau; \\ (\nu+1)/\nu N_1 + N_0 \le S_{доп}; \\ 4N_1 + 2N_0 + 13\nu + 24 \le Q_{доп}, \end{cases} \qquad (2.22)$$

где τ — время выполнения одной одноцикловой команды; $S_{доп}$ и $Q_{доп}$ — емкость внутрикристальной памяти данных и внекристальной памяти программ ЦПОС (для процессора TMS 320C10 $\tau = 0{,}2$ мкс, $S_{доп} = 144$ ячейки, $Q_{доп} = 4096$ ячеек).

Описание области ограничений задачи (2.22) является неполным, так как не учитывает функциональные зависимости параметров N_1 и ν друг от друга, а также граничное условие, накладываемое на предельно допустимое значение коэффициента прореживания ν. Пусть заданы значения показателей частотной избирательности проектируемого фильтра (α, β, $\varepsilon_{1доп}$, $\varepsilon_{2доп}$). Тогда с учетом представлений [1]

$$N_0 = \alpha\frac{\beta}{\nu}L\left(\frac{\varepsilon_{1доп}}{3}, \varepsilon_{2доп}\right); \qquad N_1 = \frac{\nu\beta}{\beta - 2\nu}L\left(\frac{\varepsilon_{1доп}}{3}, \varepsilon_{2доп}\right),$$

где $L\left(\dfrac{\varepsilon_{1доп}}{3}, \varepsilon_{2доп}\right) = -\dfrac{2}{3}\lg\dfrac{10}{3}\varepsilon_{1доп}\varepsilon_{2доп}$, устанавливающих связь порядков N_0 и N_1 с параметрами частотной избирательности проектируемого фильтра, получим

$$N_1 = \nu^2 N_0 / \alpha(\beta - 2\nu). \qquad (2.23)$$

Подставив выражение (2.23) в систему неравенств (2.22) и исключив третье граничное условие по отношению ко второму ($Q_{доп} >> S_{доп}$), задачу оптимального проектирования представим в следующей форме:

$$\begin{cases} \Phi_1(N_{0opt}, \nu_{opt}) = N_0\nu \to \max\limits_{N_0,\ \nu}; \\ \dfrac{4\nu N_0}{\alpha(\beta - 2\nu)} + \dfrac{2N_0 + 13}{\nu} + 15 \le T_1/\tau; \\ \dfrac{(\nu+1)\nu N_0}{\alpha(\beta - 2\nu)} + N_0 \le S_{доп}, \end{cases} \qquad (2.24)$$

при условии, что коэффициент прореживания $\nu \le \alpha\beta/(2\alpha + 1)$.

Задача (2.24) относится к классу задач нелинейного целочисленного программирования, так как оптимизируемые параметры N_0 и ν принимают только положительные целочисленные значения. Простой и эффективный способ решения задачи (2.24), вытекающий из особенностей поведения целевой функции и дискретного характера оптимизируемых параметров, состоит в следующем. Для всех целочисленных значений коэффициента прореживания $\nu = \nu_i$ от $\nu_i = 2$ до $\nu_k =]\alpha\beta/(2\alpha+1)[$ по системе неравенств (2.24) находятся максимальное целочисленное значение порядка N_{0i} и произведение $N_{0i}\nu_i$, $i = \overline{1,k}$. Далее определяется оптимальное сочетание параметров (N_{0opt}, ν_{opt}) на всем множестве $i = \overline{1,k}$, для которого указанное произведение принимает наибольшее значение.

Пример 1. Рассчитать оптимальные по критерию (2.24) значения параметров ν_{opt} и N_{0opt} двухступенчатой структуры НЧ фильтра с показателями прямоугольности и узкополосности АЧХ: $\alpha = 10$ и $\beta = 100$, работающего в реальном времени на частоте дискретизации не менее 10 кГц.

Подставив заданные значения параметров α, β и T_1 в систему неравенств (2.24), получим

$$\begin{cases} \dfrac{4\nu N_0}{10(100-2\nu)} + \dfrac{2N_0+13}{\nu} \le 485; \\ \dfrac{(\nu+1)\nu N_0}{10(100-2\nu)} + N_0 \le 144; \\ \\ N_0 > 0; \quad \nu > 0; \quad \nu \le 47. \end{cases} \tag{2.25}$$

Результаты расчета по выражениям (2.25) для целочисленных значений коэффициента прореживания ν из области допустимых значений $2 \le \nu \le 47$ представлены в табл. 2.2. Звездочкой отмечены оптимальные значения параметров $\nu_{opt} = 20$ и $N_{0opt} 84$, максимизирующие произведение $\nu_i N_{0i}$ и соответственно порядок $N_Э = 1680$ эквивалентного НЧ фильтра. Для сравнения заметим, что порядок НЧ фильтра, реализуемого по методу обычной прямой свертки в условиях жестких ограничений на емкость внутрикристальной памяти данных, не может превышать значения $N = 144$.

Таблица 2.2

ν_i	10	12	14	16	18	20*	22	24	28	36
N_{0i}	126	119	111	102	93	84*	76	66	52	25
$\nu_i N_{0i}$	1260	1428	1554	1632	1674	1680	1672	1584	1456	900

Вместе с тем достижимое значение показателя частотной избирательности двухступенчатой оптимальной структуры НЧ фильтра

$$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \le N_Э / \alpha\beta = 1{,}68 ,$$

что во многих случаях может оказаться неприемлемым. Если задано допустимое значение показателя частотной избирательности $L(\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп})$, например $L(\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп}) \ge 3$, которое превышает реально достижимое значение показателя $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, то требуемая избирательность может быть обеспечена только за счет уменьшения показателя прямоугольности АЧХ α. С этой целью решение задачи оптимального проектирования в форме (2.24) повторяется для новых значений α до достижения заданного допустимого значения показателя частотной избирательности $L(\varepsilon_{1доп}, \varepsilon_{2доп})$. Пример такого расчета представлен в табл. 2.3.

Таблица 2.3

α	ν_{opt}	N_{0opt}	$N_Э$	$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$
10	20	84	1680	1,68
5	16	80	1280	2,56
4	14	83	1162	2,91
3	13	79	1027	3,42

Обратную задачу оптимального проектирования двухступенчатой структуры НЧ фильтра в форме (2.15), используя формализованное описание целевой функции и области ограничений (2.20), сформулируем следующим образом: в подклассе двухступенчатых структур $G_F^{Д_2}$ класса КИХ-цепей $G_F^{Д_2} \in G_F^Д$ найти оператор $F_{opt}^2 \in G_F^{Д_2}$ с заданной структурой $L^{Д_2}$, такой, что

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = \left[V_{T_1}(G_F^{ДД}, N_1, \nu) + V_{T_1}(G_F^{ДИ}, N_1, \nu) + \dfrac{1}{\nu} V_{T_2}(G_F^{ДФ}, N_0) \right] \to \min\limits_{N_0, N_1, \nu}; \\ S(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = S(G_F^{ДД}, N_1, \nu) + S(G_F^{ДИ}, N_1, \nu) + S(G_F^{ДФ}, N_0) \le S_{доп}; \\ Q(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = Q(G_F^{ДД}, N_1, \nu) + Q(G_F^{ДИ}, N_1, \nu) + Q(G_F^{ДФ}, N_0) \le Q_{доп}; \\ N_Э(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = N_0 \nu \ge N_{доп}. \end{cases} \quad (2.26)$$

Для программной реализации на ЦПОС семейства TMS 32010 задача оптимального проектирования (2.26) узкополосного НЧ фильтра с заданными значениями показателя прямоугольности АЧХ α и показателя узкополосности β может быть приведена к виду, аналогичному (2.24):

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = \left[\dfrac{4\nu N_0}{\alpha(\beta - 2\nu)} + \dfrac{2N_0 + 13}{\nu} \right] \to \min\limits_{\nu, N_0}; \\ \dfrac{[\nu + 1]\nu N_0}{\alpha[\beta - 2\nu]} + N_0 \le 144, \\ N_0 \nu > N_{доп}; \quad \nu \le \alpha\beta / [2\alpha + 1]; \quad N_0 > 0; \quad \nu > 0. \end{cases} \quad (2.27)$$

Задача оптимального проектирования в форме (2.27) при произвольном значении порядка $N_{доп}$ является некорректной в том смысле, что с увеличением $N_{доп}$ область существования решения вырождается в пустое множество. Поэтому решению обратной задачи (2.27) должны предшествовать постановка и решение прямой задачи оптимального проектирования в такой форме, которая позволяет оценить потенциально достижимое значение порядка $N_Э$ эквивалентного НЧ фильтра при условии, что ограничивающим фактором является только емкость внутрикристальной памяти данных.

Учитывая сравнительно небольшой диапазон изменения целочисленного значения параметра ν, решение задачи нелинейного программирования (2.27) удобно выполнить по ранее рассмотренной методике сечений целевой функции. В соответствии с этой методикой для каждого ν, принимающего постоянное целочисленное значение ν_i, находится минимум i-го сечения целевой функции $\Phi_2^*(N_0, \nu)$ плоскостью $\nu = \nu_i = const$ в области ограничений (2.27), который определяет оптимальное значение порядка $N_{0i_{opt}}$ для i-го сечения. Далее из множества сечений с параметрами (ν_i, $N_{0i_{opt}}$) находится сечение, определяющее оптимальное сочетание параметров (ν_{opt},

N_{0opt}), для которого целевая функция (2.27) принимает минимальное значение.

Пример 2. Рассчитать оптимальные по критерию (2.27) значения параметров ν_{opt} и N_{0opt} двухступенчатой структуры НЧ фильтра с показателями прямоугольности и узкополосности АЧХ: $\alpha = 4$ и $\beta = 100$, реализующей порядок эквивалентного фильтра $N_Э \ge 1000$.

Подставив заданные значения параметров α, β и $N_{доп} = N_Э$ в систему (2.27), получим

$$\begin{cases} \Phi_2^*(\nu_{opt}, N_{0opt}) = \left[\dfrac{\nu N_0}{100-2\nu} + \dfrac{2N_0+13}{\nu}\right] \to \min\limits_{\nu, N_0}; \\ \dfrac{(\nu+1)\nu N_0}{4(100-2\nu)} + N_0 \le 144, \\ \\ N_0\nu \ge 1000; \quad \nu \le 44; \quad N_0 > 0; \quad \nu > 0. \end{cases} \tag{2.28}$$

Задача (2.28) является корректной, так как решение прямой задачи оптимального проектирования при тех же условиях дает значение максимально достижимого порядка эквивалентного НЧ фильтра $N_{Э\,\max} = 1162$. Расчет оптимальных значений параметров ν_{opt} и N_{opt} по методике сечений целевой функции представлен в форме табл. 2.4.

Таблица 2.4

ν_i	10	12	14	16	18	20^*	21
$N_{0i\,opt}$	100	83	71	62	55	50^*	47
$\Phi_2^*(\nu_i, N_{oi})$	33,8	28,5	25,0	23,3	22,5	22,3	22,4

Звездочкой выделено оптимальное сочетание параметров ($\nu_{opt} = 20$, $N_{opt} = 50$), минимизирующее при заданных ограничениях значение целевой функции $\Phi_2^*(\nu_i, N_{oi})$. Полученный результат означает, что для реализации двухступенчатой структуры фильтра, отвечающего заданным требованиям частотной избирательности, необходимо не менее 23 машинных циклов ЦПОС TMS 320C10 на каждый отсчет входного сигнала (без учета вспомогательных операций).

Для параллельного способа построения на ЦПОС семейства TMS 32010 структуры фильтра-дециматора прямая задача оптимального проектирования, сформулированная в форме (2.21), принимает вид (без учета ограничений на емкость внекристальной памяти программ)

$$\begin{cases} \Phi_1(N_{0opt}, \nu_{opt}) = N_0 \nu \to \max\limits_{N_0,\ \nu}; \\ (14N_1 + 2N_0 + 13)/\nu + 20 \le T_1/\tau; \\ 3N_1/\nu + N_0 \le S_{доп}. \end{cases} \tag{2.29}$$

При формализации задачи оптимального проектирования (2.29) использованы оценки временных затрат и емкости памяти данных на программную реализацию параллельной структуры фильтра-дециматора (подкласс $G_F^{ДД_2}$), фильтра-интерполятора (подкласс $G_F^{ДИ_2}$) и прямой формы построения основного фильтра (подкласс $G_F^{ДФ}$), полученные в [22] и представленные в табл. 2.1.

Подставив выражение (2.23) в систему неравенств (2.29), получим

$$\begin{cases} \Phi_1(N_{0opt}, \nu_{opt}) = N_0 \nu \to \max\limits_{N_0,\ \nu}; \\ \dfrac{14\nu N_0}{\alpha(\beta - 2\nu)} + \dfrac{2N_0 + 13}{\nu} + 20 \le T_1/\tau; \\ \dfrac{3\nu N_0}{\alpha(\beta - 2\nu)} + N_0 \le S_{доп}; \quad \nu \le \dfrac{\alpha\beta}{2\alpha + 1}; \quad \nu > 0; \quad N_0 > 0. \end{cases} \tag{2.30}$$

Задача нелинейного программирования (2.30) для целочисленных значений параметра ν, изменяющегося в установленных пределах, может быть решена рассмотренным выше методом сечений целевой функции.

В частности, для рассматриваемого контрольного примера 1 область ограничений задачи оптимального проектирования (2.30) описывается системой неравенств:

$$\begin{cases} 14\nu N_0 / 10\,(100 - 2\nu) + (2N_0 + 13)/\nu \le 480; \\ 3\nu N_0 / 10\,(100 - 2\nu) + N_0 \le 144; \quad N_0 > 0; \quad \nu > 0; \quad \nu \le 47. \end{cases} \tag{2.31}$$

Результаты расчета по выражениям (2.31) для целочисленных значений коэффициента прореживания ν из области допустимых значений $2 \le \nu \le 47$ представлены в табл. 2.5, где звездочкой отмечено оптимальное сочетание параметров $\nu_{opt} = 36$ и $N_{0opt} = 103$, максимизирующее порядок $N_Э = 3708$ эквивалентного НЧ фильтра.

Таблица 2.5

ν_i	4	10	16	20	24	28	30	32	34	36*	37	38	40	44
N_{0i}	142	138	134	130	126	120	117	113	109	103*	100	97	90	68
$\nu_i N_{0i}$	568	1380	2144	2600	3024	3360	3510	3616	3706	3708	3700	3686	3600	2992

Таким образом, построение фильтра-дециматора по структуре с параллельными накопителями в рассматриваемом примере позволяет более чем в 2 раза увеличить порядок $N_Э$ эквивалентного НЧ фильтра по отношению к полифазной форме. Однако эффективность параллельной формы построения двухступенчатой структуры проектируемого фильтра имеет место только при условии достаточного запаса по быстродействию, когда определяющим фактором является ограничение на емкость внутрикристальной памяти данных.

Рассмотрим решение обратной задачи оптимального проектирования на ЦПОС семейства TMS 320C10 двухступенчатой структуры фильтра. Подставив в общее математическое описание (2.26) выражения для оценок вычислительных затрат $V_{T_i}(G_F^Д, N_i, \nu)$ и емкости памяти данных $S_i(G_F^Д, N_i, \nu)$, полученные на этапе их формализации, обратную задачу оптимального проектирования сформулируем в виде: в подклассе двухступенчатых структур $G_F^{Д_2}$ класса КИХ-цепей $G_F^{Д_2} \in G_F^Д$ найти оператор $F_{opt}^2(N_0, \nu) \in G_F^{Д_2}$ с заданной структурой $L^{Д_2}$ и неизвестными параметрами N_0 и ν, такой, что

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = \left[\dfrac{14\nu N_0}{\alpha(\beta - 2\nu)} + \dfrac{2N_0 + 13}{\nu}\right] \to \min\limits_{\nu, N_0}; \\ \dfrac{3\nu N_0}{\alpha[\beta - 2\nu]} + N_0 \le 144; \\ N_0 \nu \ge N_{доп}; \quad \nu \le \alpha\beta/(2\alpha + 1); \quad N_0 > 0; \quad \nu > 0. \end{cases} \tag{2.32}$$

Решение задачи (2.32) выполняется при заданных значениях показателей прямоугольности и узкополосности АЧХ α и β и предполагает, что на предварительном этапе расчета в рамках решения прямой задачи оптимального проектирования произведена оценка потенциально достижимого значения порядка $N_{доп}$ эквивалентного НЧ фильтра.

Для контрольного примера 2 задача оптимального проектирования принимает вид

$$\begin{cases} \Phi_2^*(G_F^{Д_2}, F_{opt}^2) = \left[\dfrac{14\nu N_0}{4(100-2\nu)} + \dfrac{2N_0+13}{\nu}\right] \to \min\limits_{\nu, N_0}; \\ 3\nu N_0 / 4(100-2\nu) + N_0 \le 144; \\ N_0\nu \ge 1000; \quad \nu \le 44; \quad N_0 > 0; \quad \nu > 0. \end{cases} \tag{2.33}$$

Задача (2.33) является корректной, так как решение прямой задачи оптимального проектирования при тех же условиях (без учета ограничений на временные затраты) показывает, что максимально достижимое значение порядка эквивалентного НЧ фильтра $N_{Э\,\max} = 2752$.

Расчет оптимальных значений параметров ν_{opt} и N_{0opt} по методике сечений целевой функции представлен в форме табл. 2.6.

Таблица 2.6

ν_i	10	13	14*	15	16	17	18	20	24
$N_{0i\,opt}$	100	77	71*	66	62	58	55	50	41
$\Phi_2^*(\nu_i, N_{0i})$	65,1	60,1	59,7	59,8	60	60,6	61,5	64	71,3

Оптимальное сочетание параметров $\nu_{opt} = 14$ и $N_{0opt} = 71$ обеспечивает минимальный объем вычислительных (временных) затрат $\Phi_2^*(\nu_{opt}, N_{0opt}) = 59{,}7$. Это означает, что для реализации двухступенчатой структуры фильтра, отвечающего заданным требованиям частотной избирательности, необходимо не менее 60 машинных циклов ЦПОС TMS 320C10 на каждый отсчет входного сигнала (без учета вспомогательных операций). По отношению к полифазной форме построения фильтра-дециматора вычислительные затраты увеличиваются почти в 3 раза. Поэтому в тех случаях, когда критерием качества является минимальный объем вычислительных затрат, предпочтение отдается полифазной форме построения.

На заключительном этапе проектирования многоступенчатой структуры НЧ фильтра выполняется анализ собственных шумов с использованием шумовой модели цифровой цепи, представленной на рис. 2.5.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Витязев В.В., Зайцев А.А. Основы многоскоростной обработки сигналов: Учеб. пособие. Ч. 1 / Рязан. гос. радиотехн. акад. Рязань, 2005. 124 с.
2. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов: Справочник. М.: Радио и связь, 1985. 312 с.
3. Шойерманн Х., Геклер Х. Систематизированный обзор цифровых методов преобразования вида уплотнения каналов // ТИИЭР. 1981. Т. 69, № 11. С. 52—84.
4. Crochiere R.E., Rabiner L.R. Multirate digital signal processing. Englewood; NJ: Prentice-Hall, 1983. 411 p.
5. Витязев В.В., Степашкин А.И. Метод синтеза цифровых фильтров-демодуляторов на основе двойного быстрого преобразования Фурье // Электросвязь. 1982. № 3. С. 45—47.
6. Витязев В.В. Синтез пирамидальной структуры набора цифровых фильтров-демодуляторов // Электросвязь. 1983. № 7. С. 45—49.
7. Ansari R., Liu B. Transmultiplexer design using all-pass filters // IEEE Trans. 1982, July. V. COM-30. P. 1569—1574.
8. Рабинер Л., Шафер Р. Цифровая обработка речевых сигналов. М.: Радио и связь, 1981. 496 с.
9. Витязев В.В., Муравьев С.И., Степашкин А.И. Метод синтеза цифровых узкополосных КИХ-фильтров // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1981. Т. 24. № 7. С. 55—59.
10. Bellanger M.G., Daguet J.L. TDM—FDM transmultiplexer: Digital polyphase and FFT // IEEE Trans. 1974, Sept. V. COM-22. P. 1199—1204.
11. Bellanger M.G., Bonnerot G., Coudreuse M. Digital filtering by polyphase network: Application to sample rate alteration and filter banks // IEEE Trans. 1976, Apr. V. ASSP-24. P. 109—114.
12. Крошье Р., Рабинер Л. Интерполяция и децимация цифровых сигналов: Методический обзор // ТИИЭР. 1981. Т. 69. № 3. С. 14—49.
13. Vaidyanathan P.P., Vincent C., Liu B. Classical sampling theorem in the context of multirate and polyphase digital filter bank structures // IEEE Trans. 1988, Sept. V. ASSP-36.
14. Tsuda T., Morita S., Fujti Y. Digital TDM/FDM translator with multistage structure // IEEE Trans, 1978, May. V. COM-26. P. 734—741.
15. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.

16. Витязев В.В., Степашкин А.И. К синтезу цифрового фильтра-демодулятора на основе двойного быстрого преобразования Фурье // Радиотехника. 1981. Т. 36. № 7. С. 20—24.
17. Витязев В.В., Муравьев С.И., Степашкин А.И. Синтез пирамидальной структуры набора цифровых полосовых фильтров // Электросвязь. 1985. № 8. С. 52—56.
18. Витязев В.В., Муравьев С.И. Синтез цифровой системы частотной селекции сигналов на основе полуполосовых гребенчатых фильтров // Электросвязь. 1988. № 3. С. 57—61.
19. Витязев В.В., Муравьев С.И. Пирамидальная структура цифровых полосовых фильтров с бесконечной памятью // Радиотехника. 1985. № 9. С. 45—49.
20. Калинцев Ю.К. Разборчивость речи в цифровых вокодерах. М.: Радио и связь, 1991. 220 с.
21. Ланнэ А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей М.: Связь, 1969. 293 с.
22. Витязев В.В. Цифровые процессоры обработки сигналов. / Рязан. радиотехн. ин-т. Рязань, 1989. 80 с.